



*The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library*

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

*No endorsement of AgEcon Search or its fundraising activities by the author(s) of the following work or their employer(s) is intended or implied.*



Authors' contribution/  
Wkład autorów:  
A. Study design/  
Zaplanowanie badań  
B. Data collection/  
Zebranie danych  
C. Statistical analysis/  
Analiza statystyczna  
D. Data interpretation/  
Interpretacja danych/  
E. Manuscript preparation/  
Przygotowanie tekstu  
F. Literature search/  
Opracowanie  
piśmiennictwa  
G. Funds collection/  
Pozyskanie funduszy

## THE PROBLEM OF ASSESSMENT OF LINEAR ORDERING METHODS

### PROBLEM OCENY METOD PORZĄDKOWANIA LINIOWEGO

Kinga Kądziołka<sup>1(A,B,C,D,E,F)</sup>

<sup>1</sup>WSB University, Poland

Akademia WSB w Dąbrowie Górniczej, Polska

#### Citation:

Kądziołka, K., (2021). The problem of assessment of linear ordering methods/ Problem oceny metod porządkowania liniowego. *Economic and Regional Studies*, 14(4), 391-408.  
<https://doi.org/10.2478/ers-2021-0028>

#### ORIGINAL ARTICLE

JEL code: C10, C43, C44, G23

Submitted:  
November 2021

Accepted:  
December 2021

Tables: 2  
Figures: 4  
References: 37

#### Abstract

**Subject and purpose of work:** The aim of the work is to present and compare the results of selected procedures for assessing linear ordering methods. The considerations were carried out on the example of taxonomic measures of the security of cryptocurrency exchanges.

**Materials and methods:** Publicly available data published on internet portals were used to assess the security of cryptocurrency exchanges. Composite indicators were created using the standardized sum method. The selection of the final representative was made on the basis of the similarity of rankings, the choice of the measure from the so-called efficient frontier, aggregate measure of the correctness of linear ordering methods and the PROMETHEE II method.

**Results:** According to the values of all selected composite indicators, the Gemini exchange was the best in terms of the adopted criteria.

**Conclusions:** Each of the analyzed procedures for selecting the final linear ordering method has its own logic, advantages and disadvantages.

**Keywords:** composite indicator, PROMETHEE II, cryptocurrency exchanges, assessment of the correctness of linear ordering methods, selection of the linear ordering method

#### ORYGINALNY ARTYKUŁ NAUKOWY

Klasyfikacja JEL: C10, C43, C44, G23

Zgłoszony:  
listopad 2021

Zaakceptowany:  
grudzień 2021

Tabele: 2  
Rysunki: 4  
Literatura: 37

#### Streszczenie

**Przedmiot i cel pracy:** Celem pracy jest prezentacja i porównanie wyników wybranych procedur wyboru metody porządkowania liniowego, spośród wielu wariantów, które są akceptowane przez badacza. Rozważania prowadzono na przykładzie taksonomicznych mierników bezpieczeństwa giełd kryptowalut.

**Materiały i metody:** Do analiz wykorzystano ogólnodostępne w Internecie dane dotyczące charakterystyk giełd kryptowalut. Mierniki taksonomiczne tworzone metodą sum standaryzowanych. Wyboru finalnego reprezentanta dokonano na podstawie oceny podobieństwa rankingów, wyboru miernika z tzw. granicy efektywnej, agregatowego miernika oceny poprawności metod porządkowania liniowego oraz metody PROMETHEE II.

**Wyniki:** W analizowanym przykładzie zaobserwowano różnice w uporządkowaniu giełd zależnie od wybranego miernika, przy czym w przypadku każdej z rozważanych procedur wyboru finalnego reprezentanta najlepsza była giełda Gemini.

**Wnioski:** Każda z zaprezentowanych procedur wyboru finalnej metody porządkowania liniowego ma swoją logikę, pewne wady i zalety.

**Słowa kluczowe:** miernik taksonomiczny, PROMETHEE II, giełdy kryptowalut, ocena poprawności metod porządkowania liniowego, wybór metody porządkowania liniowego

**Address for correspondence / Adres korespondencyjny:** dr Kinga Kądziołka (ORCID 0000-0001-9506-3044), Akademia WSB w Dąbrowie Górniczej, ul. Ciepłaka 1c, 41-300 Dąbrowa Górnicza, Poland; +48 32 295 93 16; e-mail: kinga.kadziolka@vp.pl

**Journal included in:** ERIH PLUS; AgEcon Search; AGRO; Arianita; Baidu Scholar; BazElkon; Cabell's Whitelist; CNKI Scholar; CNPIEC – cnpLINKer; EBSCO Discovery Service; EBSCO-CEEAS; EuroPub; Google Scholar; Index Copernicus ICV 2017-2019: 100,00; J-Gate; KESLI-NDSL; MyScienceWork; Naver Academic; Naviga (Softweco); Polish Ministry of Science and Higher Education 2021: 20 points; Primo Central; QOAM; ReadCube; Semantic Scholar; Summon (ProQuest); TDNet; WanFang Data; WorldCat.

**Copyright:** © The Authors, 2021. **Publisher:** Pope John Paul II State School of Higher Education in Białą Podlaską.

## Introduction

Linear ordering methods are commonly used in various areas of economics and finance, such as assessment of the socio-economic development, labor market analyses, portfolio analysis, creating rankings of investment funds, stock exchanges, banks (Tarczyński, 2013; Kompa, Witkowska, 2014; Zielińska-Sitkiewicz 2015 ; Miłek, 2018; Kuc-Czarnecka, 2019; Kądziołka, 2021c). One of the most popular methods are taxonomic measures. Different methods of linear ordering can lead to different rankings. In this paper, considerations are limited to the ordering of objects based on the values of taxonomic measures.

The aim of the work is to present and compare the results of selected methods for selecting the final taxonomic measure from many its variants that are accepted by the researcher. The considerations were conducted on the example of taxonomic measures of the security of cryptocurrency exchanges. The assessment of cryptocurrency exchanges, taking into account various aspects of their functioning, seems to be an important issue, due to many kinds of threats associated with such investments, e.g. threats from cyberspace or the use of cryptocurrencies for illegal activities (Christin, Moore, 2013; Kądziołka, 2015, 2017; Gandal et al., 2018; Albrecht et al., 2019). Composite indicators (taxonomic measures) were used to assess the attractiveness of cryptocurrency exchanges. In these works, the standardized sum method, Hellwig's method and TOPSIS procedure were used (Kądziołka, 2021b,d,e). To assess the attractiveness of cryptocurrency exchanges, the multi-criteria PROMETHEE II method was also used (Kądziołka, 2021a). This method uses pairwise comparison of objects to create rankings. In this article, attention is paid on the security aspect of cryptocurrency exchanges, therefore diagnostic variables concerning, among others, the popularity of exchanges, the functionality of websites or the diversity of instruments in which one can invest on a given exchange were omitted.

All calculations were conducted using R software and publicly available data published on internet portals: [www.coingecko.com](http://www.coingecko.com) and [www.cryptocompare.com](http://www.cryptocompare.com).

## Data and methods

The considerations in this paper were carried out on the example of taxonomic measures for assessing the security of cryptocurrency exchanges. By the construction of the taxonomic measures, the following 3 diagnostic variables were taken into account regarding various aspects of exchange's security<sup>1</sup>:

<sup>1</sup> There were assessed 80 cryptocurrency exchanges, for which the values of all diagnostic variables were given. All selected diagnostic variables were described and used in the work of

## Wstęp

Metody porządkowania liniowego są powszechnie stosowane m. in. w różnych obszarach ekonomii i finansów, jak np. ocena rozwoju społeczno-ekonomicznego, analizy rynku pracy, wycena nieruchomości, analiza portfelowa, tworzenie rankingów funduszy inwestycyjnych, giełd, banków (Tarczyński, 2013; Kompa, Witkowska, 2014; Zielińska-Sitkiewicz 2015; Miłek, 2018; Kuc-Czarnecka, 2019; Kądziołka, 2021c). Wśród takich metod popularne są np. mierniki taksonomiczne. Różne metody porządkowania liniowego mogą prowadzić do różnych rankingów. W niniejszej pracy rozważania zostaną ograniczone do porządkowania obiektów w oparciu o wartości mierników taksonomicznych.

Celem pracy jest prezentacja i porównanie wyników wybranych metod umożliwiających wybór finalnego miernika taksonomicznego, spośród wielu jego wariantów, które są akceptowane przez badacza. Rozważania będą prowadzone na przykładzie taksonomicznych mierników bezpieczeństwa giełd kryptowalut. Ocena giełd kryptowalut z uwzględnieniem różnych aspektów ich funkcjonowania wydaje się istotnym zagadnieniem, gdyż z inwestycjami w kryptowaluty związane są różnego rodzaju zagrożenia, obejmujące m. in. zagrożenia z cyberprzestrzeni czy wykorzystanie kryptowalut do działań niezgodnych z prawem (Christin, Moore, 2013; Kądziołka, 2015, 2017; Gandal i in., 2018; Albrecht i in., 2019). Do oceny atrakcyjności giełd kryptowalut były stosowane mierniki taksonomiczne. W pracach tych wykorzystano metodę sum standaryzowanych, metodę Hellwiga oraz TOPSIS (Kądziołka, 2021b,d,e). Wykorzystana też była wielokryterialna metoda PROMETHEE II, w której do utworzenia rankingów, zamiast sumowania znormalizowanych wartości zmiennych diagnostycznych, stosuje się porównywanie obiektów parami (Kądziołka, 2021a). W niniejszym artykule uwaga skoncentrowana zostanie na aspekcie bezpieczeństwa giełd kryptowalut, w związku z czym zmienne diagnostyczne dotyczące m. in. popularności giełd, funkcjonalności serwisów internetowych czy różnicowania instrumentów, w które można na danej giełdzie inwestować, zostały pominięte.

Prezentowane w niniejszym artykule wyniki uzyskano z wykorzystaniem darmowego programu R i ogólnodostępnych danych publikowanych na portalach [www.coingecko.com](http://www.coingecko.com) oraz [www.cryptocompare.com](http://www.cryptocompare.com).

## Charakterystyka danych i metod porządkowania liniowego

Rozważania w niniejszej pracy będą prowadzone na przykładzie taksonomicznych mierników oceny bezpieczeństwa giełd kryptowalut. Konstruując mierniki taksonomiczne uwzględniono następujące 3 zmienne diagnostyczne dotyczące różnych aspektów bezpieczeństwa giełd<sup>1</sup>:

<sup>1</sup> Ocenie poddano 80 giełd, dla których dostępne były wartości wszystkich rozważanych zmiennych. Wszystkie rozważane zmienne zostały wykorzystane i opisane w pracy Kądziołki (2021e). Zmienne x1 i x2 zostały również scharakteryzowane i wykorzystane w pracach Kądziołki (2021a, b, d, f).

- *Security Rank* Indicator ( $x_1$ )
- *KYC/Transaction Risk* Indicator ( $x_2$ )
- *Legal/Reg* Indicator ( $x_3$ )

The *Security Rank* indicator assesses the level of cybersecurity. It is estimated for cryptocurrency exchanges on the cer.live platform. This indicator is a certain aggregate measure that assesses the exposure of users and servers to threats from cyberspace. The higher the value of the indicator, the higher the level of safety of the exchange<sup>2</sup>.

*KYC/Transaction Risk* and *Legal/Reg* indicators are determined by the cryptocompare.com portal. First of them is an aggregate measure and takes into account various characteristics related to the anti-money laundering area, such as implementation of *KYC* (Know Your Customer) policies and monitoring of transactions, i.e., ability to identify and flag any suspicious flows of cryptocurrency that may come from illegal sources. *Legal/Reg* indicator is also an aggregate measure. It assesses some of the legal aspects of exchanges' functioning, such as: legal exchange name, country risk rating, country cryptocurrency regulation, insurance against losses<sup>3</sup>. The higher the value of these indicators, the better.

