



**AgEcon** SEARCH  
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

*The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library*

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

*No endorsement of AgEcon Search or its fundraising activities by the author(s) of the following work or their employer(s) is intended or implied.*

## **MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA METODY<sup>1</sup> UEK DLA GMIN WOJEWÓDZTWA ŚWIĘTOKRZYSKIEGO – NA PRZYKŁADZIE DANYCH ZA 2006 ROK**

Łukasz Popławski<sup>1</sup>, Bogusław Kaczmarczyk<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Uniwersytet Rolniczy w Krakowie

<sup>2</sup>Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

**Abstrakt.** Celem artykułu jest zwrócenie uwagi na konieczność właściwego opisu ilościowego problematyki ekorozwoju gmin wiejskich. W opracowaniu zaproponowano i przedstawiono na gruncie studium przypadku autorski model służący do monitoringu ekorozwoju gmin wiejskich na obszarach chronionych województwa świętokrzyskiego w formule **UEK** ( $U \cdot E = K$ ) w wybranych zmiennych opisowych. Zamierzeniem autorów jest wskazanie możliwości wykorzystania macierzy MP-odwrotnych w formule  $U \cdot E = K$  w opisie ilościowym, wnioskowaniu łącznym (niewskaźnikowym) dla wielu zmiennych opisujących problematykę ekorozwoju badanego obszaru gmin. Dane do publikacji zostały zaczerpnięte z pracy habilitacyjnej współautora artykułu [Popławski 2009].

**Słowa kluczowe:** ekorozwój, obszar chroniony, macierz MP – odwrotna, formuła **UEK**

### **WPROWADZENIE DO PROBLEMATYKI EKOROZWOJU**

Istnieje wiele definicji pojęcia „ekorozwój”. Termin ten wraz z kluczowymi pojęciami został wprowadzony na konferencji ONZ w Sztokholmie w 1972 roku, ponadto

---

<sup>1</sup> Autorzy pracy, w kategorii propozycji standardu analitycznego typu **UEK** ( $U \cdot E = K$ ) zaproponowali, aby literowa symbolika formuły matematycznej, mająca na gruncie metodyki i metodologii dowolny w sensie literowym zakres stosowania, co do istoty i opisu równań macierzowych odpowiadała nazwie skróconej: Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie.

pojawia się w pracach: Dobrzański [1995], Górka [2007], Wysocki i Łuczak [2012], Popławski [2009], Poczta i Kołodziejczak [2008] i w innych.

Na potrzeby niniejszej publikacji, z uwagi na wieloznaczność problematyki, wymagającej dalszego porządkowania, wprowadzono autorską, tak zwaną operacyjną ogólną definicję ekorozwoju, według której: „Ekorozwój to zespół cech, pewna wspólna płaszczyzna działań człowieka polegająca na symbiozie: społeczeństwa, ekologii i gospodarki”.

Zaproponowana definicja jest spójna z terminologią i założeniem wzrostu gospodarczego zgodnego z wymogami ochrony środowiska życia człowieka, w tym ochrony przyrody [Górka 2007] i inni.

Historycznie, na gruncie władzy ustawodawczej i wykonawczej, problematyka ekorozwoju znalazła swoje faktyczne, systemowe odzwierciedlenie w art. 5 i 74 Konstytucji Rzeczypospolitej Polskiej... [1997] oraz akcie wykonawczym, w tym w art. 3 i następujących Ustawy Prawo ochrony środowiska [Ustawa... 2001]<sup>2</sup>.

Dla Polski na gruncie rozwoju w dłuższej perspektywie są istotne trzy, tak zwane systemowe warunki brzegowe:

- 1) ekonomiczny: w kontekście dochodu narodowego – pięcioprocentowe tempo wzrostu PKB,
- 2) drugi efektywnościowy: czterokrotne zwiększenie intensywności pozyskiwania i zagospodarowania surowców,
- 3) trzeci techniczny: ograniczenie emisji gazów CO<sub>2</sub> do ok. 530 mln rocznie.

### **ZASTOSOWANIE<sup>3</sup> FORMUŁY $U \cdot E = K$ , W TYM MP-ODWROTNOŚCI – EKOROZWÓJ GMIN WIEJSKICH**

Systematyka terenów wiejskich oraz ich ujęcie wskaźnikowe i zróżnicowanie przestrzenne taksonomii są szczegółowo opisane w pracy pt.: „Uwarunkowania ekorozwoju gmin wiejskich na obszarach chronionych województwa świętokrzyskiego” [Popławski 2009]. Opis zastosowanej metody UEK ( $U \cdot E = K$ ) został zaprezentowany w szczególności w pracach: Kaczmarczyk [2011, 2012], Kaczmarczyk [2012].

