



**AgEcon** SEARCH  
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

*The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library*

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

*No endorsement of AgEcon Search or its fundraising activities by the author(s) of the following work or their employer(s) is intended or implied.*

# GOSPODARKA NARODOWA

7-8  
(263-264)  
Rok LXXXIII/XXIV  
lipiec-sierpień  
2013  
s. 133-155

---

Konrad DYMARSKI\*

## Segmentacja populacji a szacowany rozmiar szarej strefy

---

**Streszczenie:** Celem artykułu jest sprawdzenie jak przyjęcie odmiennych założeń odnośnie podziału badanej populacji wpływa na estymowaną wielkość szarej strefy, generowaną w oparciu o metodę zaprezentowaną po raz pierwszy przez Pissaridesa i Webera [1989]. We wspomnianej metodzie, wykorzystuje się dane ankietowe gospodarstw domowych i zgodnie z określonym kryterium, dzieli populację na grupę gospodarstw czerpiących dochody w ramach szarej strefy oraz grupę gospodarstw funkcjonujących w pełni w gospodarce rejestrowanej. Modelując zależności między dochodami a wydatkami, szacuje się rozmiar szarej strefy. W artykule ukazano wpływ dwóch efektów na estymowany rozmiar szarej strefy. Po pierwsze, efektu różnego zdefiniowania tego samego kryterium przyjętego do podziału populacji, po drugie, efektu zastosowania zupełnie innego, niż proponowane w literaturze, kryterium podziału próby. Z przeprowadzonego badania, na przykładzie danych amerykańskich (Consumer Expenditure Survey) obejmujących lata 1980-2003, wynika, że sposób podziału populacji ma ogromne znaczenie w estymacji wielkości szarej strefy, zgodnie z metodą Pissaridesa i Webera [1989]. W zależności od zastosowanego kryterium segmentacji populacji, otrzymano istotnie różne oszacowania. Górna granica rozmiaru szarej strefy w relacji do PKB kształtowała się poniżej 10% lub w okolicach 40%. Na podstawie wyników badań innych autorów wartość 40% uznano jednak za mało prawdopodobną. Przeprowadzone badanie sugeruje również, że o ile wybór cechy dzielącej populację jest kluczowy, o tyle sam sposób jej zdefiniowania ma mniejsze znaczenie.

**Słowa kluczowe:** szara strefa, funkcja wydatków, samozatrudnienie

**Kody JEL:** D12, H26, O17

---

Artykuł wpłynął do druku 15 maja 2013 r.

---

---

\* Uniwersytet Warszawski, Wydział Nauk Ekonomicznych, e-mail: kdymarski@wne.uw.edu.pl

## Wprowadzenie

Tematyka szarej strefy od dawna cieszy się dużym zainteresowaniem nie tylko w kręgach akademickich. Zasadniczym problemem jest złożony i w wielu aspektach trudny do uchwycenia charakter tego zagadnienia. Jest wiele przyczyn i efektów, tak negatywnych jak i pozytywnych istnienia szarej strefy. Rozwój nierejestrowanej gospodarki zniekształca obserwowane rezultaty prowadzonej polityki gospodarczej, jak również podważa wiarygodność takich wskaźników makroekonomicznych jak PKB czy poziom bezrobocia. Efekt m.in. rozwoju szarej strefy został trafnie przedstawiony na krzywej Laffera. Zgodnie z tą konstrukcją, wzrost opodatkowania może prowadzić do mniejszego niż oczekiwano wzrostu przychodów budżetowych państwa, bądź w określonych sytuacjach prowadzić nawet do ich spadku. Z drugiej jednak strony, w ramach szarej strefy powstają miejsca pracy, które np. ze względu na zbyt wysokie koszty pracodawcy nigdy oficjalnie by nie powstały. Ponadto, część dochodów uzyskanych z pracy w szarej strefie i tak trafia do budżetu państwa poprzez podatki pośrednie. W pełni uzasadnione wydają się zatem próby oszacowania rozmiaru szarej strefy, bowiem stanowiłoby to istotną informację w kontekście prowadzonej polityki gospodarczej.

Złożoność zagadnienia przejawia się już na etapie zdefiniowania, czym *de facto* jest szara strefa. Abstrahując już od tej kwestii, głównym wyzwaniem jest metoda estymacji. W literaturze pojawiły się liczne propozycje, które za Schneiderem [2006] można podzielić na trzy grupy: grupę metod charakterystycznych dla podejścia bezpośredniego, pośredniego oraz modelowego. Metody bezpośrednie opierają się na badaniu poszczególnych jednostek gospodarczych i odniesieniu wyników z próby do całej gospodarki. Źródłem danych dla tego typu badań są ankiety bądź wyniki audytów podatkowych. W podejściu pośrednim wykorzystuje się wskaźniki odnoszące się do całej gospodarki, a wielkość szarej strefy wycenia się zakładając występowanie zależności pomiędzy nieobserwowalnym wprost rozmiarem szarej strefy, a obserwowalnym poziomem wybranych mierników makroekonomicznych. Do grupy podejścia pośredniego zalicza się metody oparte na badaniu proporcji występującego w obrocie pieniądza gotówkowego i sumy depozytów, ale także metody powiązane z kalkulacją PKB, czy nawet badaniem zużycia energii elektrycznej. Ostatnie, modelowe podejście, jest związane z modelowaniem równań strukturalnych przy wykorzystaniu statystycznej teorii nieobserwowalnych zmiennych. Przedmiotem niniejszej pracy jest zaprezentowana przez Pissaridesa i Webera [1989] (dalej jako P&W), metoda zaliczana do grupy podejścia bezpośredniego. Powodem ograniczenia się do wskazanej metody jest przekonanie autora o wyższości sposobów wyceny szarej strefy zgodnie z podejściem bezpośrednim. Metody te, umożliwiają bowiem dezagregację otrzymanych wyników, dzięki czemu można oszacować wielkość szarej strefy w rozbiciu na poszczególne sektory gospodarki, a także szukać zależności pomiędzy przynależnością do szarej strefy a charakterystykami gospodarstw domowych.

Wspomniana metoda P&W [1989] wymaga przyjęcia założeń *a priori* co do podziału populacji na dwie grupy – grupę gospodarstw czerpiących dochody w ramach szarej strefy oraz grupę gospodarstw funkcjonujących poza szarą strefą. Najczęściej w tym celu wykorzystuje się fakt uzyskiwania dochodów z prowadzenia własnej działalności. Chociaż istnieją badania (m.in. Blau [1987], Parker [1996], Schuetze [2000] oraz Bruce [2000]) przemawiające za tym, że osoby samozatrudnione (czy też szerzej gospodarstwa domowe prowadzące własną działalność) mają tendencję do ucieczki w szarą strefę, nie jest to jedyny możliwy sposób podziału populacji. Ponadto, sama definicja prowadzenia własnej działalności, może być różna i prowadzić do odmiennych oszacowań rozmiaru szarej strefy. W związku z tym, w pracy zbadano konsekwencje przyjęcia tradycyjnego i zmodyfikowanego kryterium podziału populacji dla oceny rozmiarów szarej strefy. Autorowi szczególnie zależało na ukazaniu wpływu:

- i. różnego zdefiniowania tej samej cechy przyjętej do podziału populacji,
- ii. przyjęcia zupełnie innego niż proponowane w literaturze, kryterium podziału próby.

W kontekście ii. wykorzystano, niestosowane wcześniej w tym celu, kryterium czerpania dochodów z pracy w sektorze państwowym. W badaniu założono, że tylko osoby zatrudnione w tym sektorze nie przynależą do szarej strefy. W takich przypadkach pracodawcą i beneficjentem przychodów podatkowych jest bowiem ten sam podmiot – szeroko rozumiane państwo. Nawet w sytuacji gdy pracownik jest zainteresowany ucieczką w szarą strefę, pracodawca nie ma w tym żadnych korzyści, stąd też dochody są w pełni rejestrowane. Taka segmentacja, podobnie jak inne spotykane w literaturze, również jest narażona na krytykę. Podstawowym celem artykułu jest zatem sprawdzenie, jak przyjęcie odmiennych, ale racjonalnych, znajdujących bowiem logiczne wyjaśnienie założeń odnośnie podziału próby, przekłada się na szacowaną wielkość szarej strefy, generowaną w oparciu o metodę P&W [1989]. Bazując na dokonanym przeglądzie literatury, autor wysnuł hipotezę, jakoby stanowiąca przedmiot niniejszego badania metoda, była wrażliwa na wybór kryterium podziału próby.

Dane wykorzystane w badaniu dotyczą gospodarki amerykańskiej i obejmują lata 1980-2003. Ze względu na metodologiczny charakter niniejszego artykułu, wybór kraju jak i okresu objętego badaniem ma drugorzędne znaczenie. Podstawowym kryterium wyboru danych była ich dostępność. Na uwagę zasługuje jednak długość okresu badawczego. Ponad dwudziestoletni horyzont obserwacji umożliwia sprawdzenie czy dane kryterium na stałe czy tylko epizodycznie, istotnie statystycznie dzieli populację.

Z przeprowadzonego badania wynika, że sposób podziału populacji ma ogromne znaczenie w estymacji wielkości szarej strefy. W zależności od zastosowanego kryterium podziału, otrzymano bowiem istotnie różne oszacowania. Dla gospodarki amerykańskiej dla badanego okresu, w zależności od zastosowanego kryterium podziału próby, otrzymywano górną granicę wielkości szarej strefy poniżej 10% lub w okolicach 40%. Ponadto, przeprowadzone badanie sugeruje, że o ile wybór cechy dzielącej populację jest kluczowy, o tyle sam sposób jej zdefiniowania ma mniejsze znaczenie.