There were considered taxonomic measures of the form<sup>4</sup>:

$$TM_i = \sum_{j=1}^m w_j z_{ij}$$

where  $w_j$  is the weight of  $j$  - th diagnostic variable,  $\sum_{j=1}^m w_j = 1$ ,  $w_j > 0$ ,  $j=1, \dots, m$ ,  $z_{ij}$  is the value of  $j$ -th diagnostic variable (in form of stimulant<sup>5</sup> and after normalization) for  $i$  - th object,  $i=1, \dots, n$ . In the analysed case all diagnostic variables were stimulants. Variation coefficients of diagnostic variables were greater than 0,1 and there was no strong correlation between the diagnostic variables<sup>6</sup> (Kądziołka, 2021e, p. 45). Diagnostic variables were normalized according to the formula:

Kądziołka (2021e). Variables  $x_1$  i  $x_2$  were used and described in works of Kądziołka (2021a, b, d, f).

<sup>2</sup> The methodology of the construction of this indicator is described on the website: <https://cer.live/certified>.

<sup>3</sup> The methodology of the construction of these indicators is described on the website: [www.cryptocompare.com/media/37072188/cryptocompare-exchange-benchmark-july-2020.pdf](https://www.cryptocompare.com/media/37072188/cryptocompare-exchange-benchmark-july-2020.pdf)

<sup>4</sup> Due to the fact that the aim of the work is to present and compare selected methods for selecting the final taxonomic measure, without losing generality for the presented considerations, one can consider only measures constructed using the standardized sum method with different weights of diagnostic variables. This method was used due to its simplicity. It has some disadvantages, which were described in the work of Ameljańczyk (2014).

<sup>5</sup> A stimulant is a variable whose higher value indicates a higher level of the analyzed phenomenon. A destimulant is a variable having a negative impact on this phenomenon (Młodak, 2006, p. 33).

<sup>6</sup> The problem concerning the reduction of diagnostic variables is discussed in the literature and there is no one universal procedure, how to deal with it. Bąk (2017, p. 31) suggests that strong correlated variables should be reduced. Kukuła (2020, p. 14) suggests not to reduce strong correlated components of a taxonomic measure.

- wskaźnik *Security Rank*, mierzący poziom zabezpieczeń giełdy na zagrożenia z cyberprzestrzeni ( $x_1$ ),
- *KYC/Ryzyko transakcji* ( $x_2$ ),
- wskaźnik *Legal/Reg* ( $x_3$ ).

Wskaźnik *Security Rank* dotyczy oceny poziomu zabezpieczeń giełdy przeciw zagrożeniom z cyberprzestrzeni. Wyznaczany jest dla giełd kryptowalut na platformie cer.live. Wskaźnik ten jest pewnym miernikiem agregatowym, oceniającym podatność użytkowników i serwerów na zagrożenia z cyberprzestrzeni<sup>2</sup>. Im wyższa wartość tego wskaźnika tym wyższy poziom zabezpieczeń giełdy na zagrożenia z cyberprzestrzeni.

Wskaźnik dotyczący implementacji procedur *KYC* (ang. *Know Your Customer*) i ryzyka transakcji oraz wskaźnik *Legal/Reg* wyznaczane są przez portal cryptocompare.com. Wartość pierwszego jest wyznaczana przez zsumowanie punktów przyznanych w ramach różnych kategorii dotyczących obszaru związanego z przeciwdziałaniem praniu pieniędzy, jak np. identyfikacja użytkowników, monitorowanie i identyfikacja podejranych transakcji. Drugi wskaźnik też jest pewnym miernikiem agregatowym dotyczącym oceny m. in. prawnych uregulowań funkcjonowania kryptowalut i giełd w danym kraju i zabezpieczeń przed stratami<sup>3</sup>. Im wyższe wartości tych wskaźników tym lepiej.

W niniejszej pracy rozważane będą mierniki taksonomiczne postaci<sup>4</sup>:

gdzie  $w_j$  jest wagą  $j$  - tej zmiennej diagnostycznej,  $\sum_{j=1}^m w_j = 1$ ,  $w_j > 0$ ,  $j=1, \dots, m$ ,  $z_{ij}$  - wartość  $j$ -tej zmiennej (przekształconej do postaci stymulanty<sup>5</sup> i po normalizacji) dla  $i$  - tego obiektu,  $i=1, \dots, n$ . W analizowanym przykładzie wszystkie uwzględnione zmienne diagnostyczne są stymulantami. Współczynniki zmienności rozważanych zmiennych diagnostycznych były większe od 0,1 oraz nie występowało silne ich skorelowanie<sup>6</sup> (Kądziołka, 2021e, s. 45). Transformacji zmiennych dokonano wg wzoru:

<sup>2</sup> Szczegóły dotyczące metodologii dostępne są na stronie <https://cer.live/certified>, data dostępu: 30.08.2020.

<sup>3</sup> Szczegóły wyznaczania wskaźnika *Legal/Reg* i *KYC* opisane są w dokumencie: [www.cryptocompare.com/media/37072188/cryptocompare-exchange-benchmark-july-2020.pdf](https://www.cryptocompare.com/media/37072188/cryptocompare-exchange-benchmark-july-2020.pdf), data dostępu: 30.08.2020.

<sup>4</sup> Z uwagi na to, że celem pracy jest prezentacja i porównanie wybranych metod wyboru finalnego miernika taksonomicznego, bez straty ogólności dla prowadzonych rozważań można ograniczyć się do mierników konstruowanych metodą sum standaryzowanych, które różnią się wagami zmiennych diagnostycznych. Metodę tą wykorzystano z uwagi na jej prostotę, jednakże nie jest ona pozbawiona wad, które szczegółowo opisuje m. in. Ameljańczyk (2014).

<sup>5</sup> Stymulanta jest zmienną, której większa wartość wskazuje na większy poziom rozpatrywanego zjawiska. Z kolei destymulanta to zmienna mająca na to zjawisko negatywny wpływ (Młodak, 2006, s. 33).

<sup>6</sup> Problem redukcji zmiennych, mających wejść w skład miernika taksonomicznego jest przedmiotem dyskusji w literaturze i nie ma jednoznacznego stanowiska w tej sprawie. Bąk (2017, s. 31) sugeruje, że zmienne diagnostyczne będące składowymi miernika taksonomicznego powinny być słabo skorelowane ze sobą. Kukuła (2020, s. 14) zaleca, aby w przypadku konstrukcji mierników taksonomicznych nie redukować skorelowanych zmiennych.



$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}}$$

where  $x_{ij}$  is the value of  $j$  – th diagnostic variable for  $i$  – th object. The normalization method was chosen arbitrarily. The review and comparison of normalization formulas can be found, among others, in works of Walesiak (2014, 2016) and Kądziołka (2021f).

There were randomly generated 1000 vectors of weights ( $w_1^r, w_2^r, w_3^r$ ),  $r=1, \dots, 1000$  and 1000 taxonomic measures were created  $TM_i^r = \sum_{j=1}^m w_j^r z_{ij}$  ( $i=1, \dots, n$ ;  $r=1, \dots, 1000$ ,  $n$  is the number of objects (here:  $n=80$ ),  $m$  is the number of diagnostic variables (here:  $m=3$ )). These measures were then assessed using different procedures for assessing the correctness of linear ordering methods.

## The criterion of rankings similarity

### Maximizing of rankings similarity function

Kukuła and Luty (2015, p. 233) proposed to choose a ranking (from many variants that are accepted by the researcher), for which the  $u_p$  function:

$$u_p = \frac{1}{k-1} \sum_{q=1, q \neq p}^k m_{pq}$$

reaches the maximal value. In the presented formula  $k$  is the number of considered rankings,  $p, q=1, \dots, k$  (analysed rankings),  $m_{pq}$  is the measure of similarity of rankings  $p$  and  $q$  defined as:

$$m_{pq} = 1 - \frac{2 \sum_{i=1}^n |c_{ip} - c_{iq}|}{n^2 - z}$$

$c_{ip}$  is the position of  $i$  – th object in  $p$ -th ranking,  $c_{iq}$  is the position of  $i$  – th object in  $q$ -th ranking,  $n$  is the number of objects,  $z=1$ , if  $n$  is an odd number,  $z=0$ , if  $n$  is an even number.

In the next work dealing with this issue, Kukuła and Luty (2017, p. 164-165) proposed to eliminate „outliers”, before the application of their method. They proposed to eliminate rankings, for which  $m_{pq} \leq \bar{m} + d(m)$ , where  $\bar{m}$  is the mean value of their similarity function,  $d(m)$  is the standard variation of its values.

Kądziołka (2021a, p. 136) proposed to maximize values of the *Mean\_CS* function to establish weights and select the final ranking using the PROMETHEE II method. The *Mean\_CS* function was defined as:

$$Mean\_CS_i = \frac{1}{k-1} \sum_{j=1, j \neq i}^k \rho_{ij}$$

where  $\rho_{ij}$  is Spearman's correlation coefficient between values of  $i$  – th  $j$  – th net flow vectors,  $k$  is

gdzie  $x_{ij}$  oznacza wartość  $j$  – tej zmiennej diagnostycznej dla  $i$  – tego obiektu. Metoda normalizacji zmiennych została wybrana w sposób arbitralny. Przegląd i porównanie wybranych formuł normalizacyjnych jest dostępny w literaturze (np. Walesiak, 2014, 2016; Kądziołka 2021f).

Utworzono 1000 mierników taksonomicznych w ten sposób, że wygenerowano losowo 1000 zestawów wag ( $w_1^r, w_2^r, w_3^r$ ),  $r=1, \dots, 1000$ , na podstawie których wyznaczono zmienne syntetyczne  $TM_i^r = \sum_{j=1}^m w_j^r z_{ij}$  ( $i=1, \dots, n$ ;  $r=1, \dots, 1000$ ,  $n$  – liczba obiektów (tutaj:  $n=80$ ),  $m$  – liczba zmiennych wchodzących w skład miernika (tutaj:  $m=3$ )). Mierniki te będą w dalszej części pracy przedmiotem analizy z wykorzystaniem różnych kryteriów oceny poprawności metod porządkowania liniowego.

## Kryterium podobieństwa rankingów

### Maksymalizacja funkcji podobieństwa rankingów

Kukuła i Luty (2015, s. 233) zaproponowali, aby spośród wielu rozważanych rankingów (uzyskanych na podstawie odpowiednich mierników taksonomicznych) wybrać ten, dla którego funkcja  $u_p$  przyjmuje wartość maksymalną, gdzie:

$k$  jest liczbą rozważanych rankingów,  $p, q=1, \dots, k$  (analizowane rankingi),  $m_{pq}$  – miara podobieństwa rankingów  $p$  i  $q$  wyznaczana następująco:

$c_{ip}$  – pozycja  $i$  – tego obiektu w rankingu  $p$ ,  $c_{iq}$  – pozycja  $i$  – tego obiektu w rankingu  $q$ ,  $n$  – liczba analizowanych obiektów,  $z=1$ , gdy  $n$  jest liczbą nieparzystą oraz  $z=0$ , gdy  $n$  jest liczbą parzystą.

W kolejnej pracy Kukuła i Luty (2017, s. 164-165) zasugerowali, aby przed wyborem ostatecznego rankingu zgodnie z zaproponowaną przez nich w 2015 r metodą, dokonać eliminacji „odstających” rankingów. Wskazali, aby wyeliminować z dalszych analiz te rankingi, dla których  $m_{pq} \leq \bar{m} + d(m)$ , gdzie  $\bar{m}$  oznacza średnią miarę podobieństwa rankingów a  $d(m)$  odchylenie przeciętne.

Kądziołka (2021a, s. 136) do ustalenia wag i wyboru finalnego rankingu, spośród rankingów uzyskanych metodą PROMETHEE II zaproponowała maksymalizację funkcji *Mean\_CS*, zdefiniowanej następująco:

gdzie  $\rho_{ij}$  oznacza współczynnik korelacji Spearmana między wartościami  $i$  – tego i  $j$  – tego wektora

the number of net flow vectors. A similar idea can be used to select the final ranking of objects obtained with others linear ordering methods (e.g. taxonomic measures).

The presented procedures for selecting the final ranking, based on the maximization of the similarity function, may not always lead to a unique solution. There can happen situations where for several linear ordering methods the rankings similarity function reaches the maximal value.

