



AgEcon SEARCH
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library

This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.

Help ensure our sustainability.

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

aesearch@umn.edu

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

No endorsement of AgEcon Search or its fundraising activities by the author(s) of the following work or their employer(s) is intended or implied.



Authors' contribution/
Wkład autorów:
A. Study design/
Zaplanowanie badań
B. Data collection/
Zebranie danych
C. Statistical analysis/
Analiza statystyczna
D. Data interpretation/
Interpretacja danych/
E. Manuscript preparation/
Przygotowanie tekstu
F. Literature search/
Opracowanie
piśmiennictwa
G. Funds collection/
Pozyskanie funduszy

**COMPARISON OF SELECTED PORTFOLIO STRATEGIES BASED
ON THE EXAMPLE OF CRYPTOCURRENCY PORTFOLIOS**

**PORÓWNANIE WYBRANYCH STRATEGII PORTFELOWYCH
NA PRZYKŁADZIE PORTFELI KRYPTOWALUT**

Kinga Kądziołka^{1(A,B,C,D,E,F)}

¹WSB University, Poland
Akademia WSB w Dąbrowie Górniczej, Polska

Kądziołka, K. (2021). Comparison of selected portfolio strategies based on the example of cryptocurrency portfolios / Porównanie wybranych strategii portfelowych na przykładzie portfeli kryptowalut. *Economic and Regional Studies*, 14(1), 44-60. <https://doi.org/10.2478/ers-2021-0004>

ORIGINAL ARTICLE

JEL code: C10, C61, G11

Submitted:
December 2020

Accepted:
February 2021

Tables: 4
Figures: 5
References: 27

ORYGINALNY ARTYKUŁ
NAUKOWY

Klasyfikacja JEL: C10, C61,
G11

Zgłoszony:
grudzień 2020

Zaakceptowany:
luty 2021

Tabele: 4
Rysunki: 5
Literatura: 27

Abstract

Subject and purpose of work: The purpose of this work was to compare selected portfolio strategies in terms of return rates in order to answer the question whether the method of determining the weights of the portfolio and reduction of the number of portfolio elements characterized by strong positive correlation of rates of return have an impact on its profitability.

Materials and methods: The analysis used publicly available data, selected portfolio methods and hierarchical clustering. Both short- and long-term investment strategies were examined.

Results: None of analyzed strategies allows to achieve higher rates of return in any given (arbitrarily selected) period than other analyzed strategies. Portfolios with a reduced number of elements in most cases did make it possible to achieve a higher rate of return than the benchmark portfolios consisting of 15 cryptocurrencies.

Conclusions: While making investment decisions, one should bear in mind that the realized rate of return may significantly differ from the expected rate of return of the portfolio, which is only a forecast.

Keywords: cryptocurrency portfolios, hierarchical clustering, Markowitz portfolio, semivariance, conditional value at risk

Streszczenie

Przedmiot i cel pracy: Przedmiotem analiz było porównanie wybranych strategii portfelowych pod kątem uzyskiwanych stóp zwrotu, celem udzielenia odpowiedzi na pytanie, czy sposób ustalenia wag portfela oraz redukcja liczby jego składników charakteryzujących się silnym dodatnim skorelowaniem stóp zwrotu ma wpływ na jego dochodowość.

Materiały i metody: Do analiz wykorzystano ogólnodostępne w Internecie dane dotyczące kursów kryptowalut oraz wybrane metody portfelowe i grupowanie hierarchiczne. Rozważano zarówno pasywne strategie krótkoterminowe jak również aktywne strategie o dłuższym horyzoncie inwestycji.

Wyniki: Żadna z analizowanych strategii nie umożliwia uzyskiwania wyższych stóp zwrotu (niż inne analizowane strategie) w każdym (dowolnym) okresie czasu. Portfele o zredukowanej liczbie składników w większości przypadków nie umożliwiały osiągnięcia wyższej stopy zwrotu niż portfel bazowy o równych wagach składający się z 15 kryptowalut.

Wnioski: Podejmując decyzje inwestycyjne należy mieć na uwadze, iż zrealizowana stopa zwrotu może znacznie się różnić od oczekiwanej stopy zwrotu portfela, która jest tylko pewną prognozą.

Słowa kluczowe: portfele kryptowalut, grupowanie hierarchiczne, portfel Markowitza, semiwariancja, warunkowa wartość zagrożona

Address for correspondence/ Adres korespondencyjny: dr Kinga Kądziołka (ORCID 0000-0001-9506-3044), Akademia WSB w Dąbrowie Górniczej, ul. Ciepłaka 1c, 41-300 Dąbrowa Górnicza, Poland; +48 32 295 93 16; e-mail: kinga_kadziolka@onet.pl

Journal indexed in/ Czasopismo indeksowane w: AgEcon Search; AGRO; Arianta; Baidu Scholar; BazEkon; Cabell's Whitelist; CNKI Scholar; CNPIEC - cnpLINKer; EBSCO Discovery Service; EBSCO-CEEAS; EuroPub; Google Scholar; Index Copernicus ICV 2017-2019: 100,00; J-Gate; KESLI-NDSL; MyScienceWork; Naver Academic; Naviga (Softweco); POL-index; Polish Ministry of Science and Higher Education 2015-2018: 9 points; Primo Central; QOAM; ReadCube; Semantic Scholar; Summon (ProQuest); TDNet; WanFang Data; WorldCat. **Copyright:** © Pope John Paul II State School of Higher Education in Białą Podlaską, Kinga Kądziołka. All articles are distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>), allowing third parties to copy and redistribute the material in any medium or format and to remix, transform, and build upon the material, provided the original work is properly cited and states its license.

Introduction

Existing literature offers a wide variety of portfolio strategies, e.g. naive strategy, classical Markowitz model and its modifications, optimization strategies taking into account e. g. the value at risk, the diversification level, taxonomic measures of investment attractiveness or investment strategies based on different methods of computational intelligence, such as genetic algorithms or hybrid models (see for example: Sefiane and Benbouziane, 2012; Škarica and Lukač, 2012; Tarczyński, 2014; Gluzicka, 2016; Goudarzi et. al., 2017; Hrytsiuk, 2019; Mercurio et. al., 2020). The aim of the article is to review selected portfolio strategies and to compare the realized rates of return of these strategies. All computations will be conducted on the example of cryptocurrency portfolios. Investments in cryptocurrencies are a new form of alternative investments. The interest in this type of investments has been increasing recently. Cryptocurrencies allow to achieve high rates of return, but at the same time they are characterized by higher risk than traditional investments (Kądziołka, 2015a). One of the way to reduce the risk is to invest funds in several different cryptocurrencies (the so-called portfolio). One of the problems that here appears is the problem of selection of cryptocurrencies and portfolio strategy. In the examples presented in this article, cryptocurrencies included in the portfolios were selected arbitrarily. Some proposals of procedures for selecting cryptocurrencies in the context of portfolio analysis can be found in the literature. Brauneis and Mestel (2019), constructing cryptocurrency portfolios, selected representatives from the set of the most liquid cryptocurrencies. Ślepaczuk and Zenkova (2018) used the Support Vector Machines method to choose cryptocurrencies according to values of their selected technical characteristics.