Pozostała część pracy ma następującą strukturę. W części drugiej dokonano krótkiego przeglądu literatury dotyczącej estymacji wielkości szarej strefy, przy zastosowaniu metod bazujących na danych ankietowych gospodarstw domowych. W części trzeciej zaprezentowano wnioskowanie P&W [1989] wraz z modyfikacją Wangena [2005], na którym opiera się przeprowadzone w niniejszym artykule badanie. Część czwarta zawiera charakterystykę danych, zmiennych oraz sposobu dokonanej estymacji, a także opis uzyskanych rezultatów. Wnioski, zastrzeżenia oraz propozycje dalszych badań zawiera podsumowanie, które zamyka pracę.

### Przegląd literatury

P&W [1989] publikując własną metodę estymacji wielkości gospodarki nie-rejestrowanej poszerzyli i tak obszerną literaturę na temat szarej strefy. Wielu autorów nawiązywało w późniejszych badaniach do zaprezentowanego przez P&W [1989] wnioskowania, jednak jest bardzo mało prac, które dotyczyłyby *stricte* zagadnienia poruszanego w niniejszym artykule.

W metodzie P&W [1989] szara strefa definiowana jako zatajona, a tym samym nieopodatkowana część dochodów, jest estymowana w oparciu o dane ankietowe gospodarstw domowych. Przyjmuje się, że wszystkie gospodarstwa deklarują poziom wydatków na określone dobro zgodnie z prawdą, natomiast ze względu na istnienie szarej strefy tylko część z nich podaje rzeczywistą wysokość uzyskiwanych zarobków<sup>1</sup>. Kluczowy w tej metodzie jest odpowiedni wybór dobra i sposobu podziału populacji na dwie grupy: zaniżającą oraz niezaniżającą dochodów. Przyjmując określone dobro i sposób podziału próby, możliwe jest uzyskanie szacowanego poziomu rzeczywistych zarobków dla gospodarstw znajdujących się w szarej strefie. W literaturze, w zasadzie zawsze wybór pada na wydatki na żywność, natomiast kryterium, które rozdziela populację na dwie grupy jest fakt czerpania dochodów z własnej działalności. Za słusnością założenia, że osoby pracujące na własny rachunek należą do szarej strefy, przemawiają liczne badania poruszające kwestie motywacji oraz zachowań tej grupy gospodarstw domowych – chociażby Smitha [1986], na które powołują się P&W [1989], ale także m.in. Blau [1987], Parkera [1996], Schuetze'a [2000] oraz Bruce'a [2000]. We wspomnianych badaniach, wielokrotnie pojawia się konkluzja, że wyższy poziom opodatkowania skłania (zamiast pracy najemnej) do prowadzenia własnej działalności gospodarczej. Dodatkowo, wskazuje się, że osoby samozatrudnione mają większe możliwości ukrywania uzyskiwanych dochodów, co stanowi istotną zachętę wyboru tego sposobu zarobkowania. Sama możliwość unikania opodatkowania jest jedynie przesłanką twierdzenia, że grupa osób prowadzących własną działalność bardziej niż pozostałe zaniża

<sup>1</sup> Zakłada się, że nie występują inne, niż chęć ukrycia niesłusznie nieopodatkowanej części dochodów, motywacje powodujące, że zadeklarowane zarobki różnią się od faktycznie uzyskiwanych.

swój faktyczny dochód, jednak w żaden sposób nie uzasadnia założenia, że tylko ta grupa należy do szarej strefy.

Przyjęcie samozatrudnienia jako cechy determinującej przynależność do szarej strefy, prowadzi do kolejnej nietrywialnej kwestii. Ta sama cecha, może być bowiem odmiennie zdefiniowana. P&W [1989] za gospodarstwa prowadzące własną działalność uważają te, dla których jest ona źródłem co najmniej 25% całkowitego dochodu. Z kolei u Johanssona [2000] są brane pod uwagę dwa czynniki – status socjoekonomiczny głowy rodziny i podobnie jak u P&W [1989], próg istotności źródła dochodu. Jeżeli głowa gospodarstwa domowego za źródło swojego zarobkowania wskazuje samozatrudnienie, albo niezależnie od wskazanego statusu źródło to stanowi co najmniej 25% całego dochodu domostwa, Johansson [2000] takie gospodarstwo uznał za przynależne do szarej strefy. Schuetze [2002], którego celem było pokazanie różnic w stopniu zaniżania dochodu w zależności od charakterystyk demograficznych, a także branży w jakiej prowadzi działalność dane gospodarstwo, również zastosował próg istotności dochodu. Jednak zamiast 25%, za granicę przyjął 30% całkowitego dochodu gospodarstwa domowego. Hurst i in. [2010], a także Martinez [2011] do identyfikacji wykorzystali sposób zarobkowania głowy rodziny. Warto wspomnieć, że Martinez [2011] starał się uchylić założenie o niezaniżaniu dochodu przez gospodarstwa, których członkowie są pracownikami najemnymi. Modyfikacja sprowadziła się jednak jedynie do innej interpretacji otrzymanych rezultatów. Wyników nie traktowano jako absolutnego poziomu zaniżania dochodów, a jako wskaźnik w relacji do pozostałej grupy, która również zaniża zarobki, w nieznanym, ale w założeniu niższym stopniu niż gospodarstwa uzyskujące dochód w wyniku samozatrudnienia.

Wpływ różnego sposobu zdefiniowania cechy przyjętej do segmentacji populacji, został ukazany w co najmniej dwóch pracach. Johansson [2005] na przykładzie Finlandii z lat 1994-1996 zaprezentował wyniki dla dwóch sposobów definicji gospodarstw utrzymujących się w wyniku prowadzenia własnej działalności. Zgodnie z pierwszą z nich, do szarej strefy należały gospodarstwa, dla których status głowy rodziny wskazywał na samozatrudnienie, natomiast zgodnie z drugą, gospodarstwa, w których oboje małżonkowie wskazali taką formę zarobkowania. W zależności od definicji, a tym samym sposobu podziału próby, Johansson uzyskał średni stopień zaniżania dochodów na poziomie 16,5% lub 42%. Wyższy wskaźnik ukrywania zarobków przed opodatkowaniem dotyczył gospodarstw domowych, w których oboje małżonkowie czerpali dochody z własnej działalności. Udział dochodów gospodarstw, które były samozatrudnione wynosił w Finlandii w tamtym okresie około 8% PKB, stąd też ostatecznie szara strefa zawierała się w przedziale 1,3-3,2%. Również Engström i Holmlund [2006] na przykładzie Szwecji zastosowali dwa sposoby selekcji gospodarstw, utrzymujących się w wyniku prowadzenia własnej działalności. W pierwszym wariancie badania, do szarej strefy autorzy zaliczyli gospodarstwa, dla których status co najmniej jednej osoby to samozatrudnienie, natomiast w drugim założono, że co najmniej dwie osoby z gospodarstwa wskazywały taką formę zarobkowania. W obu wariantach uzyskano jednak bardzo zbliżone wyniki.

Zarówno w pracy Johanssona [2005], jak i Engströma i Holmlunda [2006], wpływ różnego sposobu podziału badanej populacji na szacowaną wielkość szarej strefy, nie stanowił głównego celu badawczego. Zastosowanie kilku definicji cechy służącej do segmentacji populacji, świadczy jednak o świadomości autorów potencjalnej wrażliwości uzyskiwanych wyników na sposób podziału próby. We wspomnianych artykułach, nie porównywano jednak ze sobą wyników dla dwóch najczęściej spotykanych w literaturze sposobów selekcji gospodarstw domowych pracujących na własny rachunek (w oparciu o procentowy próg istotności źródła zarobkowania oraz status głowy rodziny). Co do zastosowania innej niż samozatrudnienie cechy separującej populację – nie udało się odnaleźć takich prac. Znamienny jest również brak badań, nawet czysto aplikacyjnych, dokumentujących wykorzystanie metody P&W [1989] do oszacowania szarej strefy w Polsce.

### Model

Ze względu na wierne wykorzystanie w badaniu metodologii P&W [1989], z poprawką Wangena [2005], w niniejszym artykule nie poświęcono wiele miejsca szczegółowemu objaśnianiu zagadnień czysto technicznych. Zwięzła prezentacja wniosku P&W [1989] pozwoli jednak lepiej odnieść się do rezultatów przeprowadzonego badania.