### ***Selection of the final representative from the efficient frontier***

In the work of Kądziołka (2021b), an approach similar to the selection of an investment portfolio was proposed for selecting the final taxonomic measure. The final representative was chosen from the so-called efficient frontier<sup>7</sup>. It was proposed to create a scatterplot showing the mean value of similarity of rankings and its differentiation. The final representative was selected from those measures for which there exists neither a measure with higher mean of Spearman's correlation coefficients, and lower or the same differentiation of these coefficients nor a measure with the same mean of Spearman's correlation coefficients and lower differentiation. In the case where the determined subset of the initial set of linear ordering methods contains more than one element, there are many ways to select the final representative. The examples of selection criteria are presented in the work of Kądziołka (2021c). For example, the following criteria can be used: maximizing the discriminant abilities of a measure or minimizing the sum of distances to other measures in a two-dimensional space (average ordering consistency-differentiation).

Figure 1 shows the scatterplot of the semi-standard deviation and the mean of Spearman's correlation coefficients (values of the *Mean\_CS* function) for the constructed taxonomic measures. To assess the differentiation of rankings similarity, the semi-standard deviation was used<sup>8</sup>, which incorporates only the negative deviations from the mean value. Deviations above the target are a positive phenomenon. The higher the value of Spearman's correlation coefficient, the more similar the rankings.

przepływów netto,  $k$  oznacza liczbę wektorów przepływów netto. Podobna idea może być wykorzystana do wyboru finalnego rankingu obiektów uzyskanych z wykorzystaniem innych metod porządkowania liniowego (m. in. mierników taksonomicznych).

Przedstawione propozycje wyboru finalnego rankingu, na podstawie maksymalizacji funkcji podobieństwa rankingów nie zawsze będą prowadzić do jednoznacznego rozwiązania. Może zdarzyć się sytuacja, że będzie kilka metod porządkowania liniowego, dla których funkcja podobieństwa rankingów przyjmie wartość maksymalną.

### ***Wybór reprezentanta z granicy efektywnej***

W pracy Kądziołka (2021b) zaproponowano do wyboru finalnego miernika taksonomicznego podejście podobne do wyboru portfela inwestycyjnego, spośród elementów tworzących tzw. granicę efektywną<sup>7</sup>. W przypadku zagadnienia wyboru miernika taksonomicznego zaproponowano utworzenie mapy obrazującej dla każdego miernika przeciętną wartość współczynników korelacji Spearmana (między jego wartościami a wartościami pozostałych mierników) oraz ich zróżnicowanie. Finalny reprezentant jest wybierany spośród tych mierników, dla których nie będzie istniał inny miernik charakteryzujący się wyższą przeciętną zgodnością uporządkowania i mniejszym zróżnicowaniem współczynników korelacji Spearmana. W przypadku, gdy wyznaczony w ten sposób podzbiór początkowego zbioru metod porządkowania liniowego zawiera więcej niż jeden element, istnieje wiele kryteriów wyboru finalnego reprezentanta, których przykłady przedstawiono w pracy Kądziołka (2021c). Może to być np. maksymalizacja zdolności dyskryminacyjnych miernika czy minimalizacja sumy odległości do pozostałych mierników w dwuwymiarowej przestrzeni (przeciętna zgodność uporządkowania - zróżnicowanie).

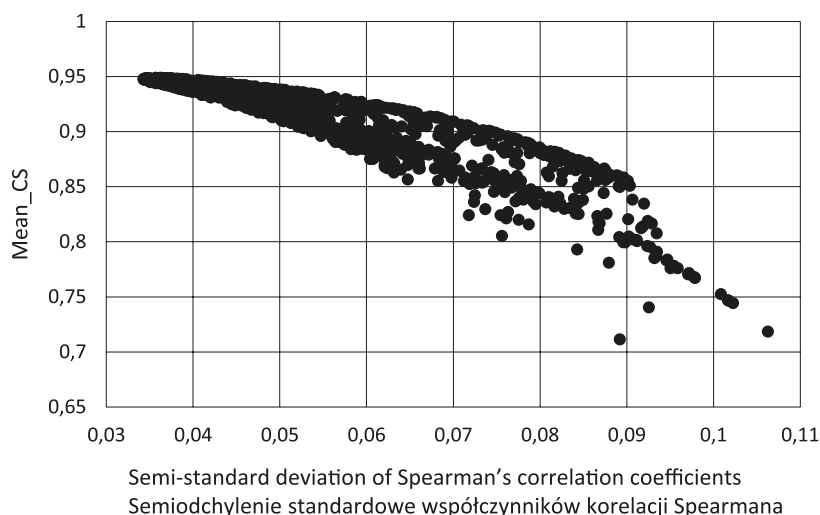
Rysunek 1 przedstawia wartości przeciętne współczynników korelacji Spearmana między wartościami każdego z rozważanych 1000 mierników a wartościami pozostałych mierników (w kontekście przyjętych wcześniej oznaczeń są to wartości funkcji *Mean\_CS*) i ich zróżnicowanie. Do oceny zróżnicowania przeciętnego poziomu podobieństwa rankingów wykorzystano semiodchylenie standardowe, które mierzy tylko ujemne odchylenia od wartości średniej<sup>8</sup>, gdyż w analizowanym zagadnieniu odchylenia dodatnie są pozytywnym zjawiskiem, tj. im wyższy współczynnik korelacji Spearmana tym zgodność uporządkowania obiektów wg różnych rankingów jest wyższa.

<sup>7</sup> The definition of efficient portfolio and procedure for constructing the efficient frontier in the context of portfolio analysis are presented, among others, in the work of Kądziołka (2020, p. 23-24).

<sup>8</sup> The formula for its calculation is presented in Just and Śmiglak-Krajewska (2013, p. 61).

<sup>7</sup> Pojęcie portfeli efektywnych i zagadnienie konstrukcji granicy efektywnej w kontekście analizy portfelowej przedstawione zostało m. in. w pracy Kądziołka (2020, s. 23-24).

<sup>8</sup> Wzór na jego wyznaczenie podany jest w pracy Just i Śmiglak-Krajewskiej (2013, s. 61).



**Figure 1.** Semi- standard deviation and mean of Spearman's correlation coefficients

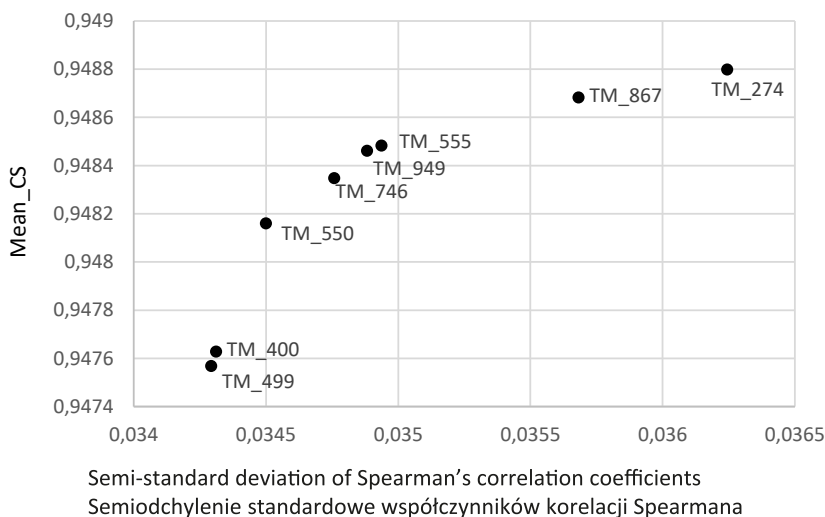
**Rysunek 1.** Średnia i semiodchylenie standardowe współczynników korelacji Spearmana

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

Figure 2 shows a reduced set (a subset of the set presented in Figure 1) of taxonomic measures from which it is proposed to select the final representative. In this paper, as the result of this method, all measures from this set were considered. The labels in Figure 2 contain the identification number (Id) of the appropriate taxonomic measure.

Rysunek 2 przedstawia zredukowany zbiór mierników taksonomicznych (podzbiór zbioru zaprezentowanego na Rysunku 1), spośród których proponuje się wybrać finalnego reprezentanta. W niniejszym artykule, jako wynik tej metody, rozważane będą wszystkie mierniki z tego zbioru. Etykiety na wykresie zawierają numer porządkowy poszczególnych mierników.



**Figure 2.** Reduced set of taxonomic measures

**Rysunek 2.** Zredukowany zbiór mierników taksonomicznych

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

## Other optimization criteria

Mishra (2008, p. 9) proposed to determine the final taxonomic measure as a solution of the problem of maximization the sum of absolute values or the sum of squares of selected correlation measures between

## Inne kryteria optymalizacji

Mishra (2008, s. 9) proponuje wyznaczanie finalnego miernika taksonomicznego, jako rozwiązanie problemu maksymalizacji sumy wartości bezwzględnych lub sumy kwadratów wybranych miar korelacji

the synthetic variable and diagnostic variables. However, there can happen an undesirable situation where, after transforming the diagnostic variables into stimulants, the correlation coefficients between some of them and the synthetic variable are negative numbers. Therefore, it seems that in this approach it is more adequate to take into account the values of correlation coefficients between the synthetic variable and the diagnostic variables with their sign. An exemplary form of the maximized function is as follows:

$$f = \frac{1}{m} \sum_{p=1}^m \rho_p$$

where  $\rho_p$  is Spearman's correlation coefficient between the synthetic variable and  $p$ -th diagnostic variable. There is proposed the function based on Spearman's coefficients instead of linear correlation coefficients, as they also allow to measure monotonic nonlinear relationships.

### Multidimensional assessment of the correctness of linear ordering methods

The existing literature offers aggregate measures for assessing the correctness of linear ordering methods. As the final taxonomic measure this one is selected, for which the aggregate measure of the correctness of linear ordering methods reaches the maximal value. Such measures were used, among others, by: Bąk (2018), Sompolska-Rzechuła (2020, 2021), Trojanowska and Nęcka (2020), Kądziołka (2021d). The values of these measures were determined using the so-called partial measures for assessing the correctness of linear ordering methods.

### Partial measures of the correctness of linear ordering methods

Müller-Frączek (2017, p. 430-432) presents analytical forms of 12 partial measures for assessing the correctness of linear ordering methods. These measures concern the assessment of the following areas of correctness of linear ordering methods: mapping compatibility (3 measures), linear correlation between the synthetic variable and diagnostic variables (2 measures), rank correlation between the synthetic variable and diagnostic variables (3 measures), variability and concentration of the synthetic variable (2 measures), taxonomic distance between the synthetic variable and diagnostic variables (2 measures). Analytical forms of these measures are presented below.

#### Mapping compatibility:

$$M_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n (d_{ij} - \delta_{ij})^2}{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n \delta_{ij}^2},$$

między zmienną syntetyczną a zmiennymi diagnostycznymi. Może się jednak zdarzyć niepożądana sytuacja, że po zamianie zmiennych diagnostycznych na stymulanty, współczynnik korelacji między niektórymi z nich a finalną zmienną syntetyczną będzie ujemny. W związku z czym wydaje się, że w tego typu podejściu optymalizacyjnym bardziej zasadne jest wykorzystanie wartości wybranych współczynników korelacji między zmienną syntetyczną a zmiennymi diagnostycznymi z uwzględnieniem ich znaku. Przykładowa postać maksymalizowanej funkcji może być następująca:

gdzie  $\rho_p$  – współczynnik korelacji Spearmana między zmienną syntetyczną a  $p$ -tą zmienną diagnostyczną. W niniejszym przykładzie zaproponowano funkcję wykorzystującą współczynniki korelacji Spearmana, gdyż umożliwiają one również mierzenie monotonicznych zależności nieliniowych.

### Wielowymiarowa ocena poprawności metod porządkowania liniowego

W literaturze przedmiotu dostępne są też propozycje agregatowych mierników oceny poprawności metod porządkowania liniowego, na podstawie wartości których można dokonać wyboru finalnego miernika spośród rozważanych wariantów. Mierniki takie wykorzystali m. in.: Bąk (2018), Sompolska-Rzechuła (2020, 2021), Trojanowska i Nęcka (2020), Kądziołka (2021d). Wartości tego typu mierników wyznaczane są na podstawie tzw. cząstkowych mierników oceny poprawności metod porządkowania liniowego.