There will be analyzed both short- and long-term investments in this article. In the case of short-term investments, the structure of portfolios will not be changed. In the case of long-term investments, the portfolios' structure will be changed once per 30 days. There will be arbitrarily selected 15 cryptocurrencies, from which then there will be chosen representatives that will be included into constructed portfolios. To reduce the number of cryptocurrencies characterized by strong positive correlation of rates of return, hierarchical clustering method will be used. Hierarchical clustering methods were applied in the portfolio analysis in the case of shares portfolio (Skórska-Pokarowska, 2005; Pośpiech, 2016). There exist papers presenting the idea of application of hierarchical clustering on the cryptocurrency market (Kądziołka, 2017b; Kądziołka, 2018), however, in these works only classical mean - variance strategy for portfolio weights optimization and the Pappenbrock's method (with its modification) was used and only a few examples of portfolios were considered. There will be analyzed all combinations of portfolios obtained according to dendrograms. There will be no limitation

Wstęp

Literatura przedmiotu oferuje bogaty wybór różnorodnych strategii portfelowych, m. in. strategia naiwna, klasyczne modele Markowitza i ich modyfikacje, strategie optymalizacyjne uwzględniające wartość zagrożoną, poziom dywersyfikacji, taksonomiczne mierniki atrakcyjności inwestycji czy strategie inwestycyjne wykorzystujące różne metody inteligencji obliczeniowej, jak np. algorytmy genetyczne czy modele hybrydowe (np.: Sefiane i Benbouziane, 2012; Škarica i Lukač, 2012; Tarczyński, 2014; Gluzicka, 2016; Goudarzi et. al., 2017; Hrytsiuk et al., 2019; Mercurio et. al., 2020). Celem artykułu jest przedstawienie wybranych strategii portfelowych i porównanie zrealizowanych stóp zwrotu tych strategii na przykładzie portfeli, których składnikami będą kryptowaluty. Inwestycje w kryptowaluty stanowią nową formę inwestycji alternatywnych a zainteresowanie nimi w ostatnim czasie wzrasta. Tego typu inwestycje pozwalają osiągać wysokie stopy zwrotu, ale jednocześnie cechują się dużo większym ryzykiem niż inwestycje w waluty tradycyjne (Kądziołka, 2015a). W celu zredukowania ryzyka, utożsamianego ze zmiennością stóp zwrotu, można zainwestować kapitał w kilka różnych kryptowalut, które utworzą tzw. portfel. Jednym z problemów, jaki pojawia się podczas budowy portfela jest wybór instrumentów mających wejść w jego skład oraz ustalenie udziału każdego ze składników w strukturze portfela. W prezentowanych w niniejszym artykule przykładach, kryptowaluty wchodzące w skład portfeli wybierane będą w sposób arbitralny. Problematyką doboru kryptowalut wchodzących w skład portfela zajmowali się m. in.: Brauneis i Mestel (2019) oraz Ślepaczuk i Zenkova (2018). Brauneis i Mestel (2019) wybierali do portfela kryptowaluty charakteryzujące się największą płynnością, z kolei Ślepaczuk i Zenkova (2018) wykorzystali metodę wektorów nośnych (Support Vector Machines) do wyboru kryptowalut w oparciu o wartości wybranych charakterystyk je opisujących.

W niniejszej pracy analizowane będą zarówno inwestycje krótko jak i długoterminowe. W przypadku inwestycji krótkoterminowych nie dokonywano zmian składu portfela w czasie trwania inwestycji. W przypadku inwestycji o dłuższym horyzoncie, dokonywano zmian składu portfeli co 30 dni. Analizując inwestycje krótkoterminowe, wybrano arbitralnie 15 potencjalnych kryptowalut mogących wejść w skład portfela. Następnie porównywano zrealizowane stopy zwrotu portfeli, w których dokonano redukcji (z wykorzystaniem metody grupowania hierarchicznego) liczby kryptowalut charakteryzujących się silnym dodatnim skorelowaniem stóp zwrotu z wynikami inwestycji w portfele, w których nie redukowano liczby składników. Metody grupowania hierarchicznego były wykorzystywane w analizie portfelowej, m. in. do wyboru portfela akcji (Skórska-Pokarowska, 2005; Pośpiech, 2016). We wspomnianych pracach grupowano spółki w oparciu o wskaźniki finansowe i wartości stóp zwrotu. Grupowanie hierarchiczne było również wykorzystane w odniesieniu do kon-

to portfolios from efficient frontier, because the selection of these portfolios does not guarantee obtaining higher return rate than in the case of other portfolios (Kądziołka, 2020). There will be compared four portfolio strategies: MVP (Mean - Variance Portfolio) strategy, 1/N strategy and strategies based on minimization of semivariance and conditional value at risk. This article focuses on the rates of return of analyzed portfolios. Formally, to evaluate the effectiveness of investments, it is necessary to take into account both the rate of return and risk. The performance of two popular investment strategies, were earlier assessed according to their effectiveness on the cryptocurrency market. Platanakis et. al. (2018) compared Markowitz portfolios and equal weights portfolios according to the Omega measure and the Sharp's ratio. Analyzed portfolios consisted of 4 cryptocurrencies (Bitcoin, Litecoin, Ripple and Dash). In the analyzed case, the authors obtained the result that considered measures were very similar for these strategies¹.

This article focused on the realized rates of return of the analyzed portfolios. As none of the analyzed strategies allowed to achieve higher rates of return than other in both of the analyzed periods, the effectiveness of strategies taking into account risk was not additionally assessed. All calculations were conducted using R software and publicly available data published on the portal www.coingecko.com.

Review of selected portfolio strategies

Equal - weighted portfolios

Assume that we construct a portfolio consisting of $N \geq 2$ various cryptocurrencies. We define the weights of each portfolio element as follows:

$$w_i = \frac{1}{N}, i = 1, \dots, N.$$

¹ However, it seems that in order to conclude on the comparability of selected strategies in terms of selected criteria, one analyzed case is not enough to generalize. One example is enough to illustrate, that the analyzed strategy does not always perform better than the other. In order to answer the question, whether the analyzed strategies produce comparable results, one confirming case is not enough to generalize.

strukcji portfeli kryptowalut (Kądziołka, 2017b; Kądziołka, 2018), jednakże we wskazanych pracach K. Kądziołki wykorzystana została tylko strategia optymalizacji wag portfela bazująca na klasycznej teorii portfelowej Markowitza oraz metoda Pappenbrocka (i jej modyfikacja) i rozważano tylko kilka przykładowych portfeli. W tym artykule rozważane będą wszystkie możliwe kombinacje uzyskane na podstawie dendrogramu. Rozważano wszystkie możliwe portfele uzyskane na podstawie dendrogramów zamiast ograniczyć się do portfeli z granicy efektywnej, gdyż wybór portfela z granicy efektywnej nie gwarantuje, że zrealizowana stopa zwrotu będzie wyższa niż w przypadku innych portfeli (Kądziołka, 2020). Analizowane będą portfele, w których do ustalania wag (udziału poszczególnych kryptowalut) oprócz klasycznej strategii MVP (ang. *Mean - Variance Portfolio*) wykorzystane zostaną strategie optymalizacji minimalizujące semiwariancję portfela oraz warunkową wartość zagrożoną. Uzyskane wyniki zostaną porównane z wynikami portfeli o równych wagach. Formalnie do oceny efektywności inwestycji wykorzystuje się wskaźniki uwzględniające zarówno zwrot z inwestycji jak i jej ryzyko. Wybrane strategie inwestycyjne na przykładzie portfeli kryptowalut były porównywane pod kątem efektywności, np. Platanakis et. al. (2018) porównali portfele Markowitza z portfelami o równych wagach pod względem miary Omega i współczynnika Sharpa. Portfele były złożone z 4 kryptowalut (Bitcoin, Litecoin, Ripple i Dash). W analizowanym przypadku uzyskali wynik, że pod względem wybranych charakterystyk strategie te są porównywalne¹.

W niniejszym artykule skupiono się w pierwszej kolejności na zrealizowanych stopach zwrotu analizowanych portfeli. Ponieważ żadna z rozważanych strategii nie umożliwiła w każdym z analizowanych okresów częstszego generowania wyższych stóp zwrotu niż pozostałe, nie rozważano kolejnych okresów ani nie oceniano dodatkowo efektywności strategii z wykorzystaniem dostępnych w literaturze odpowiednich miar. Wszelkie obliczenia wykonano z wykorzystaniem darmowego programu R na podstawie ogólnodostępnych danych publikowanych na portalu www.coingecko.com.

Wybrane strategie portfelowe

Portfel równych udziałów

Założmy, że chcemy utworzyć portfel złożony z $N \geq 2$ różnych walut kryptograficznych. Wagi dla poszczególnych kryptowalut w portfelu równych udziałów definiujemy następująco:

¹ Wydaje się jednak, że aby wnioskować o porównywalności wybranych strategii pod kątem wybranych kryteriów, jeden analizowany przypadek nie wystarczy do generalizowania w sytuacji stwierdzenia podobieństwa. Jeden przypadek wystarczy do obrazowania, że analizowana strategia nie zawsze daje lepsze rezultaty od innej.