W analizowanym okresie 2006 roku, łącznie kostka danych obejmuje zbiór 138 zmiennych dla 50 gmin wiejskich województwa świętokrzyskiego. Można zatem postawić następujące przyczynowe hipotezy badawcze HP:

<sup>2</sup> Aktualny status – akt obowiązujący, źródło: [www.isap.sejm.gov.pl](http://www.isap.sejm.gov.pl) [dostęp: 30.09.2013]. Ponadto w szczególności: Ernst Haeckel (1869 r.) – definicja *oecologia* – ekologia a ekonomika natury, Clean Air Act (1977 r.), Dokument Rezolucji Sejmu R.P i przyjęcie strategii zrównoważonego rozwoju (1991 r.), Ustawa o lasach (1991 r.), Konferencja Szczyt Ziemi w Rio de Janeiro (1992 r.), Prawo geologiczne i górnicze (1994 r.), Ustawa o zanieczyszczaniu morza przez statki (1995 r.), Konferencja w Kioto (1997 r.), Przyjęcie strategii zrównoważonego rozwoju dla Polski do 2025 r. (1999 r.), Ustawa o odpadach (2001 r.), Ustawa prawo wodne (2001 r.), Dyrektywa UE o obrocie uprawnieniami zbywalnymi (2003 r.), źródło: D.U W.E Nr L 225; Dyrektywa dotycząca działań: energetyki, metalurgii, produkcji szkła, produkcji cementu, produkcji papieru; Ustawa o rybołówstwie (2004 r.), Ustawa o handlu uprawnieniami do emisji gazów cieplarnianych (2004 r.).

<sup>3</sup> Propozycja autorska.

HP<sub>1</sub>: Czy istnieje w ramach dostępnej kostki danych<sup>4</sup> niewskaźnikowy i niepunktowy, liniowy (model pokazujący łączny wpływ parametrów strukturalnych) miernik ekorozwoju?

HP<sub>2</sub>: Czy proponowany standard typu  $U \cdot E = K$  ma zastosowanie, przy tworzeniu, analizie i wnioskowaniu w zakresie liniowych zależności dla wybranych zmiennych opisujących problematykę ekorozwoju?

Metodami taksonometrycznymi wyodrębniono zmienną objaśnianą na tle grupy zmiennych objaśniających dla 2006 roku [Popławski 2009]:

X<sub>41</sub> – liczba prywatnych przedsiębiorstw na 1000 ludności w wieku produkcyjnym.

Analitycznie opisaną powyżej sytuację można zapisać w postaci spójnego metodologicznie równania macierzowego ekorozwoju  $EGW_{ui}^{\wedge}$ :

$$(EGW_{ui}^{\wedge} = K_{n,1}) = F(U) \xrightarrow{\text{odpowiada}} (U_{n,u} \cdot E_{u,1}^{\wedge}) \Rightarrow U_{n,u} \cdot E_{u,1} = K_{n,1} \quad (1)$$

gdzie:

$EGW_{ui}^{\wedge}$  – niezerowa macierz  $K_{n,1}$  objaśnianego ekorozwoju gminy wiejskiej,

$$K_{n,1} = \begin{bmatrix} u_{1,1} \\ u_{2,1} \\ \dots \\ u_{n,1} \end{bmatrix}$$

$U_{n,u}$  – macierz opisowa stanowiąca zbiór parametrów (ilościowych lub jakościowych) analizowanego pod względem ekorozwoju obszaru gmin wiejskich,

$$U_{n,u} = \begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} & \dots & u_{1,u} \\ u_{2,1} & u_{2,2} & u_{2,3} & \dots & u_{2,u} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{n,1} & u_{n,2} & u_{n,3} & \dots & u_{n,u} \end{bmatrix}$$

$E_{u,1}^{\wedge}$  – poszukiwana (estymowana) macierz wag, jako macierz parametrów strukturalnych ekorozwojowego liniowego modelu uzyskanego na podstawie wzorca ekorozwoju lub wzorców ekorozwojowych,

$$E_{u,1}^{\wedge} = \begin{bmatrix} e_{1,1}^{\wedge} \\ e_{2,1}^{\wedge} \\ \dots \\ e_{u,1}^{\wedge} \end{bmatrix}$$

dokonyując przekształceń dla formuły (1):