### Mierniki cząstkowe poprawności metod porządkowania liniowego

Müller-Frączek (2017, s. 430-432) przedstawia postacie analityczne 12 mierników cząstkowych oceny poprawności metod porządkowania liniowego. Mierniki te dotyczą oceny następujących obszarów poprawności metod porządkowania liniowego: zgodność odwzorowania (3 mierniki), korelacja liniowa między zmienną syntetyczną, a zmiennymi diagnostycznymi (2 mierniki), korelacja kolejnościowa między zmienną syntetyczną, a zmiennymi diagnostycznymi (3 mierniki), zmienność i koncentracja zmiennej syntetycznej (2 mierniki), odległość taksonomiczna między zmienną syntetyczną, a zmiennymi diagnostycznymi (2 mierniki). Poniżej zaprezentowano postacie analityczne tych mierników.

#### Zgodność odwzorowania:



$$M_2 = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n \left( \frac{d_{ij} - \delta_{ij}}{\delta_{ij}} \right)^2,$$

$$M_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n \frac{(d_{ij} - \delta_{ij})^2}{\delta_{ij}}}{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n \delta_{ij}},$$

where  $d_{ij}$  is the Euclidean distance between  $i$ -th and  $j$ -th object in one-dimensional space of the synthetic variable,  $\delta_{ij}$  is the distance between  $i$ -th and  $j$ -th object in  $m$ -dimensional space of diagnostic variables.

gdzie  $d_{ij}$  oznacza odległość euklidesową między  $i$ -tym i  $j$ -tym obiektem w jednowymiarowej przestrzeni zmiennej syntetycznej,  $\delta_{ij}$  – odległość między  $i$ -tym i  $j$ -tym obiektem w  $m$ -wymiarowej przestrzeni zmiennych diagnostycznych.

Linear correlation between the synthetic variable and diagnostic variables:

Korelacja liniowa między zmienną syntetyczną a zmiennymi diagnostycznymi:

$$M_4 = 1 - \frac{1}{m} \sum_{p=1}^m r_p,$$

$$M_5 = \frac{1}{m} \sum_{p=1}^m l(r_p), \text{ gdzie } l(r_p) = \begin{cases} 0, & r_p \in [0,5; 1] \\ 1, & r_p \in [0; 0,5) \\ 2, & r_p \in [-0,5; 0) \\ 3, & r_p \in [-1; -0,5) \end{cases}$$

where  $r_p$  is linear correlation coefficient between the synthetic variable and  $p$ -th diagnostic variable.

gdzie  $r_p$  – współczynnik korelacji liniowej między zmienną syntetyczną a  $p$ -tą zmienną diagnostyczną.

Rank correlation between the synthetic variable and diagnostic variables:

Korelacja kolejnościowa między zmienną syntetyczną a zmiennymi diagnostycznymi:

$$M_6 = 1 - \frac{1}{m} \sum_{p=1}^m \rho_p,$$

$$M_7 = \frac{1}{m} \sum_{p=1}^m l(\rho_p), \text{ gdzie } l(\rho_p) = \begin{cases} 0, & \rho_p \in [0,5; 1] \\ 1, & \rho_p \in [0; 0,5) \\ 2, & \rho_p \in [-0,5; 0) \\ 3, & \rho_p \in [-1; -0,5) \end{cases}$$

where  $\rho_p$  is Spearman's correlation coefficient between the synthetic variable and  $p$ -th diagnostic variable,  $\dot{x}_{ip}$  - position of  $i$ -th object according to values of  $p$ -th diagnostic variable,  $\dot{q}_i$  - position of  $i$ -th object according to values of the synthetic variable,  $v=n^2$  if  $n$  is an even number,  $v=n^2-1$  if  $n$  is an odd number.

gdzie  $\rho_p$  – współczynnik korelacji Spearmana między zmienną syntetyczną a  $p$ -tą zmienną diagnostyczną,  $\dot{x}_{ip}$  pozycja  $i$ -tego obiektu pod względem wartości  $p$ -tej zmiennej diagnostycznej,  $\dot{q}_i$  pozycja  $i$ -tego obiektu pod względem wartości zmiennej syntetycznej,  $v=n^2$  jeśli  $n$  jest liczbą parzystą,  $v=n^2-1$  jeśli  $n$  jest liczbą nieparzystą.

Variability and concentration of the synthetic variable:

Zmienność i koncentracja zmiennej syntetycznej:

$$M_9 = -\frac{s_m}{\bar{m}},$$

$$M_{10} = \frac{s_\Delta}{\bar{\Delta}},$$

where  $\bar{m}$ ,  $s_m$  are the mean and standard deviation of values of the synthetic variable,  $\bar{\Delta}$ ,  $s_\Delta$  are the mean and standard deviation of values  $\Delta_k = \bar{m}_k - \bar{m}_{k-1}$ ,  $\bar{m}_k$  – ordered non-decreasing values of the synthetic variable.

gdzie  $\bar{m}$ ,  $s_m$  oznaczają średnią i odchylenie standardowe zmiennej syntetycznej,  $\bar{\Delta}$ ,  $s_\Delta$  oznaczają średnią i odchylenie standardowe wartości  $\Delta_k = \bar{m}_k - \bar{m}_{k-1}$ ,  $\bar{m}_k$  – uporządkowane niemalejąco realizacje zmiennej syntetycznej.

Taxonomic distance between the synthetic variable and diagnostic variables:

Odległość taksonomiczna między zmienną syntetyczną a zmiennymi diagnostycznymi:

$$M_{11} = \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |x'_{ij} - q'_i|,$$

$$M_{12} = \sqrt{\frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x'_{ij} - q'_i)^2},$$

where:  $x'_{ij}$  is the standardized value of  $j$  - th diagnostic variable for  $i$  - th object,  $q'_i$  is the standardized value of the synthetic variable for  $i$  - th object.

The lower the values of measures  $M_1 - M_{12}$ , the more correct the synthetic variable (Muller-Frączek, 2017, p. 430).

gdzie:  $x'_{ij}$  - standaryzowana wartość  $j$  - tej zmiennej diagnostycznej dla  $i$  - tego obiektu,  $q'_i$  - standaryzowana wartość zmiennej syntetycznej dla  $i$  - tego obiektu.

Im mniejsze są wartości mierników  $M_1 - M_{12}$ , tym bardziej poprawna jest zmienna syntetyczna (Müller-Frączek, 2017, s. 430).

**Aggregate measures for assessing the correctness of linear ordering methods**

**Agregatowe mierniki oceny poprawności metod porządkowania liniowego**

Bąk (2018, p. 24), Trojanowska and Nęcka (2020, p. 9- 10) and Sompolska - Rzechuła (2020, p. 122-123; 2021, p. 30) proposed to assess the correctness of linear ordering methods the aggregate measure of the form:

Bąk (2018, s. 24), Trojanowska i Nęcka (2020, s. 9- 10) oraz Sompolska-Rzechuła (2020, s. 122-123; 2021, s. 30) proponują wykorzystać do oceny poprawności metod porządkowania liniowego miernik postaci:

$$Q_k = \sqrt{\sum_{l=1}^g q_{kl}^2}$$

where  $q_{kl}$  is the value of  $l$  - th partial measure of assessment the correctness of  $k$  - th linear ordering methods,  $g$  - the number of partial measures. In these works it is assumed that the lower the value of the  $Q_k$ , the more correct the method of linear ordering.

gdzie  $q_{kl}$  oznacza wartość  $l$  - tego miernika częściowego poprawności dla  $k$  - tej metody porządkowania liniowego,  $g$  - liczba mierników częściowych. W pracach tych przyjmuje się, że im mniejsza wartość miernika  $Q_k$  tym bardziej poprawna jest zmienna syntetyczna.

If values of the synthetic variables are positive numbers, the values of the  $M_g$  measure are negative numbers. Squaring them and applying the formula proposed by Bąk (2018), Trojanowska and Nęcka (2020) and Sompolska-Rzechuła (2020) can lead to an incorrect ranking of the considered methods of linear ordering. Sompolska-Rzechuła (2021) omitted the „minus” sign in the formula for calculation the  $M_g$  measure. In this situation the higher the value of the  $M_g$ , the more correct the assessed method. In the case of the remaining measures taken into account by the Author, the direction is opposite. The omission of the „minus” sign, without unification of the direction of dependence for all partial measures, is not sufficient. Moreover, the values of the measures  $M_1 - M_{12}$  are not limited to a certain interval, e.g. [0, 1], therefore the impact of some of them on the final ordering of the considered synthetic variables may be greater than for others.

W przypadku gdy wartości zmiennych syntetycznych będą dodatnie, wartości miernika  $M_g$  będą liczbami ujemnymi. Podniesienie ich do kwadratu i zastosowanie wzoru, jaki proponują Bąk (2018), Trojanowska i Nęcka (2020) oraz Sompolska-Rzechuła (2020), może doprowadzić do niepoprawnego uszeregowania rozważanych metod porządkowania liniowego. Z kolei Sompolska-Rzechuła (2021) pomija znak „minus” we wzorze na  $M_g$ , przez co zmienia się charakter tego miernika częściowego, tzn. im jego wartość wyższa tym lepiej. W przypadku pozostałych mierników uwzględnionych przez Autorkę, kierunek jest odwrotny. Samo pominięcie znaku „minus”, bez zastosowania operacji ujednolicenia kierunku zależności dla wszystkich mierników częściowych też nie eliminuje w tym przypadku rozważanego problemu. Ponadto wartości mierników  $M_1 - M_{12}$  nie są ograniczone do pewnego stałego przedziału, np. [0, 1], w związku z czym wpływ niektórych mierników częściowych na finalne uporządkowanie rozważanych zmiennych syntetycznych może być większy niż pozostałych.

In the work of Kądziołka (2021d), a modification of the method for determining the aggregate measure for assessing the correctness of linear ordering methods was proposed, allowing to eliminate the aforementioned disadvantages of the existing solution. Namely, it was proposed to transform the values of partial measures into stimulants and to normalize their values so that they are in the range [0,1]. There was additionally proposed to use the  $M_{13}$  measure, assessing the similarity of rankings

W pracy Kądziołki (2021d) zaproponowano modyfikację sposobu wyznaczania agregatowego miernika oceny poprawności metod porządkowania liniowego, pozwalającą zniwelować wspomniane wady istniejącego rozwiązania. Mianowicie, zaproponowano przekształcenie wartości mierników częściowych

obtained with the use of the considered synthetic variables. Its values were determined according to the formula:

$$M_{13}(TM_i) = \frac{1}{s-1} \sum_{j=1, j \neq i}^s \rho_{ij}$$

where is Spearman's correlation coefficient between values of taxonomic measures  $TM_i$  and  $TM_j$ ,  $s$  is the number of analysed taxonomic measures. The higher the value of this indicator, the more similar the ranking obtained with the use of  $i$ -th synthetic variable  $TM_i$  to the rankings obtained with the use of other synthetic variables. The  $M_{13}$  measure is a stimulant in the case of assessment of the correctness of linear ordering methods. Its higher values have a positive impact on the analyzed phenomenon. The other selected partial measures are destimulants. The lower their values, the more correct the synthetic variable. Due to the different nature of the variables, it was necessary to normalize them to the form of stimulants or destimulants. It was decided to transform the variables into stimulants, assuming that the greater the value of the aggregate measure for assessing the correctness of the linear ordering method, the better. To assess the correctness of linear ordering methods, there was used the aggregate measure of the form:

$$Q_k^* = \sqrt{\sum_{i=1}^g z_{ki}^2},$$

where

gdzie

$$z_{kl} = \frac{q_{kl} - \min_k\{q_{kl}\}}{\max_k\{q_{kl}\} - \min_k\{q_{kl}\}} \text{ (if } q_l \text{ is a stimulant; jeśli } q_l \text{ jest stymulantą)},$$

$$z_{kl} = \frac{\max_k\{q_{kl}\} - q_{kl}}{\max_k\{q_{kl}\} - \min_k\{q_{kl}\}} \text{ (if } q_l \text{ is a destimulant; jeśli } q_l \text{ jest destymulantą)},$$

(if  $q_l$  is a destimulant),  $q_{kl}$  is the value of  $l$ -th partial measure for  $k$ -th synthetic variable,  $k=1, \dots, s$ ,  $g$  is the number of partial measures,  $s$  is the number of considered synthetic variables (taxonomic measures). The higher the value of the  $Q^*$  measure, the higher the correctness of a given method.