Na wstępie, według przyjętego sposobu segmentacji populacji, każdemu gospodarstwu nadaje się oznaczenie zgodnie z konwencją:

$$UI_i = \begin{cases} 1 & \text{dla zaniżających dochody} \\ 0 & \text{dla niezaniżających dochodów} \end{cases} \quad (1)$$

Przyjmując  $Y'$  za dochód deklarowany,  $Y$  za dochód rzeczywisty, relację tych dwóch wielkości można przedstawić jako:

$$Y_i = k_i Y'_i \quad (2)$$

Zmienna  $k_i$  obrazuje stopień zaniżania faktycznie uzyskiwanych dochodów. Dla gospodarstw domowych, dla których  $UI_i = 1$ , należy oczekiwać, że  $k_i > 1$ , natomiast dla gospodarstw niezaniżających dochodów  $k_i = 1$ , bowiem nie przynależą one do szarej strefy, a zatem dochód deklarowany pokrywa się z dochodem rzeczywistym. Chcąc modelować zależność pomiędzy dochodami a wydatkami na określone dobra, zamiast bieżącego, w analizie należy uwzględnić dochód permanentny ( $Y_i^p$ ). Można bowiem oczekiwać, że gospodarstwa domowe mają skłonność do akumulacji części zarobków, w sytuacji gdy kształtują się one powyżej pewnego poziomu oraz finansowania bieżącej konsumpcji oszczędnościami w okresach z niskim dochodem – tj. takim, który nie pozwala na pokrycie bieżących wydatków. Przyjmując, że:

$$Y_i = p_i Y_i^p \quad (3)$$

relacja dochodu permanentnego i deklarowanego sprowadza się do:

$$\ln Y_i^p = \ln Y_i' + \ln k_i - \ln p_i \quad (4)$$

Ze względu na brak informacji na temat kształtowania się zmiennych  $p_i$  oraz  $k_i$  zakłada się że mają one rozkład log-normalny. Korzystając z tego założenia można zapisać, że:

$$\ln \bar{p} = \mu_p + \frac{1}{2} \sigma_u^2 \quad (5)$$

$$\ln \bar{k} = \mu_k + \frac{1}{2} \sigma_v^2 \quad (6)$$

Przyjmuje się, że dla zmiennej  $p_i$  średnia jest jednakowa dla obu grup gospodarstw (tj. zaniżających i niezaniżających swoje dochody), natomiast wariancje są różne. Zgodnie z przyjętym przez P&W [1989] sposobem segmentacji populacji, oczekuje się bowiem, że dochód gospodarstw prowadzących własną działalność jest bardziej zmienny, niż gospodarstw pracujących najemnie, stąd też bieżący dochód w większym stopniu odchyła się od dochodu permanentnego. Średnia dla zmiennej  $k_i$  oznaczona jako  $\bar{k}$ , stanowi wartość o jaką należy przemnożyć deklarowany poziom zarobków gospodarstw, które zaniżają swoje dochody, tak aby otrzymać rzeczywistą wartość uzyskanych dochodów. Należy zwrócić uwagę, że dla gospodarstw oznaczonych jako  $UI_i = 0$ , z przyjętego sposobu podziału populacji wynika iż  $\bar{k} = 1$ , a tym samym na podstawie równania (6) można stwierdzić, że  $\mu_k + \frac{1}{2} \sigma_v^2 = 0$ . Dla gospodarstw oznaczonych jako  $UI_i = 1$ , oczekuje się natomiast, że  $\mu_k > 0$  oraz  $\sigma_v^2 > 0$ .

Dla  $i$ -tego gospodarstwa, relację pomiędzy wydatkami na  $j$ -te dobro ( $C_{ij}$ ), a wektorem charakterystyk gospodarstwa domowego ( $Z_i$ ) oraz dochodem, można przedstawić jako:

$$\ln C_{ij} = Z_i \alpha_j + \beta_j \ln Y_i^p + \varepsilon_{ij} \quad (7)$$

Uwzględniając przyjęty sposób podziału populacji a także zaprezentowaną w równaniu (4) zależność pomiędzy dochodem permanentnym a deklarowanym, można wyprowadzić równanie postaci:

$$\ln C_{ij} = Z_i \alpha_j + \beta_j \ln Y_i' + \gamma_j UI_i + \eta_{ij} \quad (8)$$

Przyjmując subskrypty  $F$  i  $T$  jako oznaczenia gospodarstw z populacji, odpowiednio zaniżającej oraz niezaniżającej dochodów, parametr przy zmiennej dzielącej populację na dwie podgrupy sprowadza się do:

$$\gamma_j = \beta_j \left[ \mu_k^F + \frac{1}{2} (\sigma_{u_F}^2 - \sigma_{u_T}^2) \right] \quad (9)$$

Z (9) i (6) wynika, że średnia wartość zmiennej  $k$ , może zostać przedstawiona jako:

$$\ln \bar{k} = \frac{\gamma_j}{\beta_i} + \frac{1}{2}(\sigma_{v_F}^2 - \sigma_{u_F}^2 + \sigma_{u_T}^2) \quad (10)$$

W celu estymacji wariancji błędu deklarowanego dochodu i ostatecznie kalkulacji stopnia zaniżania przez wybrane gospodarstwa uzyskiwanego dochodu, korzysta się z równania postaci:

$$\ln Y'_i = \delta_1 Z_i + \delta_2 X_i + \zeta_i \quad (11)$$

gdzie  $X_i$ , to wektor zmiennych instrumentalnych.

Na podstawie (4), widać, że element  $\zeta_i$  jest składową trzech różnych rodzajów błędów: niewyjaśnionych wahań dochodu permanentnego, odchyłeń dochodu aktualnego od permanentnego oraz odchyłeń dochodu aktualnego od deklarowanego. Różnicę wariancji  $\zeta_i$  (przy oznaczeniu  $\sigma_{u_T}^2$ ) dla grup  $F$  i  $T$  przedstawia się jako:

$$\sigma_{Y_F}^2 - \sigma_{Y_T}^2 = \sigma_{u_F}^2 + \sigma_{v_F}^2 - 2 \text{cov}(u_F, v_F) - \sigma_{u_T}^2 \quad (12)$$

Dalej, P&W [1989] poprzez nieformalne wnioskowanie wyprowadzili wzory na minimalną i maksymalną wielkość  $\bar{k}$ . Przy optymalizacji wyrażenia (12),  $\sigma_{u_T}^2$  została jednak potraktowana jako parametr, a nie zmienna, stąd też podane przez autorów ostateczne wzory nie są prawidłowe. Formalnej analizy, stosując nieliniową optymalizację, dokonał Wangen [2005], dzięki czemu udało się uzyskać ostateczne wzory postaci:

$$\ln \bar{k}_{\min} = \left( \frac{\gamma}{\beta} + \frac{\sigma_{Y_T}^2}{2} \right) - \frac{\sigma_{Y_F}^2}{2\sqrt{1-\rho^2}} \quad (13)$$

$$\ln \bar{k}_{\max} = \left( \frac{\gamma}{\beta} + \frac{\sigma_{Y_T}^2}{2} \right) + \frac{\sigma_{Y_F}^2}{2\sqrt{1-\rho^2}} \quad (14)$$

gdzie:  $\rho = \text{corr}(u_F, v_F)$ .

Powyższe konstrukcje posłużyły w niniejszym badaniu do uzyskania oszacowania najpierw skali zaniżania dochodów, a następnie rozmiaru szarej strefy. Zgodnie z zaprezentowanym wnioskowaniem, średni poziom zaniżania dochodów został policzony w dwóch wariantach – wartości minimalnej ( $\hat{k}_{\min}$ ) i maksymalnej ( $\hat{k}_{\max}$ ). Rozmiar szarej strefy (w relacji do PKB) będzie zatem oszacowaniem przedziałowym. Dolne ograniczenie przedziału jest otrzymywane poprzez wykorzystanie  $\hat{k}_{\min}$  jako średniego stopnia zaniżania dochodów przez gospodarstwa należące do szarej strefy, natomiast górne poprzez zastosowanie  $\hat{k}_{\max}$ .

## Estymacja

### Dane

Badanie zostało przeprowadzone w oparciu o dane ankietowe Consumer Expenditure Survey (CES). Zbierane dla Bureau of Labour Statistics informacje służą cyklicznej rewizji wag w konstrukcji wskaźnika CPI, jednak ze względu na swoją szczegółowość mogą być również wykorzystywane w badaniu zachowań konsumenckich. Dane obejmują dochody i wydatki na określone koszyki dóbr, ale także (co kluczowe zwłaszcza w kontekście niniejszego badania) charakterystyki zarówno gospodarstw domowych jak i ich poszczególnych członków. W eksperymencie wykorzystano udostępniane przez National Bureau of Economic Research roczne ekstrakty CES<sup>2</sup>. W ekstraktach, w porównaniu z oryginalnymi danymi, pominięto informacje o niektórych zmiennych, jak również uwzględniono mniej szczegółową klasyfikację wydatków i dochodów. Mimo tych ograniczeń, dane są na tyle kompletne, że możliwe było przeprowadzenie badania.