$U \cdot E = K$ , pomnożone lewostronnie przez  $U^{-1}$ , czyli

$$U^{-1} \cdot U \cdot E = U^{-1} \cdot K$$

<sup>4</sup> Ogólnie, termin „kostka danych” dotyczy dwustronnie domkniętego zbioru danych stanowiących przedmiot opisu dla zastosowanych: zbioru danych, opisu, pomiaru danych, wnioskowania w zakresie zastosowanego narzędzia – technik estymacji.

ponieważ iloczyn  $U^{-1} \cdot U = I$  odpowiada macierzy jednostkowej, otrzymujemy:  $I \cdot E = U^{-1} \cdot K$

a następnie:

$$\hat{E} = U^{-1} \cdot K \quad (2)$$

gdzie:

$U^{-1}$  – macierz odwrotna do macierzy  $U$ .

Formuła (2) w zapisie ogólnym stanowi określony zbiór wszystkich możliwych przypadków. Dokładnie dla minimum jednej trzeciej z ogólnej liczby możliwych zachodzi przypadek tak zwanej macierzy  $U_{n,u}$ , prostokątnej-poziomej, bez defektu lub z defektem.

Macierz prostokątna-pozioma to taka, dla której liczba wierszy  $n$  jest mniejsza od liczby kolumn  $u$ . W analizie układów równań mówimy wówczas, że macierz  $U$  układu (1) jest niedookreślona.

W ujęciu teorii ekorozwoju ze szczególnym uwzględnieniem gmin wiejskich: liczba przypadków (gmin) jest mniejsza od liczby zmiennych przyjętych w modelu ekorozwoju. W kontekście zastosowań analizy ekorozwojowej opisany przypadek może pojawić się dość często w praktyce.

#### **EKOROZWOJOWA ESTYMACJA MODELI DLA PROSTOKĄTNEJ I POZIOMEJ MACIERZY U Z WYKORZYSTANIEM MP-ODWROTNOŚCI**

W konsekwencji, aby odwrócić prostokątną-poziomą macierz  $U$ , dla której nie istnieje odwrotność  $U^{-1}$  w rozumieniu klasycznym, należy wykorzystać klasę rozwiązań uogólnionych, odwrotność uogólnioną  $U^+$ , w tym MP-odwrotność (oznaczoną jako  $U^+$ ), zwaną odwrotnością Moore'a-Penrose'a [Penrose 1955, s. 406-411, Deutsch 1969, s. 111]. Macierz MP-odwrotna to macierz spełniająca łącznie następujące warunki:

- 1°  $U \cdot U^+ \cdot U = U$ ,
- 2°  $(U \cdot U^+)^T = U \cdot U^+$ ,
- 3°  $(U^+ \cdot U)^T = U^+ \cdot U$ ,
- 4°  $U^+ \cdot U \cdot U^+ = U^+$ ,
- 5°  $Sp \{U^+ \cdot (U^+)^T\} = \min$ .

Uwzględniając zastosowaną symbolikę, w analizowanym przypadku formuła (2) przyjmuje dla prostokątnej-poziomej macierzy  $U$  postać:

$$\hat{E} = U^+ \cdot K \quad (3)$$

gdzie macierz  $U^+$  jest zdefiniowana w postaci:

$$U^+ = [U^T \cdot (U \cdot U^T)^{-1}] \quad (4)$$

Wobec powyższego dla (3) i (4), łącznie otrzymano estymator:

$$\hat{E} = [U^T \cdot (U \cdot U^T)^{-1}] \cdot K \quad (5)$$

Formuła (5) z zastosowaniem MP-odwrotności stanowi ściśle i jednoznaczne (gdy jest spełniony warunek minimalnej wariancji) rozwiązanie dowolnego układu równań,

tak zwanego niedookreślonego bez defektu<sup>5</sup> macierzy  $U$ . Układ ten w szczególności charakteryzuje fakt, iż liczba równań (przypadków-gmin wiejskich analizowanego województwa) jest mniejsza od liczby niewidomych (zmiennych opisujących problematykę ekorozwoju).

