Modélisation du comportement des exploitants agricoles tenant compte du risque : application du MOTAD généralisé

Abdel Madjid Bouzit, M Thierry Rieu, M Patrick Rio

Abstract

Farmers' behaviours modelling under risk : generalised motad application

One main limit of linear programming models is that all the parameters (prices, yields, input-output coefficients) are supposed known with certainty. There, this assumption is relaxed to take in account the risk attitude of the farmers. The risk is measured by the mean absolute deviation like in the MOTAD method. MOTAD approximation is generalised to problems where all parameters are stochastic. A new formulation is used to model the behaviour of polycultural farms with reference to milk production in the Forez region.

Résumé

L'une des limites des modèles linéaires appliqués à l'étude des décisions des agriculteurs est l'hypothèse que tous les paramètres définissant le modèle (prix, rendements, coefficients techniques, quantités de ressources) sont connus avec certitude. La prise en compte de leur caractère aléatoire nécessite de relaxer cette hypothèse. On étudie une généralisation du modèle MOTAD qui approche le risque par la déviation standard absolue, où tous les paramètres du modèle sont supposés aléatoires. Ce modèle est appliqué pour décrire le comportement d'un groupe d'exploitations de polyculture-élevage à orientation laitière, dans la Plaine du Forez.

MODELISATION DU COMPORTEMENT DES EXPLOITANTS AGRICOLES TENANT COMPTE DU RISQUE : APPLICATION DU MOTAD GENERALISE

Abdel Madjid BOUZIT, Thierry RIEU, Patrick RIO - FERMAT, INRA-CEMAGREF, Montpellier

Résumé:
L'une des limites des modèles linéaires appliqués à l'étude des décisions des agriculteurs est l'hypothèse que tous les paramètres définissant le modèle (prix, rendements, coefficients techniques, quantités de ressources) sont connus avec certitude. La prise en compte de leur caractère aléatoire nécessite de relaxer cette hypothèse. On étudie une généralisation du modèle MOTAD qui approche le risque par la déviation standard absolue, où tous les paramètres du modèle sont supposés aléatoires. Ce modèle est appliqué pour décrire le comportement d'un groupe d'exploitations de polyculture-élevage à orientation laitière, dans la Plaine du Forez.

FARMERS' BEHAVIOURS MODELLING UNDER RISK : GENERALISED MOTAD APPLICATION

Summary :
One main limit of linear programming models is that all the parameters (prices, yields, input-output coefficients) are supposed known with certainty. There, this assumption is relaxed to take in account the risk attitude of the farmers. The risk is measured by the mean absolute deviation like in the MOTAD method. MOTAD approximation is generalised to problems where all parameters are stochastic. A new formulation is used to model the behaviour of polycultural farms with reference to milk production in the Forez region.

INTRODUCTION

L'élaboration des mesures agricoles repose sur des hypothèses de comportement négligeant la prise en compte du risque par les agriculteurs. Les travaux évaluant la réforme de la PAC ne dérogent pas à cette observation. Notre objectif est de montrer empiriquement, combien l'attitude face au risque peut déformer la solution qu'un décideur central - un aménageur proposant l'irrigation de la zone - souhaite identifier pour définir son projet d'investissement. La première partie du papier rapporte la méthodologie mise en oeuvre. Une application est ensuite développée pour des producteurs laitiers de la Plaine du Forez.

Le cadre retenu est celui de la programmation linéaire (PL). Le problème de décision s'écrit: Max $c'x$ sous contraintes $A\,x \leq b$, $x \geq 0$ où x, le vecteur de production, est à déterminer. Les éléments du triplet (c, A, b) où c est le vecteur des profits, A la matrice des coefficients techniques et b le vecteur des ressources, sont en général supposés fixés et connus avec certitude[1]. Lever cette hypothèse conduit à un outil intéressant pour tenir compte du risque (Kall, 1979), la Programmation Linéaire Stochastique (PLS). Un cas particulier de PLS consistant à remplacer les données incertaines par leur valeur espérée est usuel mais peu réaliste puisque la solution du programme déterministe n'a alors qu'une chance sur deux d'être réalisable[2].