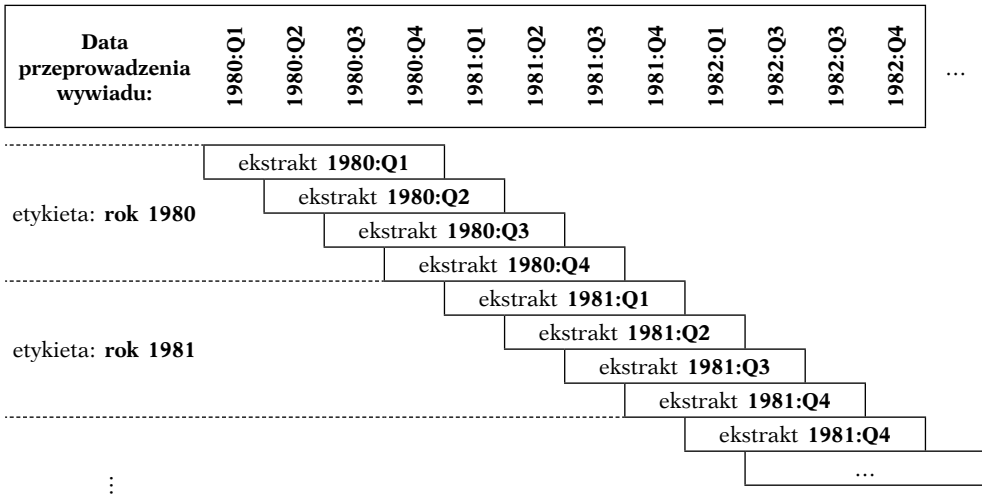
Dane CES dotyczą gospodarstw domowych zamieszkujących Stany Zjednoczone. Poszczególni respondenci są badani maksymalnie w pięciu kolejnych kwartałach. O ile wywiad przeprowadzony w pierwszym kwartale można w dużej mierze nazwać wstępnym, czysto organizacyjnym, o tyle w trakcie kolejnych wywiadów zbierane są już odpowiednie dane. Informacje o charakterystykach gospodarstw i wysokości uzyskanych w ciągu ostatnich dwunastu miesięcy dochodów pochodzą z ostatniego wywiadu. Wydatki są natomiast badane w każdym z czterech kwartałów i dotyczą ostatnich trzech miesięcy. Na tej podstawie, powstały roczne ekstrakty populacji, dla których właściwe badania rozpoczęły się w kwartałach 1980:Q1 – 1985:Q2, 1986:Q1 – 1995:Q2 oraz 1996:Q1 – 2003:Q2. Próba nie należy do najbardziej aktualnych, jednak cel jaki postawiono w artykule nie wymaga dysponowania najbardziej bieżącymi danymi. Niewątpliwą zaletą jest natomiast długość wykorzystanego szeregu czasowego, jak już bowiem wspomniano, ponad dwudziestoletni horyzont obserwacji umożliwia sprawdzenie czy określony sposób podziału próby na stałe, czy tylko epizodycznie, istotne statystycznie dzieli populację na podgrupy.

Na potrzeby badania dokonano pewnych agregacji. Roczne ekstrakty dla respondentów, dla których właściwy wywiad został rozpoczęty w tym samym roku, potraktowano jako jedną próbę i nadano im etykietę tegoż roku. Sposób agregacji prezentuje schemat 1. Dla przykładu, roczne ekstrakty z kwartałów 1980:Q1 – 1980:Q4 stanowią w badaniu rok 1980. Taki zabieg jest uzasadniony ponieważ, każda z ankietowanych grup, które rozpoczęły wywiad w tym samym roku, stanowi osobną populację. Wydaje się, że warto zrezygnować z kwartalnej częstotliwości szacowania modelu, na rzecz rocznej, ale na podstawie liczniejszego zbioru danych. Może to dodatkowo uwiarygodnić uzyskane wyniki. Takie potraktowanie danych ma jednak również pewną wadę. Każdy ekstrakt,

<sup>2</sup> [http://www.nber.org/data/ces\\_cbo.html](http://www.nber.org/data/ces_cbo.html)

zawiera informacje z czterech kolejnych kwartałów, zatem zbiór oznaczony w pracy jako rok 1980 obejmuje dane zebrane *de facto* podczas wywiadów przeprowadzonych między 1980:Q1 a 1981:Q3. Powoduje to zacieranie się granic pomiędzy faktycznymi okresami, których dotyczą informacje, o czym należy pamiętać podczas interpretacji uzyskanych wyników.

**Schemat 1**  
Sposób agregacji ekstraktów Consumer Expenditure Survey (CES)



Źródło: opracowanie własne

Autor założył, że wykorzystywane dane są reprezentatywne i mogą stanowić podstawę wnioskowania odnośnie gospodarki amerykańskiej w badanym okresie. Mając na względzie pierwotny cel zbierania danych CES (aktualizacja wag w konstrukcji wskaźnika CPI), takie założenie jest uzasadnione. CPI jest bowiem miarą cen towarów i usług nabywanych przez przeciętne gospodarstwo domowe, stąd też próba, na podstawie której są uzyskiwane wagi, musi być reprezentatywna.

### Zmienne

Na potrzeby estymacji równań (8) i (11) skonstruowano ponad 40 zmiennych socjodemograficznych oraz ekonomicznych. Szerzej, warto jedynie wspomnieć o kilku kluczowych.

W wykorzystanych ekstraktach CES, informacja o dochodach jest dostępna na poziomie całego gospodarstwa domowego, jak również na poziomie jego poszczególnych członków. Prosta agregacja dochodów wszystkich członków, nie stanowi jednak całego dochodu gospodarstwa domowego. Do poszczególnych osób przypisane są bowiem uzyskiwane dochody z pracy najmniej lub wyni-

kające z prowadzenia własnej działalności, natomiast w dochodzie całkowitym uwzględnia się również przychody z posiadanych aktywów, a także stypendia, spadki i inne źródła przychodów. W równaniach (8) i (11) wykorzystano skorygowane o podatki, całkowite dochody gospodarstwa domowego, przypadające na jedną osobę. Jeśli chodzi o wydatki na żywność z równania (8), zmienna ta również jest wartością *per capita* i uwzględnia całość poniesionych wydatków na żywność konsumowaną zarówno w domu, jak i poza nim.

Chociaż na potrzeby eksperymentu skonstruowano wiele różnych zmiennych segregujących populację, w artykule zostały zaprezentowane wyniki jedynie dla najbardziej interesujących przypadków. Dla każdego gospodarstwa domowego, zbudowano cztery zmienne binarne, zgodnie z tablicą 1. Jak wskazano w drugiej części niniejszego artykułu, istnieją badania, w których dokonano podziału badanej populacji zgodnie z konstrukcją zmiennych  $self_{v1}$  i  $self_{v2}$ . Uzasadnieniem segmentacji próby zgodnie z  $self_{v1}$  jest przekonanie, że tak wyselekcjonowane gospodarstwa domowe należy postrzegać, jako czerpiące istotną część całkowitych dochodów z prowadzenia własnej działalności. Idąc dalej, zgodnie z założeniami takie gospodarstwa zaniżają uzyskiwany dochód. Niestety, założenie, że akurat 25% całkowitego dochodu stanowi granicę kwalifikacji danego źródła przychodów jako istotnego dla domowego budżetu, jest decyzją czysto arbitralną i w zasadzie nie ma przeciwwskazań aby przyjąć inny punkt odcięcia. Należy jednak pamiętać, że ustalając poziom zbyt nisko, własna działalność może nie stanowić istotnego źródła dochodów, natomiast zbyt wysoki próg może doprowadzić do znacznego ograniczenia populacji, która w założeniu zaniża dochody.

**Tablica 1**  
Zmienne binarne segmentujące badaną populację

Zmienna segregująca	Wartość	Opis
$self_{v1} =$	1	co najmniej 25% całkowitego dochodu gospodarstwa domowego stanowią dochody z własnej działalności
	0	pozostałe przypadki
$self_{v2} =$	1	rodzaj zatrudnienia głowy gospodarstwa domowego to własna działalność
	0	pozostałe przypadki
$gov_{v1} =$	0	co najmniej 25% całkowitego dochodu gospodarstwa domowego stanowią dochody z pracy w sektorze państwowym
	1	pozostałe przypadki
$gov_{v2} =$	0	rodzaj zatrudnienia głowy gospodarstwa domowego to praca w sektorze państwowym
	1	pozostałe przypadki

Źródło: opracowanie własne

W sposobie podziału gospodarstw domowych zgodnie ze zmienną  $self_{v2}$  można dostrzec pewną przewagę w stosunku do podziału według zmiennej  $self_{v1}$ .

Można sobie bowiem wyobrazić sytuacje, w których w wyniku znaczącego zaniżania dochodów z własnej działalności, w ankiecie źródło to stanowi mniej niż 25% całkowitego dochodu gospodarstwa domowego. Zgodnie z założeniami dla zmiennej  $self_{v1}$ , takie gospodarstwo należy do populacji niezaniżającej dochodu, co jest ewidentną wadą tego podejścia. Korzystny w przypadku definicji  $self_{v2}$  może być również, ukryty w niej pewien mechanizm samoselekcji. To głowa rodziny deklaruje swój rodzaj zatrudnienia i jeżeli jest to własna działalność, taką etykietę nadaje się całemu gospodarstwu domowemu. Nawet jeżeli nie jest to źródło najwyższych dochodów, przez sam fakt, że dotyczy głowy rodziny, jest istotnym źródłem. Bez trudu można jednak wskazać przypadki, w których to zastosowanie zmiennej  $self_{v1}$  jest bardziej zasadne niż  $self_{v2}$ , albo przypadki kiedy to obie są nieprawidłowe. Potwierdza to jedynie, że wybór sposobu podziału populacji nie jest sprawą trywialną.

Na bardzo podobnej zasadzie opiera się konstrukcja dwóch pozostałych zmiennych segregujących. Różnica polega na zastosowaniu innej cechy dzielącej populację na dwie grupy. Czerpanie istotnej części dochodów (25% całkowitych dochodów gospodarstwa) z pracy w sektorze państwowym (zmienna  $gov_{v1}$ ) bądź wskazanie takiego źródła dochodów przez głowę rodziny (zmienna  $gov_{v2}$ ), determinuje przynależność do populacji niezaniżającej zarobków. Jak już wcześniej wspomniano, autor nie napotkał w literaturze badania, w którym wykorzystano tę cechę do segmentacji populacji. Do sektora państwowego w niniejszym artykule zaliczono m.in. administrację publiczną, służby mundurowe i wszystkie inne przedsiębiorstwa, w których pracodawcę stanowi szeroko rozumiane państwo.