W związku z powyższym, na podstawie (5) można dokonać prezentacji i rekomendacji dla wieloatrybutowego, liniowego modelu ekorozwoju wskazanych w ramach analizowanej kostki danych gmin wiejskich dla wybranej zmiennej objaśnianej  $u_i$  w formie wzoru:

Ekorozwój Gminy Wiejskiej

$$(EGWu_i^{\wedge} = K_{n,1}) \Rightarrow K_{n,1} = U_{n,u} \cdot E_{u,1} \quad (6)$$

W ciągu dalszym analityki, można dokonać estymacji parametrycznej, w tym punktowej, i (lub) estymacji przedziałowej w odniesieniu do rekomendowanej ekorozwojowości, bowiem dla formuły (5) istnieje wariancja resztowa  $\delta_0^2$  wyrażona wzorem:

$$\delta_0^2 = \frac{(E^{\wedge T} \cdot E^{\wedge})}{n} \quad (7)$$

W formule (7)  $n$  oznacza liczby wierszy macierzy  $U$  i odpowiada zawsze liczbie równań, to jest liczbie gmin wzorcowych analizowanego województwa wziętych do porównań ekorozwojowych.

#### PRZYKŁAD LICZBOWY<sup>6</sup> MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA METODY UEK OPISU EKOROZWOJU

Należy ustalić ekorozwojowy liniowy model dla wskazanych gmin wiejskich na obszarach chronionych województwa świętokrzyskiego dla wybranych taksonomicznie zmiennych. W pracy, na zasadzie koniunkcji zdarzeń, gminom wiejskim na obszarach chronionych województwa świętokrzyskiego postawiono dwa łączne warunki brzegowe: pierwszy:  $u_1$  – gęstość zaludnienia osób na  $km^2$  jest  $\geq 70$ , drugi: współczynnik korelacji liniowej  $|r_i| \geq 65\%$ . Ogólnie, wstępna analiza korelacji analizowanej próby obejmującej 138 zmiennych i 50 gmin wiejskich na obszarach chronionych województwa świętokrzyskiego, gdy prawdopodobieństwo popełnienia błędu<sup>7</sup> wynosiło nie więcej niż 5%, przy  $50 - 2 = 48$  stopniach swobody daje wartość graniczną istotności współczynnika korelacji  $|r_{igran}| \approx 0,280$ . Ponieważ  $|r_i|$  jest większy od  $|r_{igran}|$ , dlatego przy prawdopodobieństwie popełnienia błędu nie większym niż 5% można uznać, że współczynnik korelacji jest istotny. Można zadać pytanie, jakim tłem w sensie estymowanego liniowo poziomu ekorozwoju dla wybranych gmin wiejskich jest wskazana taksonomicznie dla 2006 roku zmienna  $u_{41}$ .

<sup>5</sup> Defekt macierzy to wartość wyrażenia:  $d = n - r$  dla  $U_{n,n}$ , gdzie  $r$  oznacza rząd  $U$ .

<sup>6</sup> Analiza dotyczy odpowiednio 2006 roku [Popławski 2009, rozdz. 6, s. 225 i następne, rozdz. 6, 7, s. 294 i następne oraz załącznik 3, s. 337 i następne].

<sup>7</sup> Wnioskowanie dla poziomu istotności 5%



Rok 2006, macierz  $U$  z dołączoną macierzą  $u_{41} = K$   
 In 2006, the matrix  $U$  with attached matrix  $u_{41} = K$