The expected rate of return of the equal - weighted portfolio is determined according to the formula:

Oczekiwana stopa zwrotu z portfela równych udziałów wyznaczana jest wg wzoru:

$$E(R_p) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E(r_i)$$

where: $E(r_i)$ – the expected rate of return of the i – th element (here: cryptocurrency) from a given period.

gdzie: $E(r_i)$ – oczekiwana stopa zwrotu dla i – tej kryptowaluty z danego okresu.

MVP strategy

The MVP (*Mean - Variance Portfolio*) strategy is based on the modern portfolio theory developed by H. Markowitz (1952). This strategy is presented in details in the literature (Stepaniuk, 2015). In this case, determining the portfolio weights leads to minimizing risk (here, the portfolio variance), assuming that the expected rate of return of the portfolio is not lower than the rate of return (R^*) given by the investor. The expected rate of return of the portfolio is determined according to the formula (Pichura, 2012, pp. 222):

Strategia MVP

Strategia MVP (ang. *Mean - Variance Portfolio*) bazuje na nowoczesnej teorii portfelowej, której twórcą jest H. Markowitz (1952). Strategia ta jest szczegółowo przedstawiona w literaturze (Stepaniuk, 2015). Wyznaczenie składu portfela sprowadza się w tym przypadku do minimalizacji jego ryzyka (utożsamianego z wariancją portfela) przy założeniu, że oczekiwana stopa zwrotu z portfela jest nie mniejsza niż założona przez inwestora minimalna stopa zwrotu (ozn. R^*). Oczekiwana stopa zwrotu z portfela wyznaczana jest wg wzoru (Pichura, 2012, s. 222):

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i)$$

where: w_i – weight of i – th portfolio's element (i – th cryptocurrency), $E(r_i)$ – the expected rate of return of the i – th portfolio's element from a given period.

gdzie: w_i – waga i – tej składowej (tu kryptowaluty) w portfelu, $E(r_i)$ – oczekiwana stopa zwrotu dla i – tej kryptowaluty z danego okresu.

The variance of the portfolio is given by the formula:

Wariancja portfela określona jest wzorem:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \text{cov}(R_i, R_j)$$

where: $\text{cov}(R_i, R_j)$ – covariance of rates of return of i – th and j – th portfolio's element, $\text{cov}(R_i, R_j) = E\{[R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)]\}$.

gdzie: $\text{cov}(R_i, R_j)$ – kowariancja stóp zwrotu i – tej i j – tej kryptowaluty, $\text{cov}(R_i, R_j) = E\{[R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)]\}$.

The weights of the portfolio will be determined by solving the optimization problem:

Skład portfela będzie wyznaczany poprzez rozwiązanie problemu optymalizacyjnego:

$$\sigma_p^2 \rightarrow \min$$

subject to:

przy ograniczeniach:

$$E(R_p) \geq R^*, \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad \forall_i w_i \geq 0$$

The portfolio obtained as a result of solving the above problem has a minimal variance and the expected rate of return not lower than that assumed by the investor.

Portfel inwestycyjny otrzymany w wyniku rozwiązania powyższego problemu ma minimalną wariancję i oczekiwaną stopę zwrotu nie niższą niż założona przez inwestora.

LPM strategy

The LPM (*Lower Partial Moments*) strategy is similar to the MVP strategy, with the difference that portfolio's semivariance instead of variance is minimized. Semivariance as a measure of risk was proposed by Markowitz (1959). Changes in

Strategia LPM

Strategia LPM (ang. *Lower Partial Moments*) jest podobna do strategii MVP, z tą jednak różnicą, że zamiast wariancji minimalizowana jest semiwariancja portfela. Semiwariancję, jako alternatywną do wariancji miarę ryzyka zaproponował Markowitz

variance are influenced both by positive and negative deviations of rates of return from the average. Investors associate often risk with the loss and are interested only in negative deviations. In such a case, it seems more appropriate to use semivariance that incorporates only negative deviations. Deviations above the target return are not considered as risk and are not taken into account.

The expected rate of return of the portfolio is determined according to the formula:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i)$$

where: w_i – weight of i -th portfolio's element, $E(r_i)$ – the expected rate of return of the i -th portfolio's element from a given period.

The semivariance of the portfolio is determined by the formula (Borkowski, Krawiec, 2013, pp. 68-69)²:

$$\tilde{\sigma}_p^2(\gamma) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \tilde{\sigma}_{ij}(\gamma)$$

where:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{1}{m-1} \sum_{t=1}^m \tilde{\sigma}_{ijt}(\gamma)$$

m – number of time units in which the rates of return are recorded, r_{pt} – portfolio's rate of return at time t .

The weights of the portfolio will be determined by solving the optimization problem:

$$\tilde{\sigma}_p^2 \rightarrow \min$$

subject to:

$$E(R_p) \geq R^*, \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad \forall w_i \geq 0$$

The portfolio obtained as a result of solving the above problem has a minimal semivariance and the expected rate of return not lower than that assumed by the investor.

Strategy using conditional value at risk

There will be also used the strategy that minimize the conditional value at risk CVaR of the portfolio. This method was proposed by Uryasev and Rockafellar (2000). Value at risk of an investment

(1959). Na zmiany wariancji wpływają zarówno dodatnie jak i ujemne odchylenia stóp zwrotu od średniej. Inwestorzy często traktują ryzyko jako perspektywę poniesienia strat. Wówczas przy wyborze składników portfela interesować ich będą głównie odchylenia ujemne. W takim przypadku bardziej odpowiednio wydaje się wykorzystanie semiwariancji, gdyż analizowane są wówczas tylko ujemne odchylenia stóp zwrotu od wartości oczekiwanej.

Oczekiwana stopa zwrotu z portfela wyznaczana jest wg wzoru:

gdzie: w_i – waga i -tej składowej (tu kryptowaluty) w portfelu, $E(r_i)$ – oczekiwana stopa zwrotu dla i -tej kryptowaluty z danego okresu.

Semiwariancja portfela określona jest wzorem (Borkowski, Krawiec, 2013, s. 68-69)²:

gdzie:

$$\tilde{\sigma}_{ijt} = \begin{cases} 0, & r_{pt} \geq \gamma \\ (r_{it} - \gamma)(r_{jt} - \gamma), & r_{pt} < \gamma \end{cases}$$

m – liczba jednostek czasowych, w których rejestrowane są stopy zwrotu walorów (tu: kryptowalut), r_{pt} – stopa zwrotu portfela w momencie t .

Skład portfela będzie wyznaczany poprzez rozwiązanie problemu optymalizacyjnego:

przy ograniczeniach:

Portfel inwestycyjny otrzymany w wyniku rozwiązania powyższego problemu ma minimalną semiwariancję i oczekiwaną stopę zwrotu nie niższą niż założona przez inwestora.

Strategia wykorzystująca warunkową wartość zagrożoną

W prowadzonych w niniejszym artykule analizach wykorzystana zostanie również strategia portfelowa polegająca na minimalizacji warunkowej wartości zagrożonej portfela CVaR. Metoda ta została zapro-

² Borkowski and Krawiec denote the semivariance by the letter d and the corresponding rates of return by the letters z . In this article, the semivariance is denoted by the symbol $\tilde{\sigma}$ because the letter d will be used to denote the distance. In this article R^* plays the role of γ .

² W przytoczonej tu pracy semiwariancja oznaczana jest literą d a odpowiednie stopy zwrotu literami z . W niniejszym artykule semiwariancję oznaczono symbolem $\tilde{\sigma}$ ponieważ literą d będzie w dalszej części oznaczana odległość. W prezentowanych w dalszej części artykułu przykładach rolę parametru γ pełni R^* .

portfolio is expressed by the formula (Pichura, 2012, pp. 225-226):

$$VaR_\alpha = \zeta_\alpha(\omega) = \min\{\zeta \in R : \Psi(\omega, \zeta) \geq 1 - \alpha\}$$

where: $\Psi(\omega, \zeta) = P\{y | f(\omega, y) \leq \zeta\}$ – probability that the portfolio's loss function $f(\omega, y)$ will not exceed the limit, ω – vector of portfolio weights, ζ – loss limit, α – significance level. The Conditional Value at Risk $CVaR$ is expressed by the formula:

$$CVaR = \lambda \zeta_\alpha(\omega) + [1 - \lambda] \zeta_\alpha(\omega)^+$$

where $\lambda = \frac{[\Psi(\omega, \zeta_\alpha(\omega)) - (1 - \alpha)]}{\alpha}$, $\zeta_\alpha(\omega)^+$ – the loss exceeding the VaR .