## Metoda

Opisany w poprzedniej części model estymowano osobno dla każdego roku próby. W literaturze najczęściej wykorzystuje się do tego celu dwustopniową (2MNK) bądź zwykłą metodę najmniejszych kwadratów (MNK). W obrębie zainteresowania autora również pozostawały te dwie metody, przy czym wybór zależał od wyniku testu Hausmana na egzogeniczność zmiennych objaśniających w równaniu (7). Jeżeli zmienne są egzogeniczne, estymatory oszacowane zgodnie z MNK są nieobciążone, w przeciwnym przypadku, niektóre zmienne należy traktować jako endogeniczne a słuszną metodą estymacji jest 2MNK.

W celu ukazania wpływu zastosowania różnych sposobów segmentacji populacji na uzyskiwaną wielkość szarej strefy, nie ograniczono się jedynie do estymacji stopnia zaniżania dochodów, ale zaprezentowano również wyniki w relacji do PKB. Jak wcześniej wskazano, autor założył, że próba, na podstawie której dokonano estymacji jest w pełni reprezentatywna i w istocie, wartości względne mogą być traktowane jako charakterystyczne dla całej gospodarki. Dla wszystkich wariantów badania, próbę stanowiła ta sama populacja.

Uzyskanie zbiorowości, na której dokonano estymacji nie wymagało eliminacji wielu obserwacji z oryginalnych danych CES. Poza standardowym czyszczeniem danych i odrzuceniem rekordów z ewidentnymi niespójnościami, z próby sta-

rano się wykluczyć jedynie gospodarstwa, które w jakimkolwiek stopniu wytwarzają żywność. Dla takich przypadków szacowana relacja pomiędzy dochodami a wydatkami na żywność może być zaburzona, ze względu na prawdopodobną konsumpcję części z produkowanych dóbr. W literaturze, w podobnych badaniach, tego rodzaju wykluczenie jest często spotykaną praktyką [Johansson, 2000], [Schuetze, 2002], [Johansson, 2005], [Martinez, 2011] i nie budzi kontrowersji.

W tabelicy 2 zostały podane podstawowe charakterystyki opisowe próby, na której dokonano estymacji. Liczebność dla całego okresu, obejmującego lata 1980-2003 wyniosła ostatecznie ponad 103 tys. obserwacji. Na podstawie zestawienia zawartego w tabeli nr 2 warto zwrócić uwagę na dwie kwestie. Po pierwsze, dla zmiennych separujących próbę  $self_{v1}$  oraz  $self_{v2}$ , to gospodarstwa prowadzące własną działalność, czyli w założeniu należące do szarej strefy, średnio zarabiają więcej niż pozostałe gospodarstwa. W przypadku zmiennych  $gov_{v1}$  oraz  $gov_{v2}$  odwrotnie – gospodarstwa zatrudnione w sektorze państwowym, czyli w założeniu nie należące do szarej strefy średnio uzyskują wyższy dochód niż pozostałe gospodarstwa. Po drugie, charakterystyczne jest, że niezależnie od zastosowanej zmiennej dzielącej populację, gospodarstwa należące do szarej strefy średnio wydają na żywność, procentowo większą część swoich odcho- dów, niż gospodarstwa nie należące do szarej strefy. W przypadku samozatrudnienia jako kryterium podziału próby, połączenie wyższych dochodów i jednocześnie większego udziału wydatków na żywność w domowym budżecie, jest rezultatem nieoczekiwanym. Zwłaszcza w kontekście prawa Engla, sugerującego że wraz ze wzrostem dochodów udział wydatków na pożywienie w wydatkach ogółem powinien się zmniejszać. Otrzymanie wyników sprzecznych z prawem Engla, przy założeniu że informacje o wydatkach na żywność są wiarygodne, może być postrzegane jako potwierdzenie przypuszczenia, że gospodarstwa samozatrudnione deklarują poziom dochodów niższy niż faktycznie uzyskiwany.

**Tablica 2**

Wybrane charakterystyki danych wykorzystanych w estymacji

Zmienna segregująca	$self_{v1}$		$self_{v2}$		$gov_{v1}$		$gov_{v2}$	
	0	1	0	1	0	1	0	1
Wartość	0	1	0	1	0	1	0	1
Liczebność	98 741	4 883	96 929	6 695	15 885	87 739	13 292	90 332
$\ln(\bar{Y}_i)$	9,16	9,37	9,16	9,36	9,37	9,14	9,35	9,15
$\ln(\bar{C}_i)$	7,14	7,34	7,14	7,39	7,18	7,15	7,17	7,15

Źródło: obliczenia własne

## Wyniki

W celu dokonania wyboru pomiędzy MNK i 2MNK jako metodą estymacji wielkości szarej strefy, zweryfikowano hipotezę o egzogeniczności zmiennych objaśniających w równaniu (7). Przyjmując 1% poziom istotności, hipoteza

została odrzucona, co oznacza, że estymatory uzyskiwane przy użyciu MNK są obciążone. W badaniu autor zastosował zatem dwustopniową metodę najmniejszych kwadratów.

Zgodnie z zaprezentowanym w części trzeciej niniejszego artykułu wniosko- waniem, dla każdego sposobu podziału populacji, oszacowano średnią wielkość zmiennej, określającej stopień zaniżania uzyskiwanych dochodów ( $\bar{k}$ ), w dwóch wersjach – wartości minimalnej ( $\bar{k}_{min}$ ) i maksymalnej ( $\bar{k}_{max}$ ). W badaniu ograniczono się do przypadków, dla których korelacja we wzorach (13) i (14) jest równa zero, co znacząco upraszcza analizę. Uwzględnienie niezerowych kore- lacji, generuje dodatkowy problem uzasadnienia arbitralnie przyjętych warto- ści, bowiem nie są one możliwe do uzyskania na bazie danych empirycznych. W opinii autora, a nie ma potrzeby mnożenia dodatkowych przypadków, a cel badawczy może być osiągnięty przy przyjętych ograniczeniach.

W prezentowanych wynikach (tablice 3 i 4) dla każdego roku próby, podano wartości średniego stopnia zaniżania dochodów ( $\bar{k}$ ), bądź określono przyczynę braku takiej wartości – może to być nieistotność  $\beta_j$  i/lub  $\gamma_j$  w równaniu (8). W tym celu weryfikowano hipotezy postaci:

$$H_0: \beta_j = 0 \quad (15)$$

$$H_0: \gamma_j = 0 \quad (16)$$

Nieistotność  $\gamma_j$  oznacza, że przyjęta zmienna segmentująca, w sposób nie- wystarczający bądź nieprawidłowy dzieli populację na dwie podgrupy, które w założeniu miały wyraźnie różnić się pod względem relacji dochody – wydatki. Nieistotność  $\beta_j$  wydaje się wręcz nieprawdopodobna, gdyż oznacza brak wpływu dochodów na wydatki na żywność.

Na podstawie tablicy 3 należy stwierdzić, że zarówno przy wykorzystaniu zmiennej  $self_{v1}$  jak i  $self_{v2}$  parametr,  $\beta_j$  z kilkoma wyjątkami, okazywał się istotny statystycznie, już przy 1% poziomie istotności. Przy takim poziomie, wielokrot- nie nie było podstaw do odrzucenia hipotezy (16) o nieistotności parametru  $\gamma_j$ , akceptując jednak 10% poziom istotności, to  $\gamma_j$  przyjmuje, nawet częściej niż  $\beta_j$ , wartości istotnie różne od zera. Częstotliwość braku podstaw do odrzucenia hipotezy (16) sugeruje, że zmienna segregująca  $self_{v2}$ , wyraźniej niż  $self_{v1}$  roz- dziela populację. Jeśli chodzi o zmienną  $\bar{k}$ , na przestrzeni badanego okresu, wartości zarówno dla  $\bar{k}_{min}$  jak i  $\bar{k}_{max}$  potrafią zmieniać się skokowo z roku na rok i średnio wahania charakteryzują się dużym odchyleniem standardowym. Wiarygodność wyników uzyskanych dla lat 1985, 1995 oraz 2003 jest dodat- kowo ograniczona, ze względu na mniej liczną, w porównaniu z pozostałymi latami, próbę wykorzystaną w estymacji. Dla tych lat dostępne są bowiem jedynie dane z dwóch kwartałów, podczas gdy dla pozostałych lat ze wszyst- kich czterech kwartałów. Wątpliwości mogą budzić zwłaszcza oszacowania dla 2003 roku dla zmiennej  $self_{v1}$ , ponieważ tak wysokie wartości, w całej próbie nigdy wcześniej nie były uzyskiwane.