109,844	-2,390	1,943	0,185	0,275	0,162	1,040	0,302	0,801	1,270	308,84	223,662	64,100	57,085	0,794	0,073	0,514	0,014	<b>515,74</b>
156,133	14,051	1,602	0,110	0,173	0,095	0,467	0,174	0,714	4,540	465,64	400,898	57,103	51,239	1,005	0,041	0,486	0,026	<b>972,20</b>
84,597	-1,890	1,065	0,164	0,238	0,144	0,807	0,269	0,581	1,223	248,55	97,292	46,520	40,801	0,444	0,031	0,358	0,060	<b>252,46</b>
111,895	4,960	2,535	0,124	0,190	0,107	0,595	0,193	1,004	7,853	564,12	514,603	80,328	69,937	1,014	0,020	0,392	0,029	<b>1 585,58</b>
141,282	1,064	2,408	0,121	0,195	0,105	0,595	0,185	0,988	4,139	571,78	287,340	79,055	69,086	1,259	0,014	0,309	0,018	<b>650,93</b>
76,207	0,000	0,910	0,183	0,264	0,163	0,946	0,305	0,550	1,081	209,06	156,611	43,977	38,184	0,378	0,079	0,714	0,044	<b>292,02</b>
97,263	3,214	0,895	0,142	0,205	0,125	0,648	0,231	0,532	2,457	268,35	178,578	42,532	37,987	0,466	0,034	0,591	0,046	<b>451,59</b>
74,925	-1,667	0,585	0,195	0,263	0,174	1,007	0,333	0,834	0,834	307,99	134,278	66,734	60,186	0,553	0,094	0,755	0,035	<b>397,23</b>
109,774	1,660	0,679	0,166	0,237	0,145	0,736	0,283	0,509	0,664	210,10	107,310	40,761	34,843	0,501	0,131	0,620	0,044	<b>252,74</b>
148,874	2,754	2,214	0,126	0,192	0,110	0,571	0,200	0,686	1,902	370,73	188,165	54,911	46,759	0,922	0,015	0,398	0,033	<b>601,42</b>
151,870	1,289	2,957	0,129	0,221	0,107	0,621	0,198	1,129	2,864	513,84	473,596	90,324	66,419	0,827	0,001	0,179	0,037	<b>2 782,67</b>
116,226	-3,394	1,585	0,193	0,268	0,172	1,116	0,318	0,607	1,616	216,51	214,436	48,539	41,721	0,636	0,026	0,249	0,044	<b>389,75</b>
114,465	0,919	1,035	0,121	0,186	0,107	0,525	0,196	0,696	1,839	392,47	152,024	55,668	47,643	0,719	0,050	0,898	0,037	<b>338,60</b>
102,072	-1,255	1,400	0,162	0,241	0,144	0,934	0,259	0,889	1,412	368,24	245,176	71,165	59,801	0,826	0,009	0,311	0,036	<b>511,46</b>

Macierz  $U^+$  (MP-odwrotna do  $U$ ) obliczona na podstawie formuły (4)  
 Matrix  $U^+$  (MP-inverse  $U$ ) calculated on the basis of (4)

0,0032	-0,0037	-0,0157	-0,0117	0,0102	-0,0238	0,0407	0,0084	0,0008	-0,0074	0,0076	0,0137	-0,0040	-0,0158
-0,1630	-0,0412	-0,2138	-0,0501	0,1121	0,2122	0,1977	0,0949	-0,0221	0,1680	0,0052	-0,0810	-0,2446	0,0363
-0,0465	0,1111	0,5226	0,2746	-0,3772	0,7529	-1,3136	0,3514	-0,5422	1,0563	0,0379	-0,0885	-0,0933	-0,7086
1,4890	0,7163	3,5923	1,0119	-1,8991	-0,8949	-2,8444	-1,9832	1,2190	-0,7934	-0,4943	-1,2106	1,3428	1,1327
24,1940	-8,3395	1,6342	-3,0644	4,2213	-6,7297	37,0895	-30,1640	12,3582	-16,4761	-2,2241	-23,3980	-5,5933	21,6701
-0,9420	-1,0481	-4,3297	-1,9474	4,3061	2,2604	4,7729	1,2142	-0,1495	-0,9903	0,9111	0,5353	-2,8944	-1,8612
-5,8009	-0,4720	-6,0912	-2,5525	5,4694	6,2986	2,3882	4,4968	-3,1147	1,4446	0,9133	3,7924	-3,6878	-3,3372
-8,5225	6,5130	9,1172	4,3971	-7,0717	1,0887	-28,0643	10,7036	-2,5863	6,1034	-0,0127	9,0717	6,5314	-9,0625
-0,0029	-0,0024	-0,0050	-0,0004	0,0022	0,0025	0,0042	0,0006	0,0011	0,0018	0,0004	-0,0006	-0,0029	0,0015
-0,4586	-0,6613	-1,1551	-0,0210	0,6323	0,2504	1,5874	0,0962	0,2689	0,2634	-0,0138	-0,0751	-0,7818	0,1493
-0,0066	0,0097	0,0097	-0,0077	0,0127	0,0120	-0,0168	0,0057	-0,0098	-0,0111	0,0045	0,0092	0,0048	-0,0179
0,0116	0,0102	0,0190	0,0048	-0,0150	-0,0103	-0,0240	-0,0064	-0,0010	-0,0088	-0,0008	0,0025	0,0165	0,0007
-0,2306	-0,1933	-0,3978	-0,0297	0,1737	0,2022	0,3359	0,0469	0,0902	0,1467	0,0288	-0,0445	-0,2348	0,1204
0,2885	0,1596	0,3884	0,0572	-0,2402	-0,3188	-0,2345	-0,0269	-0,0686	-0,1043	-0,0369	-0,0104	0,2081	-0,0662
0,4222	-0,4878	0,3749	2,5920	-3,1983	-0,1221	-4,2606	-3,3639	2,7199	2,0473	-2,3865	-1,7755	1,6990	5,9428
-0,2906	3,0428	4,5964	1,4279	1,3070	1,0138	-14,0334	3,1091	5,4718	-2,7354	1,0760	1,8340	0,7848	-7,6569
0,2571	-0,5378	-1,0157	0,7965	-1,6487	0,5029	-0,1824	-0,3417	-0,3772	1,3404	-0,5063	-0,4126	1,4705	0,8705
5,6531	16,2058	55,9227	22,8258	-47,9641	-19,7438	-70,3844	-9,4196	2,2392	10,5359	-9,5997	-1,6522	33,5964	13,5828