[1] Cette hypothèse est rarement vérifiée en pratique et l'incertitude peut porter soit sur la fonction économique (paramètres du vecteur c), soit sur la fonction de production (A et/ou b), soit encore sur toutes les composantes du programme (Boussard, 1970).

[2] Un exemple est fourni par le programme linéaire stochastique suivant :

$$\begin{array}{rcrcl} \text{Max} \quad x_1 & + & 0.8x_2 & & \\ a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & \leq & 3 \\ x_1 & + & x_2 & \leq & 3.5 \\ x_1 & + & 1.67x_2 & \leq & 5 \\ x_1 \geq 0 & & x_2 \geq 0 & & \end{array}$$

où $\tilde{a}_{11}$ et $\tilde{a}_{12}$ sont des paramètres aléatoires dont les distributions sont supposées normales et de loi respective: $N(\mu_{11}=1, \sigma^2_{11}=0.25)$ et $N(\mu_{12}=0.6, \sigma^2_{12}=0.09)$.
Le programme déterministe équivalent ($a_{11}=\mu_{11}$, $a_{12}=\mu_{12}$) possède une solution optimale unique $x^*=(2.25,1.25)$. La probabilité que la contrainte stochastique soit respectée, est :

$$P[\,(a_{11},a_{12}) \,/\, a_{11}\,x^*_1 + a_{12}\,x^*_2 \leq 3\,]$$
$$= P[\,(a_{11},a_{12}) \,/\, \{(2.25\,a_{11} + 1.25\,a_{12}) - 3\,)\,/\,1.19 \leq 0\}\,]$$
$$= 0.50$$

Le risque lié à l'impossibilité de satisfaire aux exigences des contraintes de production est rarement pris en compte dans le traitement des problèmes empiriques (voir cependant Tinter (1966) et Singupta (1961)) Charnes et Cooper (1959) proposent de maximiser une fonction économique sous la restriction que la probabilité de réalisation de chacune des contraintes du programme soit supérieure à un seuil donné, soit :

Max z(x)

sous contrainte $P\left[\tilde{A}_i\ x \leq b_i\right] \geq \alpha_i$ et $x \geq 0$, $i = 1,..,m$

où $\tilde{A}_i$ est le $i^{ème}$ vecteur ligne des coefficients techniques aléatoires et α_i est le seuil de probabilité minimal que la $i^{ème}$ contrainte doit satisfaire.

Même si z(x) est concave, l'ensemble de production du problème: $X = \{x\ /\ P\lfloor \tilde{A}_i\ x \leq b_i \rfloor \geq \alpha_i\ \}$ n'est convexe quand A et/ou b sont aléatoires que sous des conditions très particulières (Kall, 1976), ce qui conduit à rechercher une linéarisation de la contrainte de risque.

LE MODELE MOTAD[3] GENERALISE

Sous l'hypothèse de normalité des coefficients techniques incertains, on transforme les contraintes stochastiques en les équivalents déterministes (espérance, variance) de la contrainte de risque:

$$E(\tilde{A}_i'\ x) = \sum_i a_{ij} x_i = A_i' x$$

$$V(\tilde{A}_i'\ x) = \sum_i \sum_k x_j x_k \operatorname{cov}(\tilde{a}_{ij}, \tilde{a}_{ik}) = x'\ \Omega_{Ai}\ x$$

où $\operatorname{cov}(\tilde{a}_{ij}, \tilde{a}_{ik})$ est la covariance par unité de ressource j entre les activités j et k, en l'équivalent déterministe de la contrainte stochastique :

$$\overline{A}_i\ x + \theta^{-1}(\alpha_i)\ (x\ \Omega_{Ai}\ x)^{1/2} \ \leq\ b_i \qquad i = 1,...,m$$