**Tablica 3**  
**Wyniki estymacji dla  $self_{v1}$  i  $self_{v2}$**

<i>i</i>	$self_{v1}$					$self_{v2}$				
	$\beta_j$	$\gamma_j$	$\bar{k}_{\min}^i$	$\bar{k}_{\max}^i$	$\Delta$	$\beta_j$	$\gamma_j$	$\bar{k}_{\min}^i$	$\bar{k}_{\max}^i$	$\Delta$
1980	***					***				
1981	***						*			
1982	***	***	1,30	1,94	0,64	***	***	1,19	1,89	0,70
1983		***				***	***	1,53	2,41	0,88
1984	***	**	1,22	1,84	0,62	***	***	1,34	2,08	0,73
1985	***	***	1,42	2,18	0,76	***	***	1,45	2,23	0,78
1986	***	***	1,38	2,07	0,69	***	***	1,52	2,50	0,97
1987	***	*	1,02	1,82	0,79	***	***	1,11	1,92	0,81
1988	***	***	1,25	1,88	0,63	***	***	1,22	2,03	0,81
1989	***	***	1,20	1,86	0,66	***	***	1,32	1,99	0,67
1990	***	**	1,05	1,71	0,66	***	***	1,19	1,98	0,79
1991		***					**			
1992		***				***	***	1,22	1,86	0,64
1993	***					***	**	1,04	1,70	0,66
1994	***	***	1,25	1,90	0,65	***	***	1,53	2,38	0,86
1995	***					***	**	1,70	2,35	0,64
1996	***	***	1,43	2,38	0,94	***	***	1,45	2,54	1,10
1997	***	***	1,28	2,02	0,74	***	***	1,11	2,00	0,89
1998	***	***	1,45	2,39	0,94		***			
1999	***	***	1,26	2,19	0,93	***	***	1,32	2,18	0,85
2000		***				***	***	1,82	3,09	1,28
2001	***					***	***	1,17	1,99	0,82
2002	***	**	1,25	2,16	0,91	***	***	1,57	2,86	1,29
2003	***	**	1,76	3,07	1,30	***	**	1,44	2,61	1,17
$\bar{k}_{\alpha}^{1980-2003}$			1,30	2,08				1,36	2,23	
<i>SD</i>			0,17	0,33				0,21	0,36	

Uwagi: oznaczenia \*, \*\* oraz \*\*\* symbolizują statystyczną istotność na poziomie odpowiednio 10%, 5% i 1%.

$$\Delta = \bar{k}_{\max} - \bar{k}_{\min}$$

$$\bar{k}_{\alpha}^{1980-2003} = \frac{1}{24} \sum_{i=1980}^{2003} \bar{k}_{\alpha}^i \text{ gdzie } i \in \{1980, \dots, 2003\} \text{ oraz } \alpha = \{\min, \max\}$$

$$SD - \text{odchylenie standardowe: } \sqrt{\frac{1}{24} \sum_{i=1980}^{2003} (\bar{k}_{\alpha}^i - \bar{k}_{\alpha}^{1980-2})^2}$$

Źródło: obliczenia własne

Na dużym poziomie ogólności należy stwierdzić, że średnio dla  $self_{v2}$  uzyskano wyższe wartości zmiennej  $\bar{k}$ . Do porównań wyników kształtowania się oszacowanego stopnia zaniżania uzyskiwanych dochodów dla poszczególnych

sposobów podziału próby, przydatna będzie konstrukcja przedziału dla  $\bar{k}$ . Przedział rozumiany jako:

$$\bar{k} \in (\bar{k}_{\min}; \bar{k}_{\max}) \quad (17)$$

zawiera wszystkie wartości jakie może przyjąć  $\bar{k}$ , bowiem z dołu ograniczony jest przez minimalną, a z góry maksymalną wartość  $\bar{k}$ . Ograniczając się do okresów, dla których dostępne są oszacowania dla obu zmiennych segregujących (z dodatkowym wykluczeniem roku 2003), uśredniony<sup>3</sup> przedział dla  $\bar{k}$ , przy podziale populacji zgodnie z  $self_{v1}$  wynosi  $\langle 1,26; 2,00 \rangle$  natomiast przy  $self_{v2}$   $\langle 1,33; 2,20 \rangle$ . Przedziały dla poszczególnych okresów dla  $self_{v2}$  (za wyjątkiem roku 1999 oraz wątpliwego 2003), są ponadto znacznie szersze niż dla  $self_{v1}$ . Jednak już dla obu zmiennych można zaobserwować, że po 1995 roku średnia rozpiętość przedziałów uległa wyraźnemu zwiększeniu.

Tablica 4 zawiera zestawienie dla zmiennych grupujących  $gov_{v1}$  oraz  $gov_{v2}$ . W obu przypadkach parametr  $\beta_j$  jest istotny statystycznie dla wszystkich lat, za wyjątkiem 1980 roku. Co charakterystyczne, za każdym razem już przy poziomie istotności 1%. Parametr  $\gamma_j$  jest istotny dla  $gov_{v1}$  w 19 przypadkach, z czego tylko w 9 przy poziomie istotności 1%, dla  $gov_{v2}$  takich sytuacji jest odpowiednio 15 i 6. W obrębie tej cechy segmentującej populację należy zatem uznać, że zmienna  $gov_{v1}$  wyraźniej dzieli gospodarstwa pod względem różnic w relacji dochodów i wydatków.

**Tablica 4**  
Wyniki estymacji dla  $gov_{v1}$  i  $gov_{v2}$

<i>i</i>	<i>gov<sub>v1</sub></i>					<i>gov<sub>v2</sub></i>				
	$\beta_j$	$\gamma_j$	$\bar{k}_{\min}^i$	$\bar{k}_{\max}^i$	$\Delta$	$\beta_j$	$\gamma_j$	$\bar{k}_{\min}^i$	$\bar{k}_{\max}^i$	$\Delta$
1980		*					**			
1981	***	***	1,24	1,66	0,42	***	***	1,19	1,59	0,40
1982	***	***	1,15	1,58	0,43	***	**	1,10	1,51	0,40
1983	***	**	1,04	1,43	0,38	***				
1984	***	***	1,15	1,60	0,46	***	**	1,13	1,57	0,44
1985	***					***				
1986	***	***	1,16	1,66	0,50	***	***	1,22	1,73	0,51
1987	***	**	1,09	1,56	0,47	***	**	1,04	1,48	0,43
1988	***	**	1,09	1,55	0,46	***				

<sup>3</sup> Najpierw, dla każdego roku próby, zgodnie z (17) uzyskano przedziały, a następnie policzono średnią wartość dolnego i górnego ograniczenia przedziałów. Tak otrzymane wartości stanowią ograniczenia, uśrednionego dla danego okresu, przedziału dla  $\bar{k}$ . Mając zatem, dla każdego roku próby przedziały postaci  $\bar{k}^i \in \langle \bar{k}_{\min}^i; \bar{k}_{\max}^i \rangle$  gdzie *i* jest oznaczeniem roku  $i \in \{1980, \dots, 2003\}$ , uśredniony dla całej próby przedział uzyskuje się w sposób następujący:

$$\bar{k}^{1980-2003} \in \left( \frac{1}{24} \sum_{i=1980}^{2003} \bar{k}_{\min}^i; \frac{1}{24} \sum_{i=1980}^{2003} \bar{k}_{\max}^i \right).$$

cd. tablicy 4

<i>i</i>	<i>gov<sub>v1</sub></i>					<i>gov<sub>v2</sub></i>				
	$\beta_j$	$\gamma_j$	$\bar{k}_{\min}^i$	$\bar{k}_{\max}^i$	$\Delta$	$\beta_j$	$\gamma_j$	$\bar{k}_{\min}^i$	$\bar{k}_{\max}^i$	$\Delta$
1989	***	***	1,15	1,62	0,46	***	***	1,16	1,62	0,45
1990	***	***	1,06	1,49	0,42	***	*	1,05	1,46	0,41
1991	***	***	1,08	1,52	0,44	***	*	1,01	1,41	0,40
1992	***	**	1,05	1,45	0,40	***				
1993	***					***				
1994	***	***	1,23	1,72	0,50	***	***	1,26	1,76	0,51
1995	***					***				
1996	***	**	1,15	1,67	0,52	***	***	1,11	1,61	0,50
1997	***	*	1,01	1,47	0,45	***	**	1,04	1,50	0,46
1998	***	**	1,09	1,65	0,56	***	*	1,09	1,64	0,55
1999	***	**	1,10	1,60	0,50	***	*	1,07	1,55	0,48
2000	***	***	1,07	1,54	0,48	***	***	1,18	1,70	0,52
2001	***					***				
2002	***	*	1,00	1,46	0,46	***				
2003	***					***				
$\bar{k}_{\alpha}^{1980-2003}$			1,11	1,57				1,12	1,58	
<i>SD</i>			0,07	0,09				0,07	0,10	

Uwagi: oznaczenia \*, \*\* oraz \*\*\* symbolizują statystyczną istotność na poziomie odpowiednio 10%, 5% i 1%.

$$\Delta = \bar{k}_{\max} - \bar{k}_{\min}$$

$$\bar{k}_{\alpha}^{1980-2003} = \frac{1}{24} \sum_{i=1980}^{2003} \bar{k}_{\alpha}^i \text{ gdzie } i \in \{1980, \dots, 2003\} \text{ oraz } \alpha = \{\min, \max\}$$

$$SD - \text{odchylenie standardowe: } \sqrt{\frac{1}{24} \sum_{i=1980}^{2003} (\bar{k}_{\alpha}^i - \bar{k}_{\alpha}^{1980-2})^2}$$

Źródło: obliczenia własne

Dla zmiennych segregujących  $gov_{v1}$  i  $gov_{v2}$  oszacowane wartości średniego stopnia zaniżania uzyskiwanych dochodów są bardzo zbliżone. Usredniony przedział<sup>4</sup> dla  $\bar{k}$  przy podziale próby zgodnie z  $gov_{v1}$  wynosi bowiem  $\langle 1,12; 1,60 \rangle$ , natomiast przy wykorzystaniu  $gov_{v2}$  jest niemal identyczny:  $\langle 1,12; 1,58 \rangle$ . Rozpiętości przedziałów dla poszczególnych lat są porównywalne dla obu zmiennych segregujących. Podobnie jak przy zastosowaniu zmiennych  $self_{v1}$  oraz  $self_{v2}$  średnia szerokość przedziałów  $\bar{k}$ , nieznacznie się zwiększa, jednak w tym przypadku za granicę można uznać rok 1994.