## OBLICZENIA Z WYKORZYSTANIEM DANYCH EKOROZWOJOWYCH GMIN WOJEWÓDZTWA ŚWIĘTOKRZYSKIEGO DLA 2006 ROKU

Obliczenia dla  $u_{41}$  – liczba prywatnych przedsiębiorstw na 1000 ludności w wieku produkcyjnym<sup>8</sup> na tle grupy zmiennych objaśniających: Ekorozwój Gminy Wiejskiej  $EGW_{u_{41}} \hat{\text{rok 2006}}$  jako formuła (8):

$$u_{41} = \mathbf{K} = F(u_1, u_2, u_3, u_6, u_9, u_{12}, u_{13}, u_{18}, u_{19}, u_{24}, u_{36}, u_{37}, u_{42}, u_{43}, u_{44}, u_{55}, u_{78}, u_{113}) \quad (8)$$

Rozwiązanie opisu rozwoju obszarów chronionych województwa świętokrzyskiego w kontekście wielu zmiennych – propozycja zastosowania standardu  $U \cdot E = K$ .

Postać analityczna<sup>9</sup> Ekorozwój Gminy Wiejskiej  $EGW_{u_{41}} \hat{\text{rok 2006}}$ :  $u_{41} = \mathbf{K} = F(u_1, u_2, u_3, u_6, u_9, u_{12}, u_{13}, u_{18}, u_{19}, u_{24}, u_{36}, u_{37}, u_{42}, u_{43}, u_{44}, u_{55}, u_{78}, u_{113})$   
obliczenia dla  $u_{41}$  – liczba prywatnych przedsiębiorstw na 1000 ludności w wieku produkcyjnym,

Tabela 2. Model wynikowy  $u_{41}$  rok 2006 = F( $u_1, u_2, \dots, u_{113}$ )

Table 2.  $u_{41}$  resulting model for 2006 = F( $u_1, u_2, \dots, u_{113}$ )

Nazwa zmiennej modelu Ekorozwoju Gminy Wiejskiej Name of the variable of the model of Ecodevelopment of Rural Commune			$E^{\wedge}$	Wartość estymatora dla $EGW_{u_{41}} \hat{\text{rok 2006}}$ , zgodnie z formułą (5) $E^{\wedge} = U^+ \cdot K$
1	2	3	4	5
1	Gęstość zaludnienia (osób/km <sup>2</sup> ) Population density (inhabitants /km <sup>2</sup> )	$u_1$	$e^{\wedge}_1$	9,63
2	Przyrost naturalny (na 1000 ludności) Birthrate (per 1000 inhabitants)	$u_2$	$e^{\wedge}_2$	18,56
3	Zameldowania ogółem na pobyt stały w gminie na powierzchni gminy Total permanent stay registration per commune area	$u_3$	$e^{\wedge}_3$	347,06
4	Udział ludności w wieku poprodukcyjnym Share of pensioners	$u_6$	$e^{\wedge}_6$	-576,47
5	Udział ludności w wieku do 55 lat Share of population up to 55	$u_9$	$e^{\wedge}_9$	-7 430,54
6	Ludność w wieku 64 lat i więcej Population of 64 and over	$u_{12}$	$e^{\wedge}_{12}$	593,75
7	Udział w populacji osób w wieku 64 lat i więcej w stosunku do grupy osób do 15 lat Share of inhabitants over 64 in relation to the group of people up to 15	$u_{13}$	$e^{\wedge}_{13}$	374,22
8	Wskaźnik obciążenia społecznego Coefficient of social burden	$u_{18}$	$e^{\wedge}_{18}$	2 596,91
9	Wskaźnik lokalizacji społecznej Coefficient of social placement	$u_{19}$	$e^{\wedge}_{19}$	0,55

<sup>8</sup> Zmienna objaśniana  $u_{41}$

<sup>9</sup> Obliczenia wykonano bez normalizacji zmiennych zawartych w U oraz dla  $u_{41} = K$ .