où $\theta^{-1}(\alpha_i)$ est la valeur qui a la probabilité α_j d'être dépassée par la variable aléatoire de la loi normale centrée réduite. Ce programme avec inégalités non linéaires en x est en pratique limitée par manque d'algorithme en PNL. Aussi fait-on appel à des formulations alternatives relevant de la PL conventionnelle (Hazell et Norton, 1986), en estimant le terme quadratique de risque de la fonction objectif par un estimateur linéaire : approximation MOTAD (Hazell, 1971)[4]. Wicks et Guise (1978) ont étendu ce modèle en définissant un estimateur de la variance des coefficients techniques:

$$\text{MAD} = \hat{\omega}_i^2 = g_i \left\{ \frac{1}{T_i} \sum_{t=1}^{T} \left| \sum_{j=1}^{n} a_{ijt}\, x_j - \sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij} x_j \right| \right\}^2 \ = \ g_i \left\{ \frac{1}{T_i} \sum_{t}^{T} \left(y_{it}^{+} + y_{it}^{-} \right) \right\}^2$$

y_{it}^{+} (y_{it}^{-}) est la somme des déviations positives (négatives) des coefficients techniques aléatoires par rapport à la moyenne (ou un objectif donné) dans la contrainte i et pour l'observation t:

$$y_{it}^{+} = \begin{cases} \sum_j \left(a_{ijt} - \overline{a}_{ij}\right) x_j & \text{si} \quad a_{ijt} \geq \overline{a}_{ij} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

g_i : est un scalaire de Fisher qui transforme la déviation standard en déviation moyenne, il est donné par:

$$g_i = \frac{2}{T_i} \sqrt{\frac{(T_i + k_i + 1)(T_i + 1)\pi}{2T_i(T_i - 1 - k_i)}}$$

avec T_i le nombre d'observations sur les coefficients techniques de la contrainte i et k_i le nombre de coefficients stochastiques dans chaque contrainte (i=1,...,m).

Pour chaque contrainte on introduit un coefficient d'aversion (η_i) du décideur traduisant le risque que la contrainte i ne soit pas respectée. Empiriquement : $\eta_i = F^{-1}$ (1-α_i), où F(.) est la distribution cumulative de la loi normale centrée réduite, ce qui revient à déterminer une région critique W_o sur la distribution des coefficients technologiques stochastiques $(\bar{a}_{ij}, \hat{\omega}_i)$ dans laquelle l'agriculteur souhaite que la contrainte soit respectée, W_o étant définie par la valeur tabulée α associée à la loi normale centrée et réduite[5]. On suppose ici que l'aversion, au risque de ne pas satisfaire les exigences de la production de l'exploitant, est cohérente avec son aversion au risque d'une baisse de revenu.

Ce modèle permet donc de maximiser la marge brute totale en tenant compte de la désutilité associée aux déviations négatives des marges brutes (mesurée par l'application à leur estimateur $\hat{\sigma}$ du paramètre d'aversion au risque sur le revenu ϕ) et des désengagements causés par des pertes d'efficacité technologique lorsque la contrainte de ressources est respectée (mesurés par l'application à l'estimateur des pertes d'efficacité ω_i du paramètre d'aversion au risque de ne pas satisfaire aux exigences des contraintes de production : η_i). Par symétrie avec la fonction objectif, le terme ($\eta_i\ \hat{\omega}_i$) dans la contrainte (2),voir ci-après, s'interprète comme une prime de risque qui joue pour la contrainte de ressource, le rôle de ($1/2\ \phi\ \hat{\sigma}$) dans la fonction objectif.

APPLICATION ET RESULTATS

Le modèle est appliqué à des exploitations de polyculture-élevage à orientation laitière de la Plaine du Forez, sélectionnées à partir de travaux typologiques réalisés par ailleurs (Rieu et Platon, 1993). Elles peuvent être considérées comme homogènes au regard des structures, moyens de production et stratégies de production. Ces exploitations sont confrontées à une offre d'irrigation et le modèle vise à connaître leur réponse.