The weights of the portfolio will be determined by solving the optimization problem:

$$CVaR \rightarrow \min$$

subject to:

$$E(R_p) \geq R^*, \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad \forall w_i \geq 0$$

Reduction of the number of portfolio's elements

Hierarchical clustering will be used to reduce the number of cryptocurrencies characterized by strong positive correlation of return rates. As a result of hierarchical clustering, we get the so-called dendrogram (a tree of hierarchically arranged clusters). The algorithm works according to the following scheme (Gatnar, 2009, p. 413):

1. In the distance matrix, find a few classes (clusters) that are most similar to each other (least distant in the sense of the distance measure). Let us assume that these are classes P_i and P_k .
2. Reduce the number of clusters by merging the clusters P_i and P_k .
3. Transform the distances (according to the adopted cluster linking method) between the merged clusters and the remaining clusters.
4. Repeat steps 1 - 3 until all objects are in one class.

As a distance (here: measure of dissimilarity between cryptocurrencies) there was used formula $d(X, Y) = 1 - r$, where r denotes the linear correlation coefficient between the rates of return of cryptocurrencies. To determine the distance between the clusters, the complete linkage method was used, in which the distance between the clusters is equal to the greatest distance between any two objects

ponowana Uryaseva i Rockafellara (2000). Wartość zagrożona ryzykiem portfela inwestycyjnego wyraża się wzorem (Pichura, 2012, s. 225-226):

gdzie: $\Psi(\omega, \zeta) = P\{y | f(\omega, y) \leq \zeta\}$ – prawdopodobieństwo, że funkcja straty portfela (ozn. $f(\omega, y)$) nie przekroczy wartości granicznej, ω – wektor wag składających portfela, ζ – wartość graniczna straty, α – poziom istotności. Warunkowa wartość zagrożona $CVaR$ to oczekiwana wartość strat pod warunkiem, że przekraczają one wartość VaR . Wyraża się ona za pomocą wzoru:

gdzie: $\lambda = \frac{[\Psi(\omega, \zeta_\alpha(\omega)) - (1 - \alpha)]}{\alpha}$, $\zeta_\alpha(\omega)^+$ – strata przekraczająca VaR .

Wyznaczenie optymalnego składu portfela w przypadku strategii wykorzystującej $CVaR$ sprowadza się do rozwiązania następującego problemu optymalizacyjnego:

przy ograniczeniach:

Redukcja liczby składników portfela

Do redukcji liczby kryptowalut charakteryzujących się dodatnim skorelowaniem stóp zwrotu wykorzystana zostanie hierarchiczna metoda aglomeracyjna. W wyniku grupowania hierarchicznego uzyskuje się tzw. dendrogram (drzewo hierarchicznie ułożonych skupień). Algorytm działa według następującego schematu (Gatnar, 2009, s. 413):

1. W macierzy odległości znajdź parę klas (skupień) najbardziej podobnych (najmniej odległych w sensie przyjętej miary odległości). Załóżmy, że są to klasy P_i i P_k .
2. Zredukuj liczbę skupień o jeden, łącząc skupienia P_i i P_k .
3. Przekształć odległości (zgodnie z przyjętą metodą wiązania skupień) między połączonymi skupieniami a pozostałymi skupieniami.
4. Powtarzaj kroki 1 - 3 aż wszystkie obiekty znajdą się w jednej klasie.

Jako miarę odległości między obiektami przyjęto w niniejszym artykule $d(X, Y) = 1 - r$, gdzie r oznacza współczynnik korelacji liniowej między stopami zwrotu kryptowalut. Natomiast do wyznaczania odległości między skupieniami wykorzystano metodę pełnego wiązania (ang. *complete linkage*), w której odległość między skupieniami jest równa największej odległości między dwoma dowolnymi obiektami

belonging to different clusters³ (Stanisz, 2007, pp. 120).

The analyzes were performed for two arbitrarily selected periods. Dendrograms were generated based on 60 consecutive daily rates of return for 15 arbitrarily selected cryptocurrencies. The same fifteen cryptocurrencies were used in each period. In the case of the first period, the dendrogram was generated based on daily rates of return for the period 12.01.2020–11.03.2020. In the second period, the dendrogram was generated based on daily rates of return for the period 14.04.2020–12.06.2020. Figures 1 and 2 show dendrograms for particular periods. A dashed line marks the adopted place of the dendrogram's division.

należącymi do różnych skupień³ (Stanisz, 2007, 120).

Analizy przeprowadzono dla dwóch arbitralnie wybranych okresów. Dendrogramy generowano w oparciu o dane dotyczące 60-ciu kolejnych dziennych stóp zwrotu 15 arbitralnie wybranych kryptowalut. W każdym z okresów wykorzystano ten sam początkowy zbiór piętnastu kryptowalut. W przypadku pierwszego okresu dendrogram generowano na podstawie danych dotyczących dziennych stóp zwrotu za okres 12.01.2020–11.03.2020. W drugim z okresów dendrogram generowano na podstawie danych dotyczących dziennych stóp zwrotu za okres 14.04.2020–12.06.2020. Rysunki 1 i 2 przedstawiają dendrogramy dla poszczególnych okresów. Przerwaną linią zaznaczono przyjęte miejsce podziału dendrogramu.

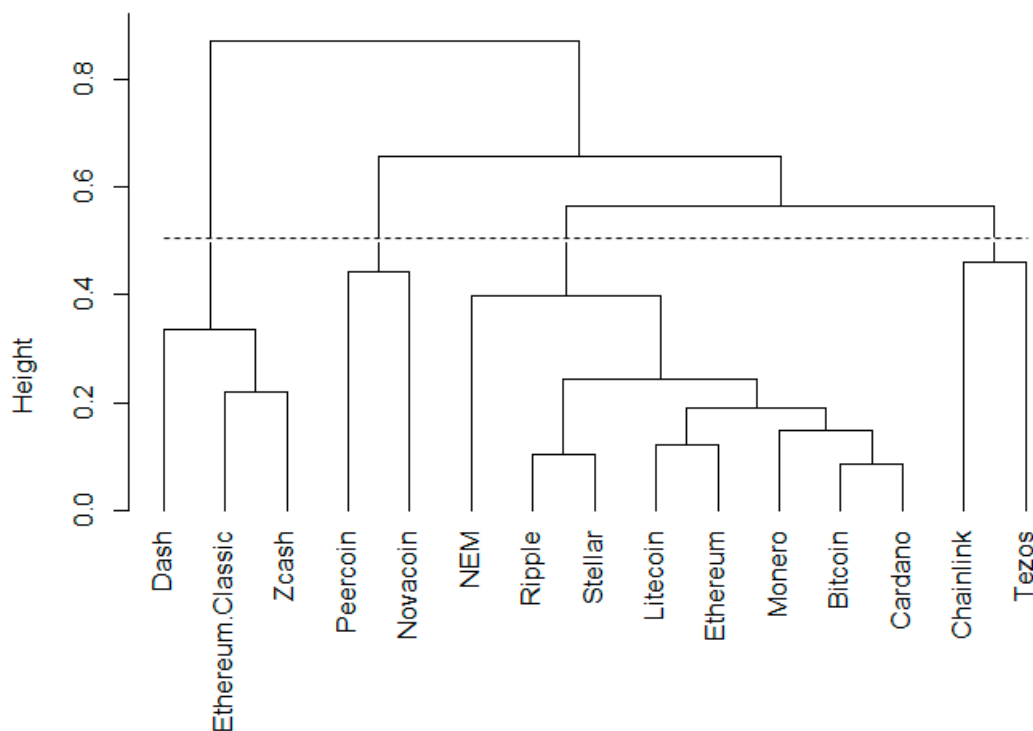


Figure 1. Dendrogram for period I (12.01.2020–11.03.2020)

Rysunek 1. Dendrogram dla danych za okres 12.01.2020–11.03.2020

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

³ This method was used by Kądziołka (2017b, 2018) to construct cryptocurrency portfolios. In the first mentioned paper, there was used the Ward's method to linking clusters. In the second paper, there was proposed to use as a dissimilarity measure a formula based on the Spearman's correlation coefficient and this measure was finally used in comparisons of MVP strategy and a strategy for determining weights of portfolio, proposed in that work.