The disadvantage of the aggregate measure  $Q^*$  is that it prefers unbalanced solutions. For example, for objects A(0;1), B(1;0), C(0,65;0,65) values of the  $Q^*$  are equal to:  $Q^*(A)=Q^*(B)=1$ ,  $Q^*(C)=0,919$ . Meanwhile, the point C is closest (in the sense of the Euclidean distance) to the „ideal” solution, i.e. the point with coordinates (1; 1). This is called Korhonen's paradox, which consists in the preference of unbalanced solutions (Kuszewski and Sielska, 2010, p. 152).

wych na postać stymulant oraz unormowanie ich, aby zawierały się w przedziale [0,1]. W przytoczonej pracy uwzględniono dodatkowo miernik  $M_{13}$  oceniający podobieństwo rankingów uzyskanych za pomocą rozważanych zmiennych syntetycznych. Jego wartości wyznaczano według wzoru:

gdzie oznacza współczynnik korelacji Spearmana między wartościami zmiennych syntetycznych  $TM_i$  oraz  $TM_j$ ,  $s$  oznacza liczbę analizowanych zmiennych syntetycznych. Im wyższa wartość tego wskaźnika tym bardziej podobny jest ranking uzyskany za pomocą  $i$ -tej zmiennej syntetycznej  $TM_i$  do rankingów uzyskanych za pomocą pozostałych zmiennych syntetycznych. Miernik  $M_{13}$  będzie pełnił rolę stymulanta w przypadku oceny poprawności metod porządkowania liniowego. Jego wyższe wartości będą miały pozytywny wpływ na analizowane zjawisko. Pozostałe wybrane mierniki cząstkowe będą pełniły rolę destymulant. Im mniejsze ich wartości tym bardziej poprawna zmienna syntetyczna. Z uwagi na różny charakter zmiennych niezbędne było ujednolicenie ich do postaci stymulant lub destymulant. Zdecydowano się przekształcić zmienne na stymulanty, przyjmując, że im większa wartość agregatowego miernika oceny poprawności metody porządkowania liniowego tym lepiej. Do oceny poprawności metod porządkowania liniowego wykorzystano miernik agregatowy postaci:

$q_{kl}$  oznacza wartość  $l$ -tego miernika cząstkowego dla  $k$ -tej zmiennej syntetycznej,  $k=1, \dots, s$ ,  $g$  – liczba mierników cząstkowych,  $s$  – liczba rozważanych zmiennych syntetycznych (mierników taksonomicznych). Przy tak przyjętym sposobie konstrukcji agregatowego miernika oceny poprawności metody porządkowania liniowego, im wyższa jego wartość tym wyższa jej poprawność w sensie przyjętych kryteriów.

Wadą miernika agregatowego będącego pierwiastkiem sumy kwadratów mierników cząstkowych jest preferowanie rozwiązań niebilansowanych. Przykładowo dla obiektów A(0;1), B(1;0), C(0,65;0,65) wartości miernika  $Q^*$  byłyby następujące:  $Q^*(A)=Q^*(B)=1$ ,  $Q^*(C)=0,919$ . Tymczasem punkt C znajduje się najbliżej (w sensie odległości euklidesowej) „idealnego” rozwiązania, czyli punktu o współrzędnych (1;1). Jest to tzw. paradoks Korhonen, który polega na preferencji rozwiązań niebilansowanych (Kuszewski, Sielska, 2010, s.152).

Instead of the  $Q^*$ , other formulas can also be used, e.g. an aggregate measure using the distance from the ideal point. This measure can be defined as follows<sup>9</sup>:

$$Q_k^{**} = \|z^*\| - \|z^* - z_k\|$$

where  $z^*$  is a vector of coordinates of the „ideal” object,  $z_k$  is the vector of values of partial measures for  $k$  – th synthetic variable. In the considered example, when the values of partial measures are normalized and transform into stimulants using the zero unitarization method, all coordinates of the „ideal” object are equal to 1. Using the zero unitarization method and the Euclidean distance, the considered measure is defined as:

$$Q_k^{**} = \sqrt{g} - \sqrt{\sum_{l=1}^g (1 - z_{kl})^2}$$

where  $g$  is the number of partial measures of the correctness of linear ordering methods.

### **The problem of selection of components of the aggregate measure**

Constructing the aggregate measure for assessing the correctness of linear ordering methods, the question arises, which of the partial measures should be used for this purpose and according to which criteria the choice should be made?

Trojanowska and Nęcka (2020) used the partial measures  $M_4 - M_{10}$ . Sompolska – Rzechuła (2020) used measures:  $M_4$ ,  $M_6$ ,  $M_9$  and a modification of the  $M_1$ . Sompolska – Rzechuła (2021) used measures:  $M_4$ ,  $M_6$ ,  $M_9$  (omitting the „minus” sign in the formula for the  $M_9$ ),  $M_{11}$  and a modification of the  $M_1$ . Bąk (2018) specified nor the number nor analytical form of the measures used in his analyses. Kądziołka (2021d) selected the following partial measures:  $M_2$ ,  $M_6$ ,  $M_9$ ,  $M_{10}$  and  $M_{13}$ .

In this work the following set of partial measures was chosen:  $\{M_1, M_8, M_9, M_{10}, M_{13}\}$ . The measure  $M_1$  was chosen from measures assessing mapping compatibility, because it is more universal than measures  $M_2$  i  $M_3$ , which are undefined if there exist different objects with identical values of diagnostic variables<sup>10</sup>. To assess the correlation between the synthetic variable and diagnostic variables, a measure based on the rank correlation coefficient was used instead of measures based on the linear correlation, because the rank correlation coefficient also takes into account monotonic non-linear relationships. From this group of partial measures the  $M_8$  was chosen, because its values were less correlated with values of the  $M_{13}$  than in the case

Zamiast pierwiastka sumy kwadratów wartości wybranych mierników cząstkowych można również wykorzystać inne formuły, np. postać miernika agregatowego wykorzystującą odległość od punktu idealnego. Miernik taki można zdefiniować następująco<sup>9</sup>:

gdzie  $z^*$  oznacza wektor wartości najlepszego miernika (wzorca),  $z_k$  oznacza wektor wartości mierników cząstkowych  $k$  – tego miernika taksonomicznego. W rozważanym przykładzie, przy normowaniu i przekształcaniu do postaci stymulant wartości mierników cząstkowych metodą unitaryzacji zerowanej, wszystkie współrzędne wzorca będą równe 1. Przy wykorzystaniu metody unitaryzacji zerowanej i odległości euklidesowej powyższy miernik przyjmie następującą postać:

gdzie  $g$  – liczba mierników cząstkowych.

### **Problem wyboru składowych miernika agregatowego**

Konstruując agregatowy miernik oceny poprawności metod porządkowania liniowego, pojawia się pytanie, które z mierników cząstkowych należy w tym celu wykorzystać i na jakiej podstawie dokonać tego wyboru?

Trojanowska i Nęcka (2020) wykorzystali do konstrukcji miernika agregatowego mierniki cząstkowe  $M_4 - M_{10}$ . Sompolska-Rzechuła (2020) wykorzystwała mierniki:  $M_4$ ,  $M_6$ ,  $M_9$  oraz pewną modyfikację miernika  $M_1$ . Sompolska-Rzechuła (2021) wykorzystwała mierniki:  $M_4$ ,  $M_6$ ,  $M_9$  (pomijając znak „minus” we wzorze na  $M_9$ ),  $M_{11}$  oraz pewną modyfikację miernika  $M_1$ . Z kolei Bąk (2018) nie precyzuje ani liczby ani postaci analitycznej mierników wykorzystanych w swoich analizach. Kądziołka (2021d) wybrała po jednym mierniku cząstkowym z grup mierników dotyczących: zgodności odwzorowania ( $M_2$ ) oraz korelacji kolejnościowej między zmienną syntetyczną, a zmiennymi diagnostycznymi ( $M_6$ ), oba mierniki dotyczące zmienności i koncentracji zmiennej syntetycznej ( $M_9$  i  $M_{10}$ ) oraz miernik  $M_{13}$ .

W niniejszej pracy wykorzystano następujący zestaw mierników cząstkowych  $\{M_1, M_8, M_9, M_{10}, M_{13}\}$ . Spośród zmiennych dotyczących zgodności odwzorowania wybrano miernik  $M_1$ , gdyż jest on bardziej uniwersalny niż mierniki  $M_2$  i  $M_3$ , które są nieokreślone w przypadku, gdy w rozważanym zbiorze istnieją różne obiekty o identycznych wartościach zmiennych diagnostycznych<sup>10</sup>. W zakresie korelacji zmiennej syntetycznej ze zmiennymi diagnostycznymi

<sup>9</sup> There is proposed a modification of ranking function, presented in the work of Ameljańczyk (2014, p. 36).

<sup>10</sup> In the case of the  $M_1$  measure, the distances between variables in the  $m$ -dimensional space of diagnostic variables were determined after normalization.

<sup>9</sup> Zaproponowano tu pewną modyfikację funkcji rankingowej, którą przedstawił Ameljańczyk (2014, s. 36).

<sup>10</sup> W przypadku miernika  $M_1$  odległości między zmiennymi w  $m$ -wymiarowej przestrzeni zmiennych diagnostycznych wyznaczano dla zmiennych po normalizacji.



of the  $M_6$ . The measures concerning the taxonomic distance between the synthetic variable and the diagnostic variables were omitted, because distant objects in the  $m$ -dimensional space can have the same values of the synthetic variable.

### A multi-criteria assessment of linear ordering methods

Multi-criteria methods can also be used to assess linear ordering methods taking into account various aspects of the correctness. In this work the PROMETHEE II method was used for this purpose. This method is characterized below.

Assume that we have  $n$  objects  $\{a_1, \dots, a_n\}$  and  $m$  criteria  $\{g^1, \dots, g^m\}$ . In the analysed case taxonomic measures are treated as objects and partial measures of correctness of linear ordering methods are criteria. The PROMETHEE II method consists of the following steps (Pośpiech and Mastalerz-Kodzis, 2015, p. 109-110; Namieciński, 2016, p. 146-147; Kądziołka, 2021a, p.135):

1. Pairwise comparison of  $i$ -th and  $j$ -th object for every criterion and determining values  $r_{ij}^k$  according to the formula:

$$r_{ij}^k = \begin{cases} g_i^k - g_j^k, & \text{gdy kryterium } k \rightarrow \max \\ g_j^k - g_i^k, & \text{gdy kryterium } k \rightarrow \min \end{cases}$$

where  $g_i^k, g_j^k$  – evaluations of  $i$ -th and  $j$ -th object according to  $k$ -th criterion,  $i, j=1, \dots, n, k=1, \dots, m$ .

2. Determining the so called individual preference index for each pair of objects for each criterion. A preference function must be chosen for each criterion. There was used for each criterion the following preference function:

$$H^k(a_i, a_j) = \begin{cases} 0, & r_{ij}^k \leq 0 \\ 1, & r_{ij}^k > 0 \end{cases}$$

3. Determining multicriteria preference index for each pair of objects according to the formula:

$$\pi(a_i, a_j) = \sum_{k=1}^m w_k H^k(a_i, a_j)$$

where  $w_k$  – weight of  $k$ -th criterion,  $w_k > 0$ ,  $\sum_{k=1}^m w_k = 1, k=1, \dots, m$ . In the analysed case equal weights of criteria were used.

4. Determining for each object the so - called positive flow  $\phi^+(a_i)$ , negative flow  $\phi^-(a_i)$  and net flow  $\phi(a_i)$  according to the formulas:

mi wykorzystano miernik oparty na współczynniku korelacji kolejnościowej zamiast mierników dotyczących oceny korelacji liniowej między zmienną syntetyczną, a zmiennymi diagnostycznymi, co umożliwia również mierzenie monotonicznych zależności nieliniowych. Wybrano miernik  $M_8$  z uwagi na mniejsze skorelowanie jego wartości z wartościami miernika  $M_{13}$  niż w przypadku miernika  $M_6$ . Pominięto mierniki dotyczące odległości taksonomicznej między zmienną syntetyczną, a zmiennymi diagnostycznymi, ponieważ obiekty odległe w  $m$ -wymiarowej przestrzeni mogą przyjmować te same wartości zmiennych syntetycznych.