---

[3] MOTAD: Minimisation Of the Total Absolute Deviation

[4] qui transfère toute la variabilité des paramètres du programme dans la la fonction objectif. Le risque sur le revenu est mesuré par un estimateur linéaire de la variance: l'estimateur MAD.

[5] Dans l'application ci dessous, on retiendra $\eta i = \eta$, $\forall$ i. Ce choix -pratique- n'est pas nécessaire. Il conviendrait cependant de justifier le choix des coefficients d'aversion pour chaque contrainte de risque.

$$\text{Max } z(x,\sigma) = \sum_j c_j x_j - \frac{1}{2}\phi\,\sigma \qquad (1)$$

sous contraintes:

$$\sum_j \bar{a}_{ij} x_j + \eta_i \hat{\omega}_i \le b_i \qquad \forall\, i = 1,\ldots,m \qquad (2)$$

$$\sum_j \left(a_{ijt} - \bar{a}_{ij}\right) x_j - y_{it}^{+} \le 0 \qquad \forall\, i = 1,\ldots,m \text{ et } \forall\, t = 1,\ldots,T \qquad (3)$$

$$g_i \sum_t y_{it}^{+} - \hat{\omega}_i = 0 \qquad \forall\, i = 1,\ldots,m \qquad (4)$$

$$\sum_j \left(c_{jt} - \bar{c}_j\right) x_j - d_t^{-} \le 0 \qquad \forall\, t = 1,\ldots,T \qquad (5)$$

$$\left(2\sqrt{f}/T\right)\sum_t d_t^{-} - \hat{\sigma} = 0 \qquad (6)$$

$$x_j,\ y_{it},\ d_t,\ \omega_i,\ \sigma \ \ge 0 \quad \forall\, i,j,t \qquad (7)$$

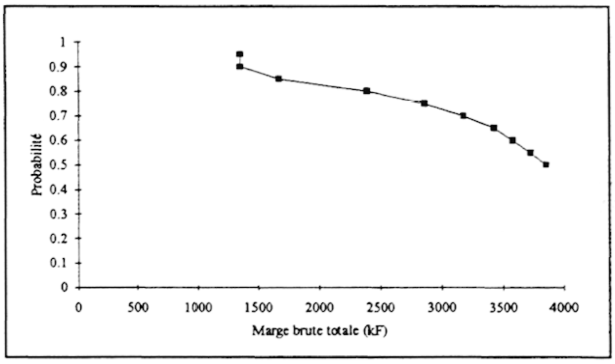
Ce modèle est écrit avec l'hypothèse que la production fourragère est sous l'influence des aléas climatiques. Les chroniques de rendement sont générées à l'aide d'un modèle agronomique[6] à partir d'une série de données climatiques (1972-1989) au pas de temps décadaire. Dans le cadre de cette application, la variabilité des rendements des cultures de vente (blé d'hiver, essentiellement) et des prix des bovins sont considérés comme peu importantes : la fonction objectif n'inclut pas de termes aléatoires.

En l'absence d'information supplémentaire sur l'aversion de l'exploitant à la non-disponibilité des besoins d'alimentation du troupeau, nous acceptons des coefficients d'aversion identiques pour toutes les contraintes d'alimentation stochastiques. Les déviations négatives par rapport à la moyenne de chaque coefficient stochastique sont calculées pour T=17 observations. Par rapport au modèle déterministe, on rajoute T+1 lignes et colonnes pour chaque contrainte de risque[7].

Les résultats des simulations du programme linéaire stochastique pour différentes valeurs du coefficient d'aversion au risque η (α=50% à α=90%) sont résumés au tableau 1. Les producteurs laitiers du Forez modélisés se prémunissent contre l'aléa climatique en diminuant leur niveau de production (réduction de l'effectif du cheptel), et en réalisant une production fourragère supérieure aux besoins moyens du troupeau (c'est-à-dire en constituant un stock de précaution)[8]. L'ampleur de ce mécanisme croit avec l'aversion au risque.