³ K. Kądziołka (2017b, 2018) wykorzystwała grupowanie hierarchiczne do konstrukcji portfeli kryptowalut. Jednakże we wspomnianych pracach były wykorzystane pewne inne modyfikacje tej metody. W pierwszej z prac, z 2017, do wyznaczania odległości między skupieniami wykorzystana została metoda Warda, natomiast w drugiej z prac, z 2018, do wyznaczania niepodobieństwa między obiektami zaproponowano wykorzystanie formuły bazującej nie na współczynniku korelacji liniowej, ale na współczynniku korelacji Spearmana.

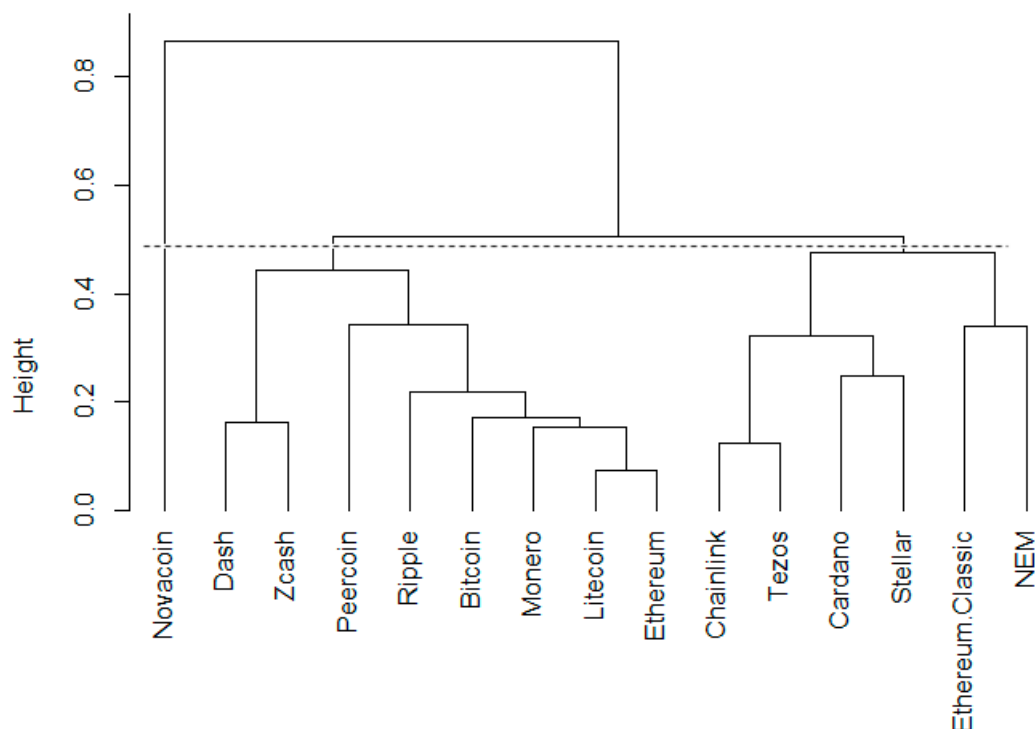


Figure 2. Dendrogram for period II (14.04.2020–12.06.2020)
Rysunek 2. Dendrogram dla danych za okres 14.04.2020–12.06.2020
 Source: Own elaboration.
 Źródło: Opracowanie własne.

In the case of the first period, cryptocurrencies were divided into four groups:

- **group 1:** {Ethereum Classic, Dash, Zcash}
- **group 2:** {Peercoin, Novacoin}
- **group 3:** {Bitcoin, Litecoin, Ethereum, NEM, Monero, Ripple, Cardano, Stellar}
- **group 4:** {Chainlink, Tezos}

In the case of the second period, cryptocurrencies were divided into three groups:

- **group 1:** {Novacoin}
- **group 2:** {Bitcoin, Litecoin, Ethereum, Dash, Peercoin, Monero, Ripple, Zcash}
- **group 3:** {Ethereum Classic, NEM, Cardano, Chainlink, Stellar, Tezos}

Portfolios were constructed in such a way that one representative was selected from each group. In this way, 96 portfolios were obtained for the data from the first period. The portfolios weights were then determined according to described methods. In the first case the data for the period 12.03.2020–10.04.2020 were used to assess the realized rate of return of the portfolios (i.e. it was assumed that on 12.03.2020 a cryptocurrency was bought in proportions corresponding to the portfolio weights, and it was sold on 10.04.2020). For the data from the second period, 48 portfolios were obtained. In the second case, the data for the period 13.06.2020–12.07.2020 were used to assess the realized portfolios returns.

W przypadku pierwszego okresu przyjęto podział kryptowalut na cztery grupy:

- **grupa 1:** {Ethereum Classic, Dash, Zcash}
- **grupa 2:** {Peercoin, Novacoin}
- **grupa 3:** {Bitcoin, Litecoin, Ethereum, NEM, Monero, Ripple, Cardano, Stellar}
- **grupa 4:** {Chainlink, Tezos}

W przypadku drugiego okresu przyjęto podział kryptowalut na trzy grupy:

- **grupa 1:** {Novacoin}
- **grupa 2:** {Bitcoin, Litecoin, Ethereum, Dash, Peercoin, Monero, Ripple, Zcash}
- **grupa 3:** {Ethereum Classic, NEM, Cardano, Chainlink, Stellar, Tezos}

Portfele tworzone w ten sposób, że z każdej grupy wybierano po jednym reprezentancie wchodzącym w jego skład. W ten sposób dla danych z pierwszego okresu uzyskano 96 portfeli, których wagi następnie ustalano zgodnie z opisanymi metodami. Do oceny stopy zwrotu portfeli wykorzystano w pierwszym przypadku dane za okres 12.03.2020–10.04.2020 (tzn. przyjęto, że w dniu 12.03.2020 zakupiono kryptowalutę w proporcjach odpowiadających wagom poszczególnych portfeli a w dniu 10.04.2020 ją sprzedano). Dla danych z drugiego okresu uzyskano 48 portfeli, których wagi następnie ustalano zgodnie z opisanymi metodami. Do oceny stopy zwrotu portfeli wykorzystano w drugim przypadku dane za okres 13.06.2020–12.07.2020.

Results and conclusions

Rates of return of short-term investments

Tables 1 and 2 show the rates of return of portfolios, which weights were determined in accordance to the presented methods, based on data for the first and second analyzed periods, respectively. The maximal rate of return for a given portfolio (among the rates of return of the analyzed strategies) is marked in gray. In the case of the first period, most investments would lead to a loss of capital (negative rates of return). In the second period, most of the portfolios were characterized by high rates of return.

Wyniki i wnioski

Stopy zwrotu inwestycji krótkoterminowych

W tabelach 1 i 2 przedstawiono zrealizowane stopy zwrotu portfeli, których wagi wyznaczano zgodnie z przedstawionymi metodami na podstawie danych dotyczących odpowiednio pierwszego i drugiego z analizowanych okresów. Kolorem szarym zaznaczono maksymalną dla danego portfela stopę zwrotu (wśród stóp zwrotu analizowanych strategii). W przypadku I okresu większość inwestycji prowadziłaby do straty części zainwestowanego kapitału (ujemne stopy zwrotu). Z kolei w II okresie większość portfeli charakteryzowała się wysokimi stopami zwrotu.