Porównując wyniki zaprezentowane w tablicach 3 i 4 należy stwierdzić, że spośród wszystkich zmiennych segregujących to  $self_{v2}$  zdecydowanie najczęściej i przy przyjęciu niższych poziomów istotności, wyraźnie dzieli badaną

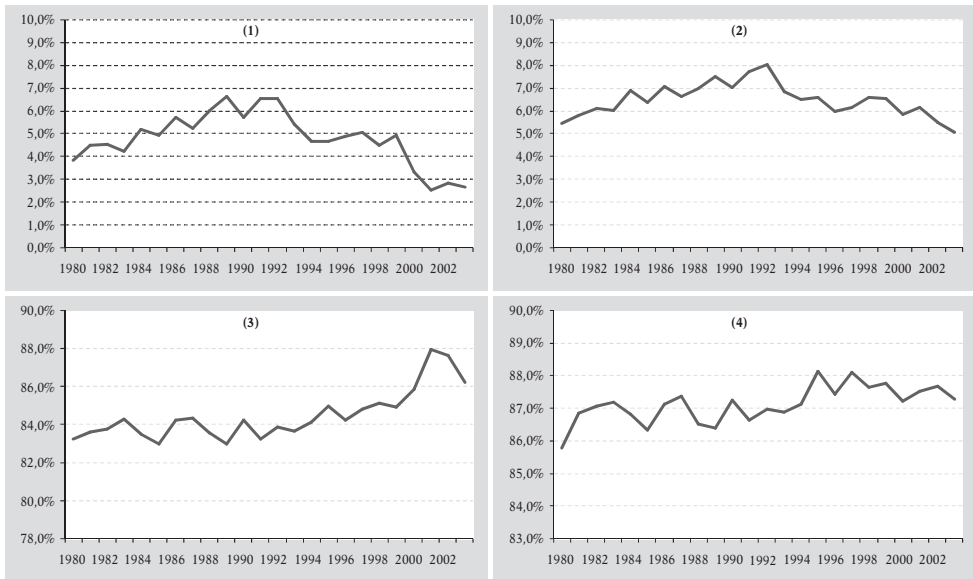
<sup>4</sup> Ponownie ograniczając się do okresów, dla których dostępne są oszacowania dla obu definicji zmiennych segregujących.

populację. Ponadto, zgodnie z oczekiwaniami, oszacowany stopień zaniżania dochodów dla gospodarstw prowadzących własną działalność jest zdecydowanie wyższy niż dla gospodarstw domowych nie uzyskujących dochodów z pracy w sektorze państwowym.

Poza standardową estymacją wielkości zmiennej odzwierciedlającej skalę zaniżania uzyskiwanego dochodu, pokazano również wpływ przyjęcia różnych definicji zmiennej segregującej (a tym samym różnego sposobu podziału próby), na rozmiar szarej strefy w relacji do PKB. Udział gospodarki nierejestrowanej w PKB uzyskano poprzez odniesienie zatajonej części dochodów do sumy zadeklarowanych dochodów. Na tak zdefiniowany rozmiar szarej strefy mają wpływ dwa czynniki. Pierwszym jest stopień zaniżania dochodów przez gospodarstwa działające w szarej strefie ( $\bar{k}$ ), natomiast drugim, udział liczby takich gospodarstw w całkowitej liczbie gospodarstw domowych. Przedstawione na wykresach 1-4 udziały, dla każdej zastosowanej zmiennej segregującej zmieniają się w czasie, co należy mieć na uwadze interpretując ostateczne wyniki.

#### Wykresy 1-4

Udział liczby gospodarstw domowych, w założeniu należących do szarej strefy, w całkowitej liczbie gospodarstw domowych: (1) – dla zmiennej  $self_{v1}$ ; (2) – dla zmiennej  $self_{v2}$  (3) – dla zmiennej  $gov_{v1}$ ; (4) – dla zmiennej  $gov_{v2}$



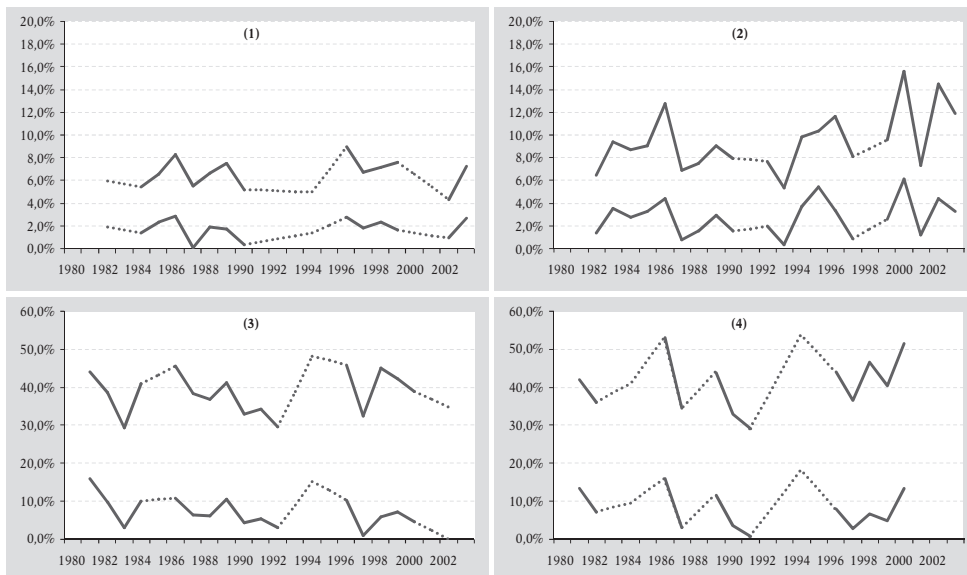
Źródło: obliczenia własne

Na podstawie wykresów 5-8 widać że różne definicje zmiennych segregujących przekładają się na odmienne oszacowania rozmiaru szarej strefy. W zależności od roku próby uzyskiwano różne wielkości, jednak średnio w badanym okresie dla  $self_{v1}$  szara strefa zawierała się w przedziale (1,8%; 6,6%), dla  $self_{v2}$  (2,8%; 9,5%), dla  $gov_{v1}$  (7,2%; 38,9%), natomiast dla  $gov_{v2}$  (8,5%; 42,0%). Na

uwagę zasługuje również rozpiętość oszacowań. Przedziały są bardzo szerokie, co widać zwłaszcza w przypadku zmiennych  $gov_{v1}$  i  $gov_{v2}$ . Rezultat, jakoby wielkość szarej strefy zawiera się w przedziale od kilku do kilkudziesięciu procent PKB, jest informacją mało przydatną.

### Wykresy 5-8

Szacowany rozmiar szarej strefy w relacji do rejestrowanego PKB: (1) – dla zmiennej  $self_{v1}$ ; (2) – dla zmiennej  $self_{v2}$  (3) – dla zmiennej  $gov_{v1}$ ; (4) – dla zmiennej  $gov_{v2}$



Uwagi: w okresach, dla których nie uzyskano rozmiaru szarej strefy linią przerywaną połączono obserwacje dwóch najbliższych okresów, dla których dysponowano oszacowaniem.

Źródło: obliczenia własne

Analizując wykresy 5-8 można wysnuć wniosek, że wielkość szarej strefy w każdym przypadku utrzymuje się na względnie stabilnym poziomie. Występują pojedyncze skoki, a przedziały są bardzo szerokie, jednak nie widać wyraźnego trendu zmian. W kontekście spadku udziału gospodarstw domowych, które zaniżają swój dochód zgodnie z definicją zmiennej  $self_{v1}$ , warto zauważyć, że co prawda jest relatywnie mniej takich gospodarstw, jednak średnio bardziej zaniżają one swój dochód niż w okresach poprzednich. Dla pozostałych zmiennych, ewentualne wnioski nie są tak jednoznaczne.

### Podsumowanie

W wielokrotnie wykorzystywanej w literaturze metodzie estymacji szarej strefy zgodnie z wnioskowaniem P&W [1989], przyjmuje się wiele założeń. Zakłada się m.in. że jedynym czynnikiem powodującym, iż deklarowana wyso-

kość dochodów różni się od faktycznie osiągniętych, jest chęć ukrycia faktu, że dane gospodarstwo część dochodów uzyskuje w ramach szarej strefy. Przyjmuje się że wszystkie gospodarstwa podają wysokość wydatków na żywność zgodnie z prawdą, a także że dysponuje się określonym kryterium pozwalającym na rozróżnienie, które gospodarstwo należy do szarej strefy a które nie. Każde z wymienionych założeń może być poddane krytyce. Niestety, podobnie jest w przypadku dowolnej metody szacowania rozmiarów gospodarki nierejestrowanej. Konieczność przyjęcia wielu, często czysto arbitralnych założeń wynika bezpośrednio z charakteru badanego zjawiska. Co więcej, istnieją również argumenty poddające w wątpliwość już samą koncepcję uzyskania szarej strefy, zgodnie z określoną metodą. W przypadku metody P&W [1989], Hurst i in. [2010] wskazują chociażby na inne czynniki niż samo zaniżanie uzyskiwanego dochodu, które mogą powodować różnice w relacjach pomiędzy dochodami a wydatki, dla dwóch badanych grup. Nie bez znaczenia jest efekt różnej liczby przepracowanych godzin a także niekiedy odmiennych definicji dochodów osób samozaradnionych i pracowników najemnych.