Dans ce modèle, la production de cultures de vente, marginale par rapport à l'activité laitière du fait de structures peu importantes (de l'ordre de 30 ha de SAU) est formalisée comme certaine. Il en résulte que l'orientation laitière des exploitations n'est pas remise en cause tant que l'aversion est inférieure au seuil α = 0.95. Au delà, elle est abandonnée au profit des cultures de vente. La marge brute totale est alors réduite de 42%.

Figure 1: Variation des marges brutes totales en fonction du seuil de risque (sans irrigation)



En termes de marge brute totale, le plan d'activité réel des exploitants modélisés correspond approximativement à des niveaux de α compris entre 0.70 et 0.75 soit à un coefficient d'aversion de 0.524 à 0.674 (figure 1). Ceci traduit un comportement assez prudent du groupe d'agriculteurs concernés, le seuil de probabilité α =50% correspondant au choix de l'exploitant neutre au risque ou à l'hypothèse de coefficients techniques déterministes.

La marge brute totale décroît régulièrement quand η augmente, mais est ici, bornée inférieurement par le passage à un système de production non aléatoire basé sur les cultures de vente.

[6] Le modèle agronomique utilisé (Mailhol, 1992) évalue les perte de rendement réelles rt par rapport à un rendement objectif r_0:

$$\frac{r_t}{r_0} = a \cdot \frac{\sum_t ETR_t}{\sum_t Kc_t \cdot ETM_t} + b$$

Avec ETRt l' évapotranspiration réelle de la décade t, ETPt l'évapotranspiration potentielle de la décade t, Kct Coefficient cultural de la décade et a, b des Coefficients de la fonction de rendement.

[7] La taille du programme déterministe est de (26x 21) et celle du programme stochastique globale est de (140 x 131) avec 3.45 % de coefficients non nuls.

[8] Cette remarque montre que le modèle pourrait être amélioré en l'écrivant sous forme multi-périodique ou récursive, afin de tenir compte d'un stock initial et du transfert du stock d'une année à l'autre. Les résultats présentés pénalisent la production en contraignant à constituer le stock de précaution sur une seule campagne.

L'aléa portant uniquement sur les contraintes du modèle, la prime de risque n'est pas exprimée monétairement mais par l'excédent de ressources produites par rapport aux besoins moyens du troupeau. La courbe de la figure 2 montre que cet excédent croît avec l'aversion au risque.

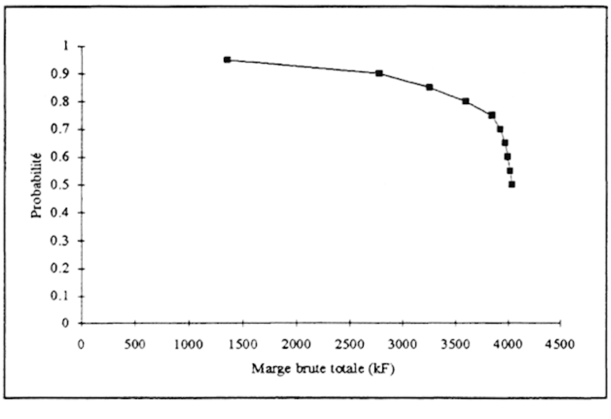
INTRODUCTION DE L'IRRIGATION

Dans la plaine du Forez, l'adoption de l'irrigation par les producteurs laitiers est considérée d'abord comme un moyen de sécurisation de la production fourragère, ensuite comme une opportunité de diversification vers la production de cultures de vente (céréales d'hiver et de printemps, oléagineux). L'introduction d'activités irriguées (maïs et tournesol) dans le modèle amène à des résultats conformes aux stratégies des agriculteurs.

Par rapport à la situation en sec, l'irrigation conforte l'atelier laitier dont l'effectif n'est plus décroissant pour une large plage de valeurs du paramètre d'aversion ($0.5 \leq \alpha \leq 0.75$), tableau 2. Cela s'explique par la suppression de l'aléa sur la production de maïs fourrage et le moindre poids de l'aléa climatique sur la contrainte de matière sèche totale (MST). En effet dans les assolements optimaux, le maïs ensilage irrigué, malgré des coûts de production élevés, est systématiquement préféré à la production en sec. Cette intensification de la production fourragère permet aussi d'accroître la surface en blé d'hiver de 50%.