Table 1. Return rates of the portfolios (period I)

Tabela 1. Stopy zwrotu portfeli (okres I – dane testowe)

Portfolio/ Portfel	Elements of the portfolio/ Składowe portfela				Portfolio's rate of return/ Stopa zwrotu portfela			
	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 1	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 2	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 3	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 4	MVP	LPM	CVaR	1/N
1	Ethereum Classic	Peercoin	Bitcoin	Chainlink	-8,77%	-8,55%	-7,60%	-9,05%
2	Ethereum Classic	Peercoin	Bitcoin	Tezos	-10,08%	-10,20%	-5,84%	-9,82%
3	Ethereum Classic	Peercoin	Litecoin	Chainlink	-7,89%	-7,89%	-7,16%	-8,13%
4	Ethereum Classic	Peercoin	Litecoin	Tezos	-8,90%	-8,87%	-6,38%	-8,90%
5	Ethereum Classic	Peercoin	Ethereum	Chainlink	-9,27%	-8,91%	-9,04%	-10,13%
6	Ethereum Classic	Peercoin	Ethereum	Tezos	-10,49%	-10,26%	-8,83%	-10,91%
7	Ethereum Classic	Peercoin	NEM	Chainlink	-9,09%	-9,06%	-7,89%	-9,73%
8	Ethereum Classic	Peercoin	NEM	Tezos	-10,28%	-10,23%	-7,74%	-10,51%
9	Ethereum Classic	Peercoin	Monero	Chainlink	-7,51%	-7,51%	-7,56%	-5,09%
10	Ethereum Classic	Peercoin	Monero	Tezos	-8,45%	-8,43%	-5,89%	-5,86%
11	Ethereum Classic	Peercoin	Ripple	Chainlink	-7,79%	-7,65%	-7,41%	-8,43%
12	Ethereum Classic	Peercoin	Ripple	Tezos	-8,75%	-8,59%	-6,07%	-9,20%
13	Ethereum Classic	Peercoin	Cardano	Chainlink	-8,25%	-8,11%	-6,88%	-9,42%
14	Ethereum Classic	Peercoin	Cardano	Tezos	-9,39%	-9,12%	-6,86%	-10,19%
15	Ethereum Classic	Peercoin	Stellar	Chainlink	-7,98%	-7,98%	-7,06%	-6,35%
16	Ethereum Classic	Peercoin	Stellar	Tezos	-8,75%	-8,98%	-6,51%	-7,12%
17	Ethereum Classic	Novacoin	Bitcoin	Chainlink	-12,03%	-16,93%	-29,57%	-18,70%
18	Ethereum Classic	Novacoin	Bitcoin	Tezos	-11,23%	-16,93%	-30,15%	-19,47%
19	Ethereum Classic	Novacoin	Litecoin	Chainlink	-27,74%	-28,12%	-27,58%	-17,78%
20	Ethereum Classic	Novacoin	Litecoin	Tezos	-28,65%	-29,77%	-28,16%	-18,55%
21	Ethereum Classic	Novacoin	Ethereum	Chainlink	-23,10%	-24,01%	-23,69%	-19,79%
22	Ethereum Classic	Novacoin	Ethereum	Tezos	-23,65%	-24,56%	-24,24%	-20,56%
23	Ethereum Classic	Novacoin	NEM	Chainlink	-24,15%	-24,76%	-21,94%	-19,39%
24	Ethereum Classic	Novacoin	NEM	Tezos	-25,22%	-26,50%	-23,99%	-20,16%
25	Ethereum Classic	Novacoin	Monero	Chainlink	-26,95%	-27,50%	-29,39%	-14,74%
26	Ethereum Classic	Novacoin	Monero	Tezos	-29,57%	-28,93%	-29,96%	-15,52%
27	Ethereum Classic	Novacoin	Ripple	Chainlink	-19,59%	-25,17%	-28,71%	-18,09%
28	Ethereum Classic	Novacoin	Ripple	Tezos	-21,28%	-27,08%	-29,28%	-18,86%
29	Ethereum Classic	Novacoin	Cardano	Chainlink	-23,16%	-25,27%	-26,53%	-19,07%
30	Ethereum Classic	Novacoin	Cardano	Tezos	-24,18%	-25,85%	-27,11%	-19,84%
31	Ethereum Classic	Novacoin	Stellar	Chainlink	-25,40%	-27,84%	-27,11%	-16,00%
32	Ethereum Classic	Novacoin	Stellar	Tezos	-25,23%	-28,96%	-27,69%	-16,78%
33	Dash	Peercoin	Bitcoin	Chainlink	-8,37%	-8,62%	-0,54%	-2,72%
34	Dash	Peercoin	Bitcoin	Tezos	-9,48%	-10,40%	-0,08%	-3,49%
35	Dash	Peercoin	Litecoin	Chainlink	-7,57%	-8,17%	0,62%	-1,80%

Portfolio/ Portfel	Elements of the portfolio/ Składowe portfela				Portfolio's rate of return/ Stopa zwrotu portfela			
	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 1	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 2	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 3	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 4	MVP	LPM	CVaR	1/N
36	Dash	Peercoin	Litecoin	Tezos	-8,16%	-9,20%	0,62%	-2,57%
37	Dash	Peercoin	Ethereum	Chainlink	-8,61%	-9,20%	2,76%	-3,81%
38	Dash	Peercoin	Ethereum	Tezos	-9,87%	-10,61%	2,39%	-4,58%
39	Dash	Peercoin	NEM	Chainlink	-8,06%	-9,22%	3,91%	-3,40%
40	Dash	Peercoin	NEM	Tezos	-9,15%	-10,56%	3,53%	-4,18%
41	Dash	Peercoin	Monero	Chainlink	-7,41%	-7,80%	-0,44%	1,24%
42	Dash	Peercoin	Monero	Tezos	-7,88%	-8,76%	-0,49%	0,47%
43	Dash	Peercoin	Ripple	Chainlink	-7,58%	-7,94%	-0,05%	-2,10%
44	Dash	Peercoin	Ripple	Tezos	-8,14%	-8,92%	-0,07%	-2,88%
45	Dash	Peercoin	Cardano	Chainlink	-7,74%	-8,39%	1,64%	-3,09%
46	Dash	Peercoin	Cardano	Tezos	-8,76%	-9,45%	1,22%	-3,86%
47	Dash	Peercoin	Stellar	Chainlink	-7,61%	-8,27%	1,54%	-0,02%
48	Dash	Peercoin	Stellar	Tezos	-8,02%	-9,31%	1,90%	-0,80%
49	Dash	Novacoin	Bitcoin	Chainlink	-11,86%	-16,37%	-16,74%	-12,37%
50	Dash	Novacoin	Bitcoin	Tezos	-10,97%	-16,76%	-17,21%	-13,15%
51	Dash	Novacoin	Litecoin	Chainlink	-24,48%	-24,39%	-16,97%	-11,45%
52	Dash	Novacoin	Litecoin	Tezos	-25,61%	-26,01%	-17,02%	-12,23%
53	Dash	Novacoin	Ethereum	Chainlink	-20,49%	-21,34%	-10,24%	-13,46%
54	Dash	Novacoin	Ethereum	Tezos	-21,02%	-23,80%	-11,14%	-14,23%
55	Dash	Novacoin	NEM	Chainlink	-20,79%	-20,51%	-10,00%	-13,06%
56	Dash	Novacoin	NEM	Tezos	-22,04%	-23,44%	-10,37%	-13,83%
57	Dash	Novacoin	Monero	Chainlink	-25,63%	-25,16%	-19,48%	-8,41%
58	Dash	Novacoin	Monero	Tezos	-26,50%	-26,11%	-16,01%	-9,19%
59	Dash	Novacoin	Ripple	Chainlink	-18,50%	-23,13%	-18,53%	-11,76%
60	Dash	Novacoin	Ripple	Tezos	-19,15%	-24,56%	-16,39%	-12,53%
61	Dash	Novacoin	Cardano	Chainlink	-21,28%	-22,80%	-15,28%	-12,74%
62	Dash	Novacoin	Cardano	Tezos	-21,35%	-23,85%	-16,02%	-13,51%
63	Dash	Novacoin	Stellar	Chainlink	-22,69%	-24,07%	-16,32%	-9,68%
64	Dash	Novacoin	Stellar	Tezos	-21,14%	-24,69%	-17,58%	-10,45%
65	Zcash	Peercoin	Bitcoin	Chainlink	-8,71%	-8,50%	-2,87%	-5,92%
66	Zcash	Peercoin	Bitcoin	Tezos	-9,31%	-10,08%	-3,07%	-6,69%
67	Zcash	Peercoin	Litecoin	Chainlink	-7,31%	-7,71%	-2,52%	-5,00%
68	Zcash	Peercoin	Litecoin	Tezos	-7,58%	-8,66%	-2,53%	-5,77%
69	Zcash	Peercoin	Ethereum	Chainlink	-8,72%	-8,73%	-6,41%	-7,00%
70	Zcash	Peercoin	Ethereum	Tezos	-9,22%	-10,04%	-6,17%	-7,78%
71	Zcash	Peercoin	NEM	Chainlink	-8,41%	-8,88%	-3,43%	-6,60%
72	Zcash	Peercoin	NEM	Tezos	-8,81%	-9,94%	-3,34%	-7,38%
73	Zcash	Peercoin	Monero	Chainlink	-6,95%	-7,33%	-2,80%	-1,96%
74	Zcash	Peercoin	Monero	Tezos	-7,18%	-8,22%	-3,01%	-2,73%
75	Zcash	Peercoin	Ripple	Chainlink	-7,37%	-7,47%	-2,56%	-5,30%
76	Zcash	Peercoin	Ripple	Tezos	-7,49%	-8,38%	-2,77%	-6,08%
77	Zcash	Peercoin	Cardano	Chainlink	-7,59%	-7,93%	-2,30%	-6,29%
78	Zcash	Peercoin	Cardano	Tezos	-7,89%	-8,91%	-2,36%	-7,06%
79	Zcash	Peercoin	Stellar	Chainlink	-7,40%	-7,81%	-2,54%	-3,22%
80	Zcash	Peercoin	Stellar	Tezos	-7,68%	-8,77%	-2,03%	-4,00%
81	Zcash	Novacoin	Bitcoin	Chainlink	-12,18%	-17,07%	-22,54%	-15,57%
82	Zcash	Novacoin	Bitcoin	Tezos	-11,52%	-17,03%	-17,56%	-16,35%
83	Zcash	Novacoin	Litecoin	Chainlink	-26,13%	-27,09%	-19,98%	-14,65%
84	Zcash	Novacoin	Litecoin	Tezos	-26,07%	-28,09%	-21,32%	-15,43%
85	Zcash	Novacoin	Ethereum	Chainlink	-22,52%	-24,30%	-24,50%	-16,66%
86	Zcash	Novacoin	Ethereum	Tezos	-22,28%	-24,93%	-25,05%	-17,43%
87	Zcash	Novacoin	NEM	Chainlink	-22,78%	-23,55%	-17,89%	-16,26%
88	Zcash	Novacoin	NEM	Tezos	-23,06%	-25,62%	-18,27%	-17,03%