Tabela 2 – cd. / Table 2 – cont.

1	2	3	4	5
10	Liczba oddanych mieszkań na 1000 ludności Number of flats per 1000 inhabitants	$u_{24}$	$\hat{e}_{24}$	5,95
11	Dochody własne budżetów gmin na 1000 mieszkańców, dane w tys. zł Own incomes of communes' budgets per 1000 inhabitants in thous. zł	$u_{36}$	$\hat{e}_{36}$	2,14
12	Część dochodów gminy stanowiących dochody budżetu państwa w zł (w zł na 1 mieszkańca) Part of communes incomes being incomes of the state budget (in zł per 1 inhabitant)	$u_{37}$	$\hat{e}_{37}$	1,31
13	Liczba zarejestrowanych w REGON jednostek na 1000 mieszkańców Number of registered units in REGON per 1000 inhabitants	$u_{42}$	$\hat{e}_{42}$	43,89
14	Wskaźnik ilości podmiotów gospodarczych osób fizycz- nych na 1000 mieszkańców Coefficient of the number of economic subject per 1000 inhabitants	$u_{43}$	$\hat{e}_{43}$	-23,58
15	Wskaźnik lokalizacji przestrzennej Spatial location coefficient	$u_{44}$	$\hat{e}_{44}$	-3 229,15
16	Udział podatku rolnego w dochodach własnych gmin Share of agricultural tax in commune's own incomes	$u_{55}$	$\hat{e}_{55}$	2 073,76
17	Powierzchnia użytków rolnych (w ha na 1 mieszkańca) Area of arable lands (in ha per 1 habitant)	$u_{78}$	$\hat{e}_{78}$	-443,90
18	Podmioty gospodarki narodowej zarejestrowane w REGON sektor publiczny do podmiotów zarejestro- wanych ogółem Subjects of national economy registered in REGON of public sector to the total registered	$u_{113}$	$\hat{e}_{113}$	-5 664,24
Suma $\hat{e}_i$ Sum $\hat{e}_i$				-11 300,16 Wariancja resztowa jak dla (7) Remainder variance as for (7) $2 801,96^2$

Źródło: opracowanie własne.  
Source: own study.

Ekorozwój Gminy Wiejskiej **EGW**<sub>u41 rok 2006</sub> na podstawie modelu:

$$u_{41} = K = U \cdot \hat{E} \Rightarrow \hat{E} = U^+ \cdot K \quad (9)$$

$$\text{estymuje } \hat{E}_{18,1} = \begin{bmatrix} 9,63 \\ 18,56 \\ \dots \\ -5664,24 \end{bmatrix} \text{ z wariancją resztową } \delta_0^2 = 2 801,96^2$$

## PODSUMOWANIE

Celem pracy było przedstawienie w kategorii propozycji budowy liniowego modelu ekorozwojowego z uwzględnieniem osiemnastu zmiennych wskazanych parametrów strukturalnych w 2006 roku gmin wiejskich województwa świętokrzyskiego. Obliczenia przedstawiono na przykładzie analizy porównawczej z wykorzystaniem problematyki macierzy MP-odwrotnych.

Postawione hipotezy przyczynowe:  $HP_1$  i  $HP_2$  odnośnie możliwości i zasad kwantyfikacji problemu ekorozwoju na bazie metod estymacji liniowej, potwierdziły w ujęciu łącznym (niepunktowym, niewskaźnikowym) faktyczny wpływ grupy zmiennych objaśniających dla wybranej zmiennej zawierającej informacje o ekorozwoju. Jak wynika z tabeli 2 oraz z formuły (9), atrybuty tak zwanych czynników: ludzkiego i gospodarczego, a w szczególności: udział ludności w wieku do lat 55 –  $u_9$ , wskaźnik obciążenia społecznego –  $u_{18}$ , wskaźnik lokalizacji przestrzennej –  $u_{44}$ , udział podatku rolnego w dochodach własnych gmin –  $u_{55}$ , podmioty gospodarki narodowej zarejestrowane w REGON sektor publiczny do podmiotów zarejestrowanych ogółem –  $u_{113}$  – odgrywają decydującą rolę.