Un exploitant plus prudent voit son revenu baisser, consacrant une partie des ressources fourragères à se prémunir contre le risque (figure 2). La prime de risque en ressources MST, moins importante dans le programme avec irrigation que le programme au sec, indique que les producteurs irriguants stockent moins que les non irriguants.

Figure 2: Variation des marges brutes totales en fonction du seuil de risque (avec irrigation)



Pour des valeurs identiques de η, la différence de marge brute totale entre les scénarios avec et sans irrigation, faible pour des exploitants peu averses au risque, croît rapidement lorsque η augmente:

Probabilité	0.60	0.75	0.80	0.85
MBT non Irr/ MTB Irr	0.12	0.34	0.51	0.95

Si l'intérêt économique de l'irrigation pour les agriculteurs est mesuré par l'accroissement de marge brute totale (ce critère est ici acceptable en première approximation car la structure de production varie peu et les investissements en matériel d'irrigation sont modestes), la rentabilité de cette opération dépend beaucoup de l'aversion au risque des producteurs et amène à des interrogations sur les résultats obtenus à partir de modèles déterministes.

CONCLUSION

Notre ambition dans cette étude est de construire un modèle descriptif du comportement des exploitants agricoles tenant compte du risque économique (variabilité des prix agricoles) et climatique (variabilité des rendements). La formulation MOTAD généralisé permet d'intégrer le risque affectant plusieurs contraintes à la fois (fonction objectif comprise) du modèle linéaire déterministe.

Le coefficient d'aversion au risque sur les contraintes joue un rôle important puisqu'il traduit la façon dont l'exploitant effectue ses choix de production et de stock en ressources. Cependant pour des applications futures il serait intéressant de hiérarchiser les besoins en ressources et d'estimer chacun des paramètres d'aversion au risque de manière subjective, car ces derniers dépendent de la perception de chaque individu.

Le modèle pourrait être amélioré en calculant les estimateurs de la variance non plus par rapport à la moyenne, mais par rapport à un objectif normatif (modèle Target MOTAD). Ce dernier donne des solutions optimales plus efficientes au sens de la dominance stochastique de second ordre (DS2).

D'un point de vue empirique, les résultats obtenus par le modèle stochastique correspondent mieux aux choix d'assolement observés dans les périmètres irrigués voisins que ceux du modèle déterministe. Néanmoins des voies d'amélioration sont à tester : l'écriture d'un modèle multi-périodique, avec conditions initiales définies à partir du plan de production passé, permettrait d'éviter la situation pénalisante actuelle où le stock fourrager est constitué en une seule période. De même, l'incertitude liée à la variabilité des rendements des cultures de vente et des prix du cheptel devrait être introduite même si cette source d'incertitude est moins importante.

Pour les exploitations laitières de la Plaine du Forez, ces simulations mettent en évidence le rôle contre-aléatoire de l'irrigation face aux aléas climatiques, mais aussi que la rentabilité de celle-ci pour les agriculteurs dépend de leur degré d'aversion au risque.

Tableau 1: Solution du modèle sans irrigation pour différentes valeurs d'aversion au risque