Portfolio/ Portfel	Elements of the portfolio/ Składowe portfela				Portfolio's rate of return/ Stopa zwrotu portfela			
	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 1	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 2	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 3	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 4	MVP	LPM	CVaR	1/N
89	Zcash	Novacoin	Monero	Chainlink	-26,93%	-26,57%	-22,30%	-11,61%
90	Zcash	Novacoin	Monero	Tezos	-26,97%	-27,66%	-24,11%	-12,39%
91	Zcash	Novacoin	Ripple	Chainlink	-19,65%	-24,82%	-21,43%	-14,96%
92	Zcash	Novacoin	Ripple	Tezos	-20,37%	-26,15%	-23,06%	-15,73%
93	Zcash	Novacoin	Cardano	Chainlink	-23,02%	-25,02%	-18,12%	-15,94%
94	Zcash	Novacoin	Cardano	Tezos	-23,04%	-25,62%	-18,99%	-16,71%
95	Zcash	Novacoin	Stellar	Chainlink	-25,50%	-26,79%	-19,33%	-12,88%
96	Zcash	Novacoin	Stellar	Tezos	-25,32%	-27,46%	-20,60%	-13,65%

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

Table 2. Return rates of the portfolios (period II)

Tabela 2. Stopy zwrotu portfeli (okres II – dane testowe)

Portfolio/ Portfel	Elements of the portfolio/ Składowe portfela			Portfolio's rate of return/ Stopa zwrotu portfela			
	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 1	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 2	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 3	MVP	LPM	CVaR	1/N
1	Novacoin	Bitcoin	Ethereum Classic	0,18%	0,22%	-0,26%	-0,48%
2	Novacoin	Bitcoin	NEM	0,87%	0,95%	0,44%	-0,05%
3	Novacoin	Bitcoin	Cardano	12,81%	12,55%	12,55%	18,27%
4	Novacoin	Bitcoin	Chainlink	28,81%	30,85%	21,53%	15,59%
5	Novacoin	Bitcoin	Stellar	-1,28%	-2,27%	3,73%	8,76%
6	Novacoin	Bitcoin	Tezos	-0,95%	-1,14%	-1,83%	-0,77%
7	Novacoin	Litecoin	Ethereum Classic	0,79%	0,81%	0,58%	0,29%
8	Novacoin	Litecoin	NEM	1,89%	2,07%	1,48%	0,71%
9	Novacoin	Litecoin	Cardano	21,93%	22,30%	19,28%	19,04%
10	Novacoin	Litecoin	Chainlink	31,31%	32,31%	31,00%	16,35%
11	Novacoin	Litecoin	Stellar	12,52%	12,57%	11,05%	9,52%
12	Novacoin	Litecoin	Tezos	0,22%	0,23%	0,10%	-0,01%
13	Novacoin	Ethereum	Ethereum Classic	1,11%	1,12%	0,92%	0,56%
14	Novacoin	Ethereum	NEM	1,99%	2,13%	1,77%	0,99%
15	Novacoin	Ethereum	Cardano	12,53%	10,92%	20,32%	19,31%
16	Novacoin	Ethereum	Chainlink	29,05%	30,51%	25,95%	16,63%
17	Novacoin	Ethereum	Stellar	12,36%	13,13%	0,85%	9,80%
18	Novacoin	Ethereum	Tezos	0,49%	0,44%	0,43%	0,27%
19	Novacoin	Dash	Ethereum Classic	0,54%	0,48%	0,43%	0,04%
20	Novacoin	Dash	NEM	1,59%	1,73%	1,44%	0,46%
21	Novacoin	Dash	Cardano	22,43%	22,27%	17,00%	18,78%
22	Novacoin	Dash	Chainlink	30,04%	28,69%	10,16%	16,10%
23	Novacoin	Dash	Stellar	12,67%	12,18%	8,85%	9,27%
24	Novacoin	Dash	Tezos	-0,09%	-0,12%	-0,36%	-0,26%
25	Novacoin	Peercoin	Ethereum Classic	2,05%	2,06%	1,74%	1,54%
26	Novacoin	Peercoin	NEM	3,04%	3,18%	2,72%	1,96%
27	Novacoin	Peercoin	Cardano	15,14%	14,78%	21,90%	20,29%
28	Novacoin	Peercoin	Chainlink	30,98%	33,51%	15,31%	17,60%
29	Novacoin	Peercoin	Stellar	8,80%	10,33%	8,59%	10,77%
30	Novacoin	Peercoin	Tezos	0,99%	1,06%	1,14%	1,25%
31	Novacoin	Monero	Ethereum Classic	2,79%	2,16%	2,21%	1,85%
32	Novacoin	Monero	NEM	3,61%	3,78%	2,55%	2,27%
33	Novacoin	Monero	Cardano	21,84%	22,01%	20,33%	20,60%
34	Novacoin	Monero	Chainlink	25,28%	26,20%	20,18%	17,92%
35	Novacoin	Monero	Stellar	12,11%	12,14%	11,13%	11,08%
36	Novacoin	Monero	Tezos	3,03%	3,17%	1,55%	1,56%