### Wielokryterialna ocena poprawności metod porządkowania liniowego

Do oceny mierników taksonomicznych z uwzględnieniem różnych aspektów poprawności można również wykorzystać metody wielokryterialne. W niniejszej pracy w tym celu zostanie wykorzystana metoda PROMETHEE II, scharakteryzowana poniżej.

Założmy, że mamy  $n$  obiektów  $\{a_1, \dots, a_n\}$  i  $m$  kryteriów  $\{g^1, \dots, g^m\}$ . W prezentowanym przykładzie obiektami będą mierniki taksonomiczne a kryteriami wybrane mierniki cząstkowe oceny poprawności metod porządkowania liniowego. Metoda PROMETHEE II przebiega według następującego schematu (Pośpiech, Mastalerz-Kodzis, 2015, s. 109-110; Namieciński, 2016, s. 146-147; Kądziołka, 2021a, s. 135):

1. Porównanie parami obiektów  $i$ -tego i  $j$ -tego w każdym z kryteriów i wyznaczenie wartości  $r_{ij}^k$  wg wzoru:

gdzie  $g_i^k, g_j^k$  – oceny  $i$ -tego i  $j$ -tego obiektu w ramach  $k$ -tego kryterium,  $i, j=1, \dots, n, k=1, \dots, m$ .

2. Wyznaczenie indywidualnych indeksów preferencji dla każdej z par obiektów w ramach każdego kryterium. Do każdego kryterium należy dopasować odpowiedni typ funkcji preferencji. W niniejszej pracy przyjęto dla każdego kryterium funkcję preferencji postaci:

3. Wyznaczenie wielokryterialnych indeksów preferencji dla wszystkich par obiektów za pomocą wzoru:

gdzie  $w_k$  – wagi przypisane poszczególnym kryteriom,  $w_k > 0$ ,  $\sum_{k=1}^m w_k = 1, k=1, \dots, m$ . W rozważanym przykładzie przyjęto równe wagi dla kryteriów.

4. Wyznaczenie dla każdego obiektu przepływu dodatniego  $\phi^+(a_i)$ , ujemnego  $\phi^-(a_i)$  oraz netto  $\phi(a_i)$  według wzorów:

$$\varphi^+(a_i) = \sum_{j=1}^n \pi(a_i, a_j)$$

$$\varphi^-(a_i) = \sum_{j=1}^n \pi(a_j, a_i)$$

$$\varphi(a_i) = \varphi^+(a_i) - \varphi^-(a_i)$$

5. Creating ranking of objects according to values of net flows. The higher the value of  $\varphi(a_i)$  the higher the position of  $i$ -th object in ranking. Positive value of net flow for  $i$ -th object informs that this object exceeds more the other objects in terms of selected criteria than these objects exceed it. In the case of a negative value of the net flow, the object is more exceeded by other objects than it exceeds these objects. The higher the net flow value, the better the given object than the other objects.

In the case of the PROMETHEE II method based on the simple type of preference functions, none operations on the original values of partial measures are needed. The  $M_7$ ,  $M_8$ ,  $M_9$  and  $M_{10}$  criteria were minimized and the  $M_{13}$  was maximized.

## Results

The consistency of the ordering of cryptocurrency exchanges was assessed according to the values of taxonomic measures from the efficient frontier (fig. 2), measures for which the values of the  $Q^*$ ,  $Q^{**}$ , net flows and function given by Kukuła and Luty (2015) reached maximal value (Table 1). The  $Q^*$  reached the maximal value for the synthetic variable TM\_726. The  $Q^{**}$  reached the maximal value for the synthetic variable TM\_919. The net flow was maximal for the TM\_390. TM\_511 is the measure for which the function proposed in the work of Kukuła and Luty (2015) reached the maximal value. In the analyzed case, the synthetic variables for which the aggregate measures  $Q^*$  and  $Q^{**}$  and net flow reached the maximal value, did not belong to the elements of the efficient frontier. For the TM\_499 measure, selected from the efficient frontier, the  $f$  function assessed correlation between the synthetic variable and diagnostic variables reached maximal value.

Spearman's correlation coefficients for the values of selected taxonomic measures were high and very high (Table 1). However, there were observed differences in the positions of particular exchanges. This situation is shown on the example of exchanges positions according to the values of the TM\_499 and TM\_919 (Figure 3). Figure 4 shows the structure of weights of diagnostic variables for the selected taxonomic measures.

5. Zbudowanie na podstawie przepływów netto rankingu obiektów. Im wyższa wartość  $\varphi(a_i)$ , tym wyższa pozycja  $i$ -tego obiektu w rankingu. Dodatnia wartość przepływu netto  $i$ -tego obiektu informuje, że obiekt ten w większym stopniu przewyższa pozostałe obiekty ze względu na rozpatrywany zbiór kryteriów niż te obiekty go przewyższają. W przypadku ujemnej wartości przepływu netto dany obiekt w większym stopniu jest przewyższany przez inne obiekty niż on je przewyższa. Im wyższa wartość przepływu netto, tym dany wariant lepszy jest od pozostałych.

W przypadku metody PROMETHEE II i wykorzystania prostej funkcji preferencji żadne operacje na oryginalnych wartościach mierników cząstkowych ani ujednolicanie charakteru kryteriów nie były potrzebne. Kryteria  $M_7$ ,  $M_8$ ,  $M_9$  i  $M_{10}$  minimalizowano, a  $M_{13}$  maksymalizowano.

## Wyniki

Dokonano oceny zgodności uporządkowania giełd kryptowalut wg wartości mierników taksonomicznych z granicy efektywnej (rys. 2), mierników, dla których wartości miernika  $Q^*$  i  $Q^{**}$  były maksymalne oraz mierników, dla których wartość przepływów netto i wartość funkcji zaproponowanej przez Kukułę i Luty (2015) były maksymalne (tabela 1). Miernik  $Q^*$  przyjął maksymalną wartość dla zmiennej syntetycznej TM\_726, a miernik  $Q^{**}$  dla zmiennej syntetycznej TM\_919. Miernik TM\_390 charakteryzował się z kolei największą wartością przepływów netto uzyskaną na podstawie metody PROMETHEE II. W analizowanym przypadku, zmienne syntetyczne, dla których agregatowe mierniki  $Q^*$  i  $Q^{**}$  oraz wektor przepływów netto przyjęły wartość maksymalną, nie były elementami granicy efektywnej. TM\_511 oznacza miernik, dla którego funkcja przedstawiona w pracy Kukuły i Luty (2015) przyjęła wartość maksymalną. Miernik TM\_499 z granicy efektywnej jest jednocześnie miernikiem, dla którego funkcja  $f$  określająca stopień skorelowania zmiennej syntetycznej ze zmiennymi diagnostycznymi przyjmuje wartość maksymalną.

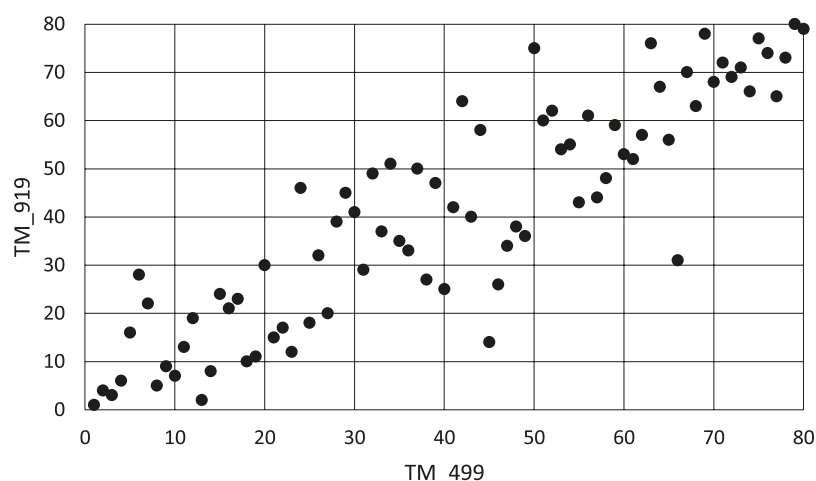
Współczynniki korelacji Spearmana między wartościami wybranych mierników taksonomicznych były wysokie i bardzo wysokie (Tabela 1), jednak występowały różnice w utworzonych rankingach. Sytuacja ta została zaprezentowana na przykładzie pozycji giełd wg wartości mierników TM\_499 i TM\_919 (Rysunek 3). Rysunek 4 przedstawia strukturę wag zmiennych diagnostycznych, dla rozważanych mierników taksonomicznych.

**Table 1.** The consistency of the orderings for selected taxonomic measures**Tabela 1.** Zgodność uporządkowań wg wartości wybranych mierników

|        | TM_274  | TM_390  | TM_400  | TM_499  | TM_511  | TM_550  | TM_555  | TM_726  | TM_746  | TM_867  | TM_919  | TM_949  |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| TM_274 | 1,00000 | 0,99887 | 0,99707 | 0,99695 | 0,99944 | 0,99822 | 0,99899 | 0,99904 | 0,99871 | 0,99960 | 0,91205 | 0,99852 |
| TM_390 | 0,99887 | 1,00000 | 0,99611 | 0,99597 | 0,99970 | 0,99677 | 0,99770 | 0,99911 | 0,99761 | 0,99836 | 0,91165 | 0,99658 |
| TM_400 | 0,99707 | 0,99611 | 1,00000 | 0,99998 | 0,99658 | 0,99923 | 0,99880 | 0,99805 | 0,99930 | 0,99782 | 0,88706 | 0,99798 |
| TM_499 | 0,99695 | 0,99597 | 0,99998 | 1,00000 | 0,99644 | 0,99927 | 0,99876 | 0,99794 | 0,99925 | 0,99773 | 0,88666 | 0,99803 |
| TM_511 | 0,99944 | 0,99970 | 0,99658 | 0,99644 | 1,00000 | 0,99735 | 0,99829 | 0,99937 | 0,99812 | 0,99899 | 0,91217 | 0,99740 |
| TM_550 | 0,99822 | 0,99677 | 0,99923 | 0,99927 | 0,99735 | 1,00000 | 0,99958 | 0,99824 | 0,99972 | 0,99887 | 0,89522 | 0,99925 |
| TM_555 | 0,99899 | 0,99770 | 0,99880 | 0,99876 | 0,99829 | 0,99958 | 1,00000 | 0,99880 | 0,99970 | 0,99951 | 0,90159 | 0,99944 |
| TM_726 | 0,99904 | 0,99911 | 0,99805 | 0,99794 | 0,99937 | 0,99824 | 0,99880 | 1,00000 | 0,99897 | 0,99892 | 0,90288 | 0,99770 |
| TM_746 | 0,99871 | 0,99761 | 0,99930 | 0,99925 | 0,99812 | 0,99972 | 0,99970 | 0,99897 | 1,00000 | 0,99925 | 0,89726 | 0,99897 |
| TM_867 | 0,99960 | 0,99836 | 0,99782 | 0,99773 | 0,99899 | 0,99887 | 0,99951 | 0,99892 | 0,99925 | 1,00000 | 0,90870 | 0,99911 |
| TM_919 | 0,91205 | 0,91165 | 0,88706 | 0,88666 | 0,91217 | 0,89522 | 0,90159 | 0,90288 | 0,89726 | 0,90870 | 1,00000 | 0,90340 |
| TM_949 | 0,99852 | 0,99658 | 0,99798 | 0,99803 | 0,99740 | 0,99925 | 0,99944 | 0,99770 | 0,99897 | 0,99911 | 0,90340 | 1,00000 |

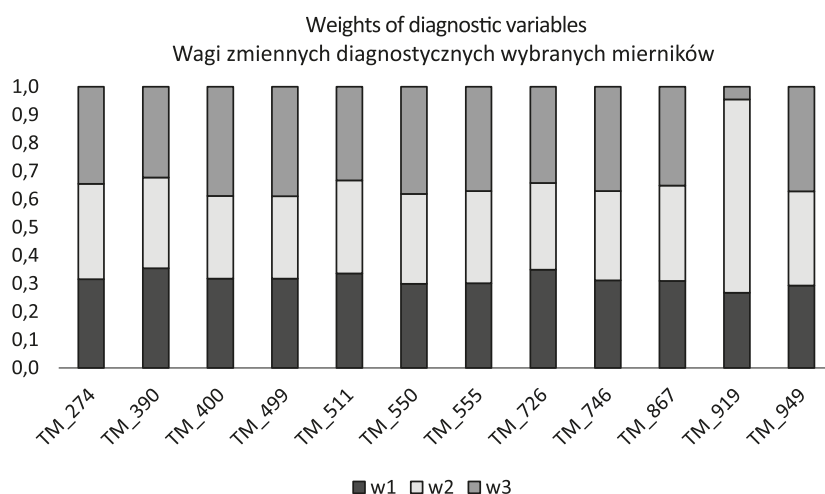
Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

**Figure 3.** Positions of exchanges according to the values of the TM\_499 and TM\_841**Rysunek 3.** Pozycje giełd wg wartości mierników TM\_499 i TM\_841

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

**Figure 4.** Weights of diagnostic variables of selected taxonomic measures**Rysunek 4.** Wagi składowych wybranych mierników

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

Table 2 presents the positions of exchanges in the analysed rankings. In all the considered rankings, the Gemini exchange was the best in terms of the adopted criteria<sup>11</sup>.