Probabilité	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	Réel
Coeff. D'aversion	0.000	0.126	0.253	0.365	0.524	0.674	0.842	1.036	1.285	Réel
Marge Brute Totale (kF)	3 858	3 729	3 580	3 429	3 179	2 864	2 389	1 672	1 355	2 880
Cultures de Ventes. (ha)	106.2	106.0	104.9	107.3	98.9	90.9	74.5	59.0	413.0	70.5
Ensilage Mais (t)	592.5	633.3	680.4	728.2	808.9	903.4	1039.2	1257.7	0.0	527.3
Ensilage d' Herbe (t)	218.5	238.2	233.6	296.3	204.9	194.7	176.9	142.8	0.0	474.8
Foin (t)	474.5	459.1	422.0	437.9	467.7	492.7	515.6	514.8	0.0	427.7
Pâturage (t)	378.4	378.8	410.1	350.8	295.2	245.3	221.0	176.6	0.0	338.5
Achat (t)	267.1	259.3	250.4	241.3	226.0	208.1	182.3	140.9	0.0	
Matière Sèche produite	2018.3	2040.9	2062.1	2086.4	2096.8	2155.3	2274.7	2400.1	0.0	2148.6
Cheptel Laitier	314	305	294	283	265	244	214	165	0	339
Déviation Standard Total	1427.8	1647.3	2104.7	2045.6	1757.7	1839.1	2044.3	2577.1	0.00	
Prime de Risque Totale	0.00	207.56	532.50	746.65	921.06	1239.56	1721.33	2669.83	0.00	

Tableau 2: Solution du modèle avec irrigation

Probabilité	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95
Coeff. d'aversion	0.000	0.126	0.253	0.365	0.524	0.674	0.842	1.036	1.285	1.645
Marge Brute Totale (kF)	4 039	4 019	3 996	3 970	3 921	3 845	3 595	3 255	2 776	1 354
Cultures de Ventes. (ha)	157.3	154.3	150.7	144.5	129.2	115.0	109.6	100.3	413.0	413
Ensilage Maïs (t)	721.5	746.7	777.2	778.4	722.9	643.5	743.9	810.9	902.3	0
Ensilage d' Herbe (t)	220.7	226.0	231.6	236.8	244.5	316.6	306.2	341.2	392.7	0
Foin (t)	415.4	423.2	455.2	492.6	558.1	631.6	619.7	645.9	684.8	0
Pâturage (t)	366.8	362.7	324.5	302.5	310.2	316.4	325.8	325.1	322.4	0
Achat (t)	343.4	343.4	343.4	343.4	343.4	341.7	332.4	314.2	288.3	0
Matière Sèche produite	2045.6	2080.7	2117.2	2151.8	2209.6	2281.9	2371.3	2488.4	2536.8	0
Cheptel Laitier	317	317	317	317	317	315	219	145	43	0
Déviation Standard Total	613.31	651.35	638.39	665.03	727.09	973.95	853.97	980.77	1119.4	0.00
Prime de Risque Totale	0	82	162	243	381	656	719	1016	1438	0

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BOUSSARD J. M. (1970) - **Programmation mathématique et production agricole**. Cujas, Paris.

CHARNES A. and COOPER W.W. (1959) - Chance contrained programming. **Management Science**, 6, pp. 73-79.

HAZELL P.B.R. (1971) - A linear alternative to quadratic and semi-variance programming for farm planning under uncertainty. **American Journal of Agricultural Economics**, 53, pp. 239-252.

HAZELL P. B. R. and NORTON R. D. (1986) - **Mathematical programing for economics analysis in agriculture**. McMillan, London.

KALL P. (1976) - **Stochastic linear programming**. Springer-Verlag Berlin Heidelberg N. Y.

MAILHOL J.C. (1992) - **Evaluation à l'échelle régionale des besoins en eau et du rendement des cultures selon la disponibilité en eau. Application au bassin Adour-Garonne**. Rapport d'étude, 24 p. + annexes.

RIEU T. et PLATON J.P. (1993).- **Analyse prospective de la demande en eau gricole**. Communication présentée à la CGHB à Bordeaux, 12 p.

SINGUPTA J. K. (1966) - The stability of truncated solution of stochastic linear programming. **Econometrica**, vol. 34 (1), pp. 77-104.

TINTER G. (1960) - A note on stochastic linear programming" **Econometrica**, vol. 28 (2), pp. 490-495.

WICKS J.A. and W.B. GUISE (1978) - An alternative solution To Linear Programming problems with Stochastic Input-Output coefficients. **Australian Journal of Agricultural Economics**, 22 (1), pp. 22-40.