Prezentowany wzór ekorozwoju spełnia kryterium minimalnej wariancji, dlatego – zdaniem autorów – można stosować go w ujęciu statycznym. Ponadto, w sytuacji kiedy zasadne będzie ujęcie dynamiczne, powyższe narzędzie może stanowić alternatywny sposób szacunkowego ustalenia i analizy wybranych wielkości charakteryzujących istotnie ekorozwój w badanym obszarze.

## LITERATURA

- Deutsch R., 1969. Teoria estymacji. PWN, Warszawa.
- Dobrzański G., 1994. Ekologiczne uwarunkowania inwestycji przemysłowych. Wyd. Ekonomia i Środowisko, Białystok.
- Górka K., 2007. Wdrażanie koncepcji rozwoju zrównoważonego i trwałego. *Ekonomia i Środowisko* 2/32.
- Kaczmarczyk B., 2011. Optymalna data przystąpienia Polski do strefy euro – bilans kosztów i korzyści. W: Ryzyko kryzysu we współczesnej gospodarce – mechanizmy i środki zaradcze. Red. M. Mitrega. Zesz. Nauk. Wyższej Szkoły Bankowości i Finansów w Bielsku Białej 2, 34-53.
- Kaczmarczyk B., 2012. Wycena wartości rynkowych spółek z wykorzystaniem macierzy MP-odwrotnych. W: W poszukiwaniu skutecznych narzędzi i modeli analizy zjawisk społeczno-gospodarczych. Red. T. Grabiński, L. Woszczek, S. Sorys, A. Tabor. Wyższa Szkoła Przedsiębiorczości i Marketingu w Chrzanowie, Chrzanów, 145-160.
- Kawa B., Kaczmarczyk B., 2012. Wskaźnikowy i modelowy sposób oceny sytuacji finansowej Gminy Kraków na koniec 2011 roku. *Zesz. Nauk. PTE* 13, 199-213.
- Konstytucja Rzeczypospolitej Polskiej z dnia 2 kwietnia 1997 r. 1997. Dz. U. Nr 78, poz. 483.
- Penrose R.A., 1955. A generalized inverse for matrices. *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 51, 406-413.
- Poczta W., Kołodziejczak M., 2008. Społeczno-ekonomiczne zróżnicowanie regionalne w unii europejskiej. *J. Agribus. Rural Dev.* 1(7), 1-16.
- Popławski Ł., 2009. Uwarunkowania ekorozwoju gmin wiejskich na obszarach chronionych województwa świętokrzyskiego. Wyd. Nauk. PWN, Warszawa [załącznik nr 3, s. 337 i następne, wersja elektroniczna danych z załączonym CD].

- Wysocki F., Łuczak A., 2012. Zastosowanie uogólnionej miary odległości GDM oraz metody TOPSIS do oceny poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów województwa wielkopolskiego. *Przeł. Stat.* 2. Nr specjalny, 298-311.
- Ustawa z dnia 27 kwietnia 2001 r. Prawo ochrony środowiska. 2001. Dz U. Nr 62, poz. 627. [http://isap.sejm.gov.pl/DetailsServlet?id=WDU20010620627file:///C:/User/user/Downloads/D20010627Lj%20\(1\).pdf](http://isap.sejm.gov.pl/DetailsServlet?id=WDU20010620627file:///C:/User/user/Downloads/D20010627Lj%20(1).pdf) [dostęp: 15.10.2013].

### **POSSIBILITIES OF ADAPTING AUTHORIZED METHOD OF THE CRACOW UNIVERSITY OF ECONOMICS FOR ŚWIĘTOKRZYSKIE VOIVODESHIP COMMUNITIES, ACCORDING TO THE 2006 DATA**

**Summary.** The focus of the following article is to draw attention to the relevant quantitative specifications, according to the eco development of rural communities in Świętokrzyskie voivodeship. This study shows copyright project of monitoring the eco development in such communities by using the formula  $U \cdot E = K$  in selected variables. The authors' aim is to present the methodological possibilities to use the model  $U \cdot E = K$  in the quantitative specification, drawing total conclusion (not indicatory one) in relation to many attributes describing the eco development of the mentioned area. The data in this article have been taken from the co-author's postdoctoral degree thesis.

**Key words:** Eco development, protected areas, invertible matrix MP-inverse, UEK ( $U \cdot E = K$ ) formula

*Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 10.12.2013*

*Do cytowania – For citation: Popławski Ł., Kaczmarczyk B., 2013. Możliwości zastosowania metody UEK dla gmin województwa świętokrzyskiego – na przykładzie danych za 2006 rok. J. Agribus. Rural Dev. 4(30), 207-218.*