Tabela 2 przedstawia pozycje giełd w poszczególnych rankingach. We wszystkich rozważanych rankingach najlepsza w sensie przyjętych kryteriów była giełda Gemini<sup>11</sup>.

**Table 2.** Positions of exchanges according to the values of selected taxonomic measures

**Tabela 2.** Pozycje giełd wg wartości wybranych mierników

| Exchange /<br>Giełda | TM_274 | TM_390 | TM_400 | TM_499 | TM_511 | TM_550 | TM_555 | TM_726 | TM_746 | TM_867 | TM_919 | TM_949 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Gemini               | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| Coinbase Pro         | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 4      | 2      |
| Binance US           | 3      | 3      | 3      | 3      | 3      | 3      | 3      | 3      | 3      | 3      | 3      | 3      |
| Liquid               | 4      | 4      | 4      | 4      | 4      | 4      | 4      | 4      | 4      | 4      | 6      | 4      |
| Binance              | 5      | 5      | 7      | 8      | 5      | 8      | 6      | 5      | 6      | 5      | 5      | 8      |
| bitFlyer             | 6      | 7      | 5      | 5      | 7      | 5      | 5      | 7      | 5      | 6      | 16     | 5      |
| Independent Reserve  | 7      | 9      | 9      | 9      | 8      | 9      | 9      | 8      | 9      | 7      | 9      | 7      |
| Kraken               | 8      | 6      | 6      | 6      | 6      | 7      | 7      | 6      | 7      | 8      | 28     | 9      |
| itBit                | 9      | 10     | 10     | 10     | 9      | 10     | 10     | 9      | 10     | 10     | 7      | 10     |
| Bittrex              | 10     | 11     | 8      | 7      | 11     | 6      | 8      | 10     | 8      | 9      | 22     | 6      |
| Coinfloor            | 11     | 8      | 13     | 13     | 10     | 12     | 12     | 11     | 12     | 12     | 2      | 12     |
| BTCBOX               | 12     | 12     | 11     | 11     | 12     | 11     | 11     | 12     | 11     | 11     | 13     | 11     |
| Coinfield            | 13     | 13     | 14     | 14     | 13     | 14     | 13     | 14     | 14     | 13     | 8      | 13     |
| Coincheck            | 14     | 14     | 12     | 12     | 14     | 13     | 14     | 13     | 13     | 14     | 19     | 14     |
| Bitfinex             | 15     | 16     | 15     | 15     | 15     | 16     | 15     | 15     | 15     | 15     | 24     | 16     |
| Bitstamp             | 16     | 19     | 16     | 16     | 17     | 15     | 16     | 17     | 16     | 16     | 21     | 15     |
| Gate.io              | 17     | 15     | 18     | 18     | 16     | 18     | 17     | 16     | 17     | 17     | 10     | 18     |
| Poloniex             | 18     | 17     | 19     | 19     | 18     | 19     | 19     | 19     | 19     | 18     | 11     | 19     |
| OKEx                 | 19     | 18     | 17     | 17     | 19     | 17     | 18     | 18     | 18     | 19     | 23     | 17     |
| HitBTC               | 20     | 20     | 21     | 21     | 20     | 21     | 21     | 20     | 20     | 20     | 15     | 21     |
| Coinsbit             | 21     | 21     | 22     | 22     | 21     | 22     | 22     | 21     | 22     | 22     | 17     | 22     |
| AAX                  | 22     | 22     | 20     | 20     | 22     | 20     | 20     | 22     | 21     | 21     | 30     | 20     |
| EXMO                 | 23     | 24     | 23     | 23     | 23     | 23     | 23     | 24     | 23     | 23     | 12     | 23     |
| DSX Global           | 24     | 26     | 25     | 25     | 25     | 24     | 24     | 26     | 24     | 24     | 18     | 24     |
| Upbit                | 25     | 27     | 27     | 27     | 27     | 25     | 25     | 27     | 26     | 25     | 20     | 25     |
| KuCoin               | 26     | 23     | 24     | 24     | 24     | 26     | 26     | 23     | 25     | 26     | 46     | 30     |
| Huobi Global         | 27     | 25     | 26     | 26     | 26     | 27     | 27     | 25     | 27     | 27     | 32     | 27     |
| Bitbank              | 28     | 28     | 28     | 28     | 28     | 28     | 28     | 28     | 28     | 28     | 39     | 26     |
| CEX.IO               | 29     | 29     | 29     | 29     | 29     | 29     | 29     | 29     | 29     | 29     | 45     | 28     |
| Zaif                 | 30     | 30     | 30     | 30     | 30     | 30     | 30     | 30     | 30     | 30     | 41     | 29     |
| Luno                 | 31     | 31     | 31     | 31     | 31     | 31     | 31     | 31     | 31     | 31     | 29     | 31     |
| OKCoin               | 32     | 32     | 32     | 32     | 32     | 32     | 32     | 32     | 32     | 32     | 49     | 32     |
| GoPax                | 33     | 33     | 33     | 33     | 33     | 33     | 33     | 33     | 33     | 33     | 37     | 33     |

<sup>11</sup> Assessing the attractiveness of cryptocurrency exchanges and taking into account more characteristics, not only related to the security, the best were the Binance and HitBTC exchanges, while the Gemini exchange was placed on positions 9-13 (Kądziołka 2021a, b, d, e).

<sup>11</sup> W przypadku oceny atrakcyjności giełd kryptowalut z uwzględnieniem większej liczby charakterystyk, dotyczących nie tylko bezpieczeństwa, najlepsze były giełdy Binance i HitBTC, natomiast giełda Gemini plasowała się na pozycjach 9 – 13 (Kądziołka 2021a,b,d,e).



| Exchange /<br>Giełda | TM_274 | TM_390 | TM_400 | TM_499 | TM_511 | TM_550 | TM_555 | TM_726 | TM_746 | TM_867 | TM_919 | TM_949 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| CoinJar Exchange     | 34     | 34     | 34     | 34     | 34     | 34     | 34     | 34     | 34     | 34     | 51     | 34     |
| TheRockTrading       | 35     | 36     | 38     | 38     | 36     | 38     | 37     | 36     | 37     | 37     | 27     | 37     |
| eToroX               | 36     | 37     | 36     | 36     | 37     | 36     | 36     | 37     | 36     | 36     | 33     | 36     |
| P2PB2B               | 37     | 38     | 35     | 35     | 38     | 35     | 35     | 38     | 35     | 35     | 35     | 35     |
| BigONE               | 38     | 35     | 40     | 40     | 35     | 40     | 40     | 35     | 39     | 38     | 25     | 40     |
| Kuna Exchange        | 39     | 39     | 37     | 37     | 39     | 37     | 38     | 39     | 38     | 39     | 50     | 38     |
| Currency.com         | 40     | 40     | 45     | 45     | 40     | 43     | 41     | 41     | 43     | 40     | 14     | 41     |
| Coindeal             | 41     | 41     | 39     | 39     | 41     | 39     | 39     | 40     | 40     | 41     | 47     | 39     |
| BitBay               | 42     | 44     | 43     | 43     | 44     | 41     | 42     | 43     | 42     | 42     | 40     | 42     |
| Korbit               | 43     | 43     | 41     | 41     | 43     | 42     | 43     | 42     | 41     | 43     | 42     | 43     |
| BtcTurk PRO          | 44     | 42     | 46     | 46     | 42     | 45     | 44     | 44     | 45     | 44     | 26     | 44     |
| BTCMarkets           | 45     | 45     | 47     | 47     | 45     | 47     | 47     | 46     | 47     | 46     | 34     | 47     |
| Bitso                | 46     | 47     | 42     | 42     | 47     | 44     | 45     | 45     | 44     | 45     | 64     | 45     |
| BitMart              | 47     | 46     | 48     | 48     | 46     | 49     | 49     | 48     | 49     | 49     | 38     | 49     |
| Bleutrade            | 48     | 48     | 49     | 49     | 48     | 48     | 48     | 49     | 48     | 48     | 36     | 48     |
| Exrates              | 49     | 49     | 44     | 44     | 49     | 46     | 46     | 47     | 46     | 47     | 58     | 46     |
| CoinBene             | 50     | 50     | 51     | 51     | 50     | 50     | 50     | 50     | 50     | 50     | 60     | 50     |
| BTC-Alpha            | 51     | 51     | 53     | 53     | 51     | 52     | 52     | 51     | 52     | 51     | 54     | 52     |
| Graviex              | 52     | 54     | 52     | 52     | 53     | 51     | 51     | 52     | 51     | 52     | 62     | 51     |
| Coinone              | 53     | 52     | 55     | 55     | 52     | 54     | 54     | 54     | 54     | 53     | 43     | 53     |
| BitMax               | 54     | 53     | 54     | 54     | 54     | 55     | 55     | 55     | 55     | 54     | 55     | 55     |
| BW.com               | 55     | 55     | 57     | 57     | 55     | 56     | 56     | 56     | 56     | 55     | 44     | 56     |
| STEX                 | 56     | 56     | 50     | 50     | 56     | 53     | 53     | 53     | 53     | 56     | 75     | 54     |
| Digifinex            | 57     | 58     | 58     | 58     | 58     | 58     | 58     | 58     | 58     | 57     | 48     | 58     |
| FTX                  | 58     | 57     | 56     | 56     | 57     | 57     | 57     | 57     | 57     | 58     | 61     | 57     |
| BCEX                 | 59     | 59     | 59     | 59     | 59     | 59     | 59     | 59     | 59     | 59     | 59     | 59     |
| Bitpanda Pro         | 60     | 60     | 60     | 60     | 60     | 60     | 60     | 60     | 60     | 60     | 53     | 60     |
| Lykke                | 61     | 61     | 61     | 61     | 61     | 61     | 61     | 61     | 61     | 61     | 52     | 61     |
| Bitkub               | 62     | 62     | 62     | 62     | 62     | 62     | 62     | 62     | 62     | 62     | 57     | 62     |
| ZBG                  | 63     | 64     | 66     | 66     | 63     | 66     | 64     | 64     | 66     | 63     | 31     | 63     |
| ZB                   | 64     | 63     | 65     | 65     | 64     | 64     | 63     | 63     | 63     | 64     | 56     | 64     |
| CoinTiger            | 65     | 65     | 64     | 64     | 65     | 63     | 65     | 65     | 64     | 65     | 67     | 65     |
| TokensNet            | 66     | 66     | 63     | 63     | 66     | 65     | 66     | 66     | 65     | 66     | 76     | 66     |
| Coinfalcon           | 67     | 67     | 68     | 68     | 67     | 67     | 67     | 68     | 67     | 67     | 63     | 67     |
| Catex                | 68     | 68     | 67     | 67     | 68     | 68     | 68     | 67     | 68     | 68     | 70     | 68     |
| LakeBTC              | 69     | 69     | 70     | 70     | 69     | 70     | 69     | 70     | 70     | 69     | 68     | 69     |
| Lbank                | 70     | 71     | 72     | 72     | 71     | 72     | 72     | 71     | 72     | 72     | 69     | 72     |
| CoinEx               | 71     | 70     | 69     | 69     | 70     | 69     | 70     | 69     | 69     | 70     | 78     | 71     |
| Bitcoin.com          | 72     | 72     | 74     | 74     | 72     | 73     | 73     | 72     | 73     | 73     | 66     | 73     |
| CoinAll              | 73     | 74     | 71     | 71     | 73     | 71     | 71     | 73     | 71     | 71     | 72     | 70     |
| Tidex                | 74     | 73     | 73     | 73     | 74     | 74     | 74     | 74     | 74     | 74     | 71     | 74     |
| CBX                  | 75     | 75     | 75     | 75     | 75     | 75     | 75     | 75     | 75     | 75     | 77     | 75     |