W niniejszej pracy skupiono się jedynie na założeniu dotyczącym kryterium rozdzielającym próbę na grupę osób przynależnych do szarej strefy i poza nią. W świetle przeprowadzonego badania wynika, że sposób podziału populacji ma duży wpływ na estymowaną wielkość szarej strefy. Dla różnych sposobów segmentacji próby uzyskiwano odmienne oszacowania rozmiaru gospodarki nierejestrowanej. Szara strefa w relacji do PKB dla gospodarki amerykańskiej w okresie 1980-2003, w zależności od sposobu zdefiniowania samozatrudnienia jako cechy rozdzielającej populację (procentowy udział źródła dochodu w dochodach ogółem lub status głowy rodziny) zawierała się w przedziałach  $\langle 1,8\%; 6,6\% \rangle$  lub  $\langle 2,8\%; 9,5\% \rangle$ . Dla zaproponowanego w pracy kryterium podziału próby w postaci zatrudnienia w sektorze państwowym, również w zależności od sposobu selekcji takich gospodarstw, przedziały wynosiły odpowiednio  $\langle 7,2\%; 38,9\% \rangle$  oraz  $\langle 8,5\%; 42,0\% \rangle$ . Na podstawie oszacowanych przedziałów należy stwierdzić, że wybór cechy do segmentacji populacji (samozatrudnienie vs. zatrudnienie w sektorze państwowym) jest kluczowy, bowiem w zależności od zastosowanego kryterium górna granica szarej strefy w relacji do PKB kształtowała się poniżej 10% lub w okolicach 40%. Z kolei sam sposób zdefiniowania wybranej cechy (procentowy udział źródła dochodu lub status głowy rodziny), ma mniejsze znaczenie, bowiem wyniki dla obu definicji są zbliżone. Ostateczne wnioski zostały zatem sformułowane następująco:

- i. w obrębie tego samego kryterium podziału populacji, różne definicje generują zbliżone oszacowania rozmiaru szarej strefy w relacji do PKB,
- ii. wybór cechy, a nie samej definicji w jej obrębie, decyduje o estymowanej wielkości szarej strefy.

Należy podkreślić, że celem niniejszej pracy nie było uzasadnienie wyboru określonej cechy, jej konkretnej definicji, ani nawet przekonanie o słuszności zaproponowanego założenia o segmentacji populacji w oparciu o fakt uzyskiwania dochodów z pracy w sektorze państwowym. Artykuł miał na celu zbadanie wpływu różnych sposobów podziału próby na estymowaną wielkość

szarej strefy. Zastosowane w badaniu kryteria segmentacji nie są jedynymi, które można wykorzystać we wnioskowaniu P&W [1989]. Ponadto o ile w ogóle możliwe, ciężko jest jednoznacznie wskazać, które spośród nich lepiej identyfikuje gospodarstwa uzyskujące dochód w ramach szarej strefy. Słuszny jest zatem kierunek obrany w pracy Licharda i in. [2012], w której to autorzy podobnie jak P&W [1989] szacują rozmiar szarej strefy w oparciu o dane ankietowe gospodarstw domowych, ale próbują uniknąć sztywnych założeń dotyczących segmentacji populacji.

**Tablica 5**

**Prezentowane w literaturze wyniki estymacji wielkości szarej strefy dla USA**

Badanie	Metoda	Okres	Udział szarej strefy w PKB
Lackó [1999]	analiza zużycia energii elektrycznej	1990	10,5%
Schneider, Enste [2000]	analiza zużycia energii elektrycznej oraz metoda popytu na pieniądź gotówkowy	1990-1993	8-10%
		1994-1995	9,2%
	metoda popytu na pieniądź gotówkowy	1995	9,5%
		1996-1997	8,8%
Schneider [2006]	dynamic multiple-indicators multiple causes (model DYMIMIC) oraz metoda popytu na pieniądź gotówkowy	1999-2000	8,7%
		2001-2002	8,7%
		2002-2003	8,4%

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Lackó [1999, tabela 9, s. 31], Schneider, Enste [2000, tabele 2, 3, 7, s. 80, 81, 104], Schneider [2006, tabela 3.2.5, s. 26]

Uzyskane oszacowania rozmiaru szarej strefy dla gospodarki amerykańskiej w okresie 1980-2003, warto porównać z wynikami innych badań. W tablicy 5 zawarto rezultaty estymacji z kilku wybranych prac. Należy zwrócić uwagę, że metodologie tych badań różnią się od metody zastosowanej w niniejszym artykule. Nie stanowi to jednak problemu, a wręcz przeciwnie. Jeżeli wyniki okazują się zbliżone bez względu na wykorzystaną metodę badawczą, uwiarygodnia to oszacowaną wielkość szarej strefy. Na podstawie porównania należy stwierdzić, że uzyskana w niniejszym badaniu maksymalna wartość szarej strefy, dla samozatrudnienia jako kryterium podziału populacji, a zwłaszcza dla wariantu ze statusem głowy rodziny jako sposobem selekcji gospodarstw pracujących na własny rachunek, jest zbliżona do oszacowań uzyskanych przez innych badaczy. Wyniki wskazują, że wielkość szarej strefy dla gospodarki amerykańskiej w latach 1980-2003 kształtowała się w okolicach 9-10%. Otrzymany zatem w jednym z wariantów niniejszego badania rezultat jakoby rozmiar szarej strefy mógł oscylować nawet w okolicach 40%, należy uznać za mało prawdopodobny.

## Bibliografia

- Blau D., [1987], *A Time-Series Analysis of Self-Employment in the United States*, „Journal of Political Economy”, 95, s. 445-468.
- Bruce D., [2000], *Effects of the United States tax system on transitions into self-employment*, „Labour Economics”, 95, s. 545-574.
- Engström P., Holmlund B., [2006], *Tax Evasion and Self-Employment in a High-Tax Country: Evidence from Sweden*, „Applied Economics”, 41, s. 2419-2430.
- Hurst E., Li G., Pugsley B., [2010], *Are Household Surveys Like Tax Forms: Evidence from Income Underreporting of the Self Employed*, NBER Working Papers, 16527.
- Johansson E., [2000], *An Expenditure-Based Estimation of Self-Employment Income Underreporting in Finland*, Swedish School of Economics and Business Administration Working Papers, 433.
- Johansson E., [2005], *An estimate of self-employment income underreporting in Finland*, „Nordic Journal of Political Economy”, 31, s. 99-109.
- Lackó M., [1999], *Do Power Consumption Data Tell the Story? Electricity Intensity and Hidden Economy in Post-Socialist Countries*, Budapest Working Papers on the Labor Market, 9902.
- Lichard T., Hanousek J., Filer R.K., [2012], *Measuring the Shadow Economy: Endogenous Switching Regression with Unobserved Separation*, IZA Discussion Papers, 6901.
- Martinez D., [2011], *How different are the Spanish self-employed workers by underreporting their incomes?*, Ivie Working Papers, WP-EC:2011-09.
- Parker S., [1996], *A Time Series Model of Self-employment under Uncertainty*, „Economica”, 65, s. 459-75.
- Pissarides C., Weber G., [1989], *An expenditure-Based Estimate of Britain's Black Economy*, „Journal of Public Economics”, 39, s. 17-32.
- Schneider F., Enste D., [2000], *Shadow economies: Size, causes, and consequences*, „The Journal of Economic Literature”, 30(1), s. 77-114.
- Schneider F., [2006], *Shadow Economies of 145 Countries all over the World: What Do We Really Know?*, Hidden in Plain Sight: Microeconomic Measurement of the Informal Economy, materiał z konferencji, Londyn 4-5 września 2006.
- Schuetze H., [2000], *Taxes, Economic Conditions And Recent Trends in Male Self-Employment: A Canada-U.S. Comparison*, „Labour Economics”, 7, s. 507-544.
- Schuetze H., [2002], *Profiles of Tax Noncompliance Among the Self-Employed in Canada: 1969-1992*, Canadian Public Policy, 28:219-237
- Wangen K.R., [2005], *An Expenditure Based Estimate of Britain's Black Economy Revised*, Statistics Norway Discussion Papers, 414.

---

## POPULATION SEGMENTATION AND THE ESTIMATED SIZE OF THE SHADOW ECONOMY

### Summary

The article aims to ascertain how different assumptions about population segmentation affect the estimated size of the shadow economy, measured according to a method proposed for the first time by Pissarides and Weber [1989].

The method uses household survey data and applies a set of criteria to divide the population into households that operate fully legally in the formal, registered segment of the economy and those that generate incomes in the unregistered, tax-evading segment of the economy, referred to as the shadow economy.

The author measures the size of the shadow economy by modeling the relationship between income and expenses. He looks at how measurements can be affected by the use of different definitions of a specific set of criteria and also comes up with a set of completely different criteria for dividing the population than those usually proposed in the literature on the subject.

A study based on U.S. data (Consumer Expenditure Survey) for the 1980-2003 period shows that the way in which the population is divided is of fundamental importance to estimating the size of the shadow economy with the Pissarides and Weber [1989] method, Dymarski says. Depending on the segmentation criterion, estimates varied significantly. The upper limit for the size of the shadow economy as a percentage of GDP ranged from under 10% to around 40%. However, findings by other authors suggest that the 40% level is improbable, according to Dymarski.

The author also argues that the criterion on the basis of which the population is divided is far more important than the definitions used.

**Keywords:** shadow economy, expenditure function, self-employment

**JEL classification codes:** D12, H26, O17

---