| Exchange /<br>Giełda | TM_274 | TM_390 | TM_400 | TM_499 | TM_511 | TM_550 | TM_555 | TM_726 | TM_746 | TM_867 | TM_919 | TM_949 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| EXX                  | 76     | 77     | 76     | 76     | 76     | 76     | 76     | 76     | 76     | 76     | 74     | 76     |
| Bgogo                | 77     | 76     | 77     | 77     | 77     | 77     | 77     | 77     | 77     | 77     | 65     | 77     |
| FatBTC               | 78     | 78     | 78     | 78     | 78     | 78     | 78     | 78     | 78     | 78     | 73     | 78     |
| Livecoin             | 79     | 79     | 79     | 79     | 79     | 79     | 79     | 79     | 79     | 79     | 80     | 79     |
| BITEXBOOK            | 80     | 80     | 80     | 80     | 80     | 80     | 80     | 80     | 80     | 80     | 79     | 80     |

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

## Conclusions

In many papers dealing with the issue of using taxonomic measures to assess various phenomena, different variants of synthetic variables are presented. The consistency of the ordering of objects is compared, while the problem of selection the final representative is usually ignored. In this paper the results of selected methods for selecting the final linear ordering method were presented. There was proposed the aggregate measure for assessing the correctness of linear ordering methods based on the distance from the „ideal” point and there was presented the application of PROMETHEE II method for multi – criteria evaluation of taxonomic measures. Each of the presented methods has its own logic, advantages and disadvantages. The methods based on maximization of rankings similarity and selection the representative from the efficient frontier are more universal than aggregate measures for assessing the correctness of linear ordering methods, which are undefined, e.g. in the situation where the mean value of the taxonomic measure is 0. In this situation it is impossible to determine the value of the  $M_j$  measure. On the other hand, aggregate measures and multi – criteria methods for assessing the correctness of linear ordering methods allow for their assessment taking into account many characteristics.

## Podsumowanie

W literaturze dotyczącej wykorzystania mierników taksonomicznych do oceny różnych zjawisk często prezentowane jest wiele wariantów mierników, które są akceptowane przez badacza. Porównywana bywa zgodność uporządkowania obiektów na podstawie wartości tych mierników, natomiast problematyka wyboru finalnego reprezentanta jest zazwyczaj pomijana. W niniejszej pracy przedstawiono i porównano wyniki wybranych procedur wyboru metody porządkowania liniowego. Zaproponowano ponadto postać agregatowego miernika oceny poprawności metod porządkowania liniowego wyznaczanego z wykorzystaniem odległości od tzw. punktu idealnego oraz zaprezentowano możliwości aplikacyjne metody PROMETHEE II w wielokryterialnej ocenie mierników taksonomicznych. Każda z zaprezentowanych metod ma swoją logikę, pewne wady i zalety. Metody oparte na maksymalizacji funkcji podobieństwa rankingów i wyborze reprezentantów z granicy efektywnej są bardziej uniwersalne niż agregatowe mierniki oceny poprawności metod porządkowania liniowego, które są nieokreślone np. w sytuacji, gdy średnia wartości miernika taksonomicznego wynosi 0 (brak możliwości wyznaczenia wartości miernika  $M_j$ ). Z kolei agregatowe mierniki oceny poprawności metod porządkowania liniowego oraz metody wielokryterialne umożliwiają ich ocenę z uwzględnieniem wielu charakterystyk.

## References / Literatura:

- Albrecht, Ch., Duffin, K.M., Hawkins, S., Morales Rocha, V.M. (2019). The use of cryptocurrencies in the money laundering process. *Journal of Money Laundering Control*, 22(2), 210-216. <https://doi.org/10.1108/JMLC-12-2017-0074>
- Ameljańczyk, A. (2014). Metryki Minkowskiego w tworzeniu uniwersalnych algorytmów rankingowych. *Biuletyn WAT*, LXIII(2), 29-44. <https://doi.org/10.5604/12345865.1131326>
- Bąk, A. (2017). Statystyczne metody doboru zmiennych w porządkowaniu liniowym. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 468, 29-37. <https://doi.org/10.15611/pn.2017.468.03>
- Bąk, A. (2018). Analiza porównawcza wybranych metod porządkowania liniowego. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 508, 19-28. <https://doi.org/10.15611/pn.2018.508.02>
- Christin, N., Moore, T. (2013). Beware the Middleman: Empirical Analysis of Bitcoin – Exchange Risk. In: A.R. Sadeghi (eds), *Financial Cryptography and Data Security* (25-33). Berlin: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-39884-1\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-642-39884-1_3)
- Gandal, N., Hamrick, J.T., Moore, T., Oberman, T. (2018). Price manipulation in the Bitcoin ecosystem. *Journal of Monetary Economics*, 95, 86-96. <https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2017.12.004>
- Just, M., Śmiglak-Krajewska, M. (2013). Pomiar zmienności cen na rynku ziarna roślin strączkowych uprawianych w Polsce oraz rynku śruty sojowej. *Zeszyty Naukowe SGGW w Warszawie - Problemy Rolnictwa Światowego*, 13(28), 1, 58-69.

8. Kądziołka, K. (2015). Transakcje kryptowalutą bitcoin – wybrane zagrożenia. *Rola informatyki w naukach ekonomicznych i społecznych. Innowacje i implikacje interdyscyplinarne*, 1, 24-35.
9. Kądziołka, K. (2017). Ocena czasu funkcjonowania giełd Bitcoin z wykorzystaniem metod nieparametrycznych. *Przedsiębiorstwo & Finanse*, 2(17), 103-114.
10. Kądziołka, K. (2020). Poziom dywersyfikacji a dochodowość portfela inwestycyjnego na przykładzie portfeli kryptowalut. *Firma i Rynek*, 58, 18-27
11. Kądziołka, K. (2021a). The PROMETHEE II Method in Multi – Criteria Evaluation of Cryptocurrency Exchanges. *Economic and Regional Studies/ Studia Ekonomiczne i Regionalne*, 14(2), 131-145. <https://doi.org/10.2478/ers-2021-0010>
12. Kądziołka, K. (2021b). Propozycja metody wspomagającej wybór miernika taksonomicznego na przykładzie oceny atrakcyjności giełd kryptowalut. *Firma i Rynek*, 59, 65-76.
13. Kądziołka, K. (2021c). A Proposal of Data – Driven Method for Determining the Weights of Composite Indicators. *Econometrics. Ekonometria. Advances in Applied Data Analysis*, 25(1), 49-62. <https://doi.org/10.15611/eada.2021.1.03>
14. Kądziołka, K. (2021d). Propozycja miernika oceny poprawności metod porządkowania liniowego. *Zeszyty Naukowe Polskiego Towarzystwa Ekonomicznego w Zielonej Górze*, 15, 19-33. <https://doi.org/10.26366/PTE.ZG.2021.201>
15. Kądziołka, K. (2021e). Ranking and Classification of Cryptocurrency Exchanges using the Methods of a Multidimensional Comparative Analysis. *Folia Oeconomica Stetinensia*, 21(2), 38-56. <https://doi.org/10.2478/fole-2021-0015>
16. Kądziołka, K. (2021f). Porównanie wybranych formuł normalizacji zmiennych pod kątem podobieństwa uzyskiwanych rankingów. *Firma i Rynek*, 60, 69-80.
17. Kompa, K., Witkowska, D. (2014). Comparison of European Stock Exchanges One – and Multi-Dimensional Analysis. *Indian Journal of Fundamental and Applied Life Sciences*, 4(S1), 2111-2126.
18. Kuc-Czarnecka, M. (2019). Sensitivity analysis as a tool to optimize Human Development Index. *Equilibrium Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 14(3), 425-440. <https://doi.org/10.24136/eq.2019.020>
19. Kukuła, K., Luty, L. (2015). Propozycja procedury wspomagającej wybór metody porządkowania liniowego. *Przegląd Statystyczny*, 62(2), 219-331.
20. Kukuła, K., Luty, L. (2017). Jeszcze o procedurze wyboru metody porządkowania liniowego. *Przegląd Statystyczny*, 64(2), 163-176. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.0789>
21. Kukuła, K. (2020). O pewnych dylematach związanych z budową rankingu obiektów ze względu na poziom zjawiska złożonego. *Problemy Rolnictwa Światowego*, 20(2), 12-21. <https://doi.org/10.22630/PRS.2020.20.2.9>
22. Kuszewski, T., Sielska, A. (2010). Użyteczna sztuka rankingów ekonomiczno-społecznych. *Współczesna Ekonomia*, 1(13), 143-162.
23. Miłek, D. (2018). Spatial differentiation in the social and economic development level in Poland. *Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 13(3), 487-507. <https://doi.org/10.24136/eq.2018.024>
24. Mishra, S.M. (2008). On Construction of Robust Composite Indices by Linear Aggregation. *SSRN Electronic Journal*, 1-16. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1147964>
25. Müller-Frączek, I. (2017). Propozycja miary syntetycznej. *Przegląd Statystyczny*, 64(4), 421-436. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.0830>
26. Namieciński, P. (2016). Alternatywna metoda określania preferencji decydenta w zagadnieniach wielokryterialnych. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 446, 144-158. <https://doi.org/10.15611/pn.2016.446.11>
27. Pośpiech, E., Mastalerz-Kodzis, A. (2015). Wielokryterialna ocena banków komercyjnych notowanych na GPW w Warszawie. *Zarządzanie i Finanse*, 13, 3/1, 107-119.
28. Sompolska-Rzechuła, A. (2020). Selection of the Method of Linear Ordering using the Example of Assessing the Level of Socio – Economic Development of European Union Countries. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 64(7), 118-129. <https://doi.org/10.15611/pn.2020.7.09>
29. Sompolska-Rzechuła, (2021). Selection of the Optimal Way of Linear Ordering of Objects: Case of Sustainable Development in EU Countries. *Statistika: Statistics and Economy Journal*, 101(1), 24-36.
30. Tarczyński, W. (2013). Ocena efektywności metod analizy portfelowej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie za lata 2001-2013. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, 761, 537-550.
31. Trojanowska, M., Nęcka, T. (2020). Selection of the Multiple-Criteria Decision-Making Method for Evaluation of Sustainable Energy Development: A Case Study of Poland. *Energies*, 13, 1-24. <https://doi.org/10.3390/en13236321>
32. Walesiak, M. (2014). Przegląd formuł normalizacji wartości zmiennych oraz ich własności w statystycznej analizie wielowymiarowej. *Przegląd Statystyczny*, 61(4), 363-372.
33. Walesiak, M. (2016). Wybór grup metod normalizacji wartości zmiennych w skalowaniu wielowymiarowym. *Przegląd Statystyczny*, 63(1), 7-18. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.1145>
34. Zielińska-Sitkiewicz M. (2015). Zastosowanie wybranych mierników syntetycznych do klasyfikacji spółek przemysłu materiałów budowlanych notowanych na GWP w Warszawie. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, 75, 577-588. <https://doi.org/10.18276/frfu.2015.75-47>
35. [www.coingecko.com](http://www.coingecko.com) (dostęp: 30.08.2020).
36. [www.cryptocompare.com](http://www.cryptocompare.com) (dostęp: 30.08.2020).
37. [www.cer.live/certified](http://www.cer.live/certified) (dostęp: 30.08.2020).