Portfolio/ Portfel	Elements of the portfolio/ Składowe portfela			Portfolio's rate of return/ Stopa zwrotu portfela			
	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 1	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 2	Cryptocurrency/ Kryptowaluta 3	MVP	LPM	CVaR	1/N
37	Novacoin	Ripple	Ethereum Classic	2,33%	2,33%	1,99%	1,73%
38	Novacoin	Ripple	NEM	3,13%	3,31%	2,60%	2,15%
39	Novacoin	Ripple	Cardano	25,57%	25,57%	19,86%	20,48%
40	Novacoin	Ripple	Chainlink	32,09%	31,81%	27,33%	17,80%
41	Novacoin	Ripple	Stellar	15,31%	15,53%	11,76%	10,96%
42	Novacoin	Ripple	Tezos	2,20%	2,22%	1,54%	1,44%
43	Novacoin	Zcash	Ethereum Classic	3,46%	3,35%	3,11%	3,02%
44	Novacoin	Zcash	NEM	4,72%	4,59%	4,72%	3,44%
45	Novacoin	Zcash	Cardano	19,99%	20,45%	23,56%	21,77%
46	Novacoin	Zcash	Chainlink	33,13%	30,06%	13,79%	19,08%
47	Novacoin	Zcash	Stellar	12,37%	11,50%	15,32%	12,25%
48	Novacoin	Zcash	Tezos	1,20%	2,04%	0,94%	2,72%

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

In the case of period I, the equal - weighted portfolios allowed most often to obtain the maximal rate of return. During this period, the LPM strategy allowed to obtain the maximal rate of return for only one of the portfolios. In the second period, the LPM strategy allowed to obtain the maximal rate of return for more than 50% of the analyzed portfolios. Table 3 presents the percentage of portfolios for which analyzed strategies allowed to obtain the maximal rate of return. None of the analyzed strategies allowed to achieve in the both periods higher rate of return more often than the others.

W przypadku okresu I portfele, w których udział poszczególnych składowych był taki sam (równe wagi) najczęściej pozwalały uzyskać maksymalną stopę zwrotu. W tym okresie strategia LPM tylko w przypadku jednego z portfeli prowadziła do uzyskania maksymalnej stopy zwrotu. Z kolei w drugim okresie strategia LPM dla ponad połowy rozważanych portfeli pozwoliła uzyskać maksymalną stopę zwrotu (spośród rozważanych czterech strategii wyznaczania wag portfela). Tabela 3 przedstawia odsetek portfeli w danym okresie, dla których poszczególne strategie pozwoliły uzyskać maksymalną (spośród analizowanych strategii) stopę zwrotu.

Table 3. Percentage of best scores for each strategy

Tabela 3. Odsetek najlepszych wyników poszczególnych strategii

	MVP	LPM	CVAR	1/N/ Równe wagi
Period/ Okres I	6,25%	1,04%	45,83%	46,88%
Period/ Okres II	25,00%	54,17%	8,33%	12,50%

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

Benchmark vs. Reduced portfolios

For the analyzed periods, the rates of return of portfolios with reduced number of elements according to dendrograms were compared with the rates of return of benchmark portfolios (equal - weighted portfolios consisting of all 15 cryptocurrencies). In the case of period I, only 21.35% of the portfolios allowed to obtain a higher rate of return than the benchmark portfolio. The rate of return of benchmark portfolio, in this case the loss, was equal to -7.40%. In the case of period I, the average rate of return of the analyzed reduced portfolios was equal to -13.58%. In the case of period II, 43.23% of analyzed reduced portfolios allowed to achieve higher rate of return than the benchmark portfolio. The rate of return of benchmark portfolio was equal to 10.62%. In the case of period II, the average rate of return of the analyzed reduced portfolios was equal to 9.73%.

Portfele o zredukowanej liczbie składowych a portfel bazowy

Dla analizowanych okresów porównano zrealizowane stopy zwrotu portfeli o zredukowanym składzie ze stopami zwrotu portfeli, w których skład wchodziło wszystkie 15 kryptowalut w równych proporcjach (równe wagi). W przypadku okresu I tylko 21,35% zredukowanych portfeli pozwoliło uzyskać wyższą stopę zwrotu niż portfel zawierający wszystkie kryptowaluty, dla którego stopa zwrotu (w tym przypadku strata) wyniosła -7,40%. W przypadku okresu I przeciętna stopa zwrotu zredukowanych portfeli wyniosła -13,58%. W przypadku okresu II odsetek zredukowanych portfeli, które pozwoliły uzyskać wyższą stopę zwrotu niż portfel zawierający wszystkie kryptowaluty (dla którego stopa zwrotu wyniosła 10,62%), wyniósł 43,23%. W przypadku okresu II przeciętna stopa zwrotu zredukowanych

Table 4 presents the percentage of reduced portfolios which allowed for particular methods of determining the weights to achieve higher rate of return than the benchmark portfolio.

portfeli wyniosła 9,73%. Tabela 4 przedstawia, jak kształtował się dla poszczególnych strategii odsetek portfeli o zredukowanej liczbie składowych, pozwalających uzyskać wyższą stopę zwrotu niż portfel 15-składnikowy o równych udziałach kryptowalut (nazwany tu portfelem bazowym).

Table 4. Percentage of reduced portfolios that performed better than benchmark

Tabela 4. Odsetek portfeli o wyższej stopie zwrotu niż portfel bazowy

	MVP	LPM	CVAR	1/N/ Równe wagi
Period/ Okres I	5,21%	1,04%	42,71%	36,46%
Period/ Okres II	45,83%	45,83%	39,58%	41,67%

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

The expected rates of return of portfolios with reduced number of elements were often higher than the expected rates of return of benchmark portfolios. For example, for data from period I, as many as 91,67% of MVP - portfolios with a reduced number of elements were characterized by a higher expected daily rate of return than the benchmark portfolio, for which it was equal to 0,45%. However, the realized rate of return of investment in these portfolios was higher only for about 5% of them than the rate of return of the benchmark portfolio. There was observed negative correlation relationship between expected and realized rate of return for MVP portfolios with reduced number of elements. Correlation coefficient was equal to -0,199.

Oczekiwane stopy zwrotu portfeli o zredukowanej liczbie składników wg uzyskanych dendrogramów często były większe niż oczekiwane stopy zwrotów dla portfeli benchmarkowych. Przykładowo, dla danych z okresu I aż 91,67% portfeli o zredukowanej liczbie składników, w których wagi ustalano zgodnie ze strategią MVP charakteryzowało się wyższą oczekiwaną dzienną stopą zwrotu niż portfel benchmarkowy, dla którego wynosiła ona 0,45%. Natomiast zrealizowana stopa zwrotu z inwestycji w te portfele tylko dla około 5% z nich była wyższa niż w przypadku portfela benchmarkowego. W przypadku portfeli MVP o zredukowanej liczbie składników współczynnik korelacji liniowej między oczekiwaną dzienną i zrealizowaną stopą zwrotu był ujemny i wynosił -0,199.

Duration of the investment vs. Achieved results

Analyzed strategies were then applied to long-term investments. There was made comparison for two arbitrarily selected periods and two arbitrarily selected sets of cryptocurrencies. There were used active strategies with recalculation of the structure of portfolios after each 30 days⁴. In the first case the data for the period 28.07.2019–21.07.2020 were used (i.e. it was assumed, that cryptocurrency was bought on 28.07.2019). The analyzed portfolios consisted of 5 cryptocurrencies (Bitcoin, Ethereum, Dash, Ripple and Chainlink). In the second case the data for the period 25.10.2019–21.07.2020 were used. The analyzed portfolios consisted of 3 cryptocurrencies (Bitcoin, Ethereum, Dash). In the first period, an investment in equal weights portfolio allowed to achieve the highest (positive) rate of return. The realized rates of return of other analyzed strategies were negative. The worst result (the highest loss) was obtained with the LPM strategy. In the second analyzed period, the LPM strategy allows to generate the highest rate of return⁵. In the second case, the worst result was obtained by the 1/N strategy. None

Czas trwania inwestycji a uzyskiwane rezultaty

Porównano ponadto dla dwóch arbitralnie wybranych okresów i dwóch arbitralnie wybranych zbiorów kryptowalut rozważane strategie w długim horyzoncie czasowym. Z uwagi na dynamiczną zmianę kursów kryptowalut i niestabilność w dłuższym okresie czasu zależności korelacyjnej między stopami zwrotu kryptowalut⁴, wykorzystano w analizie długoterminowej strategię aktywne, polegające na modyfikacji wag co 30 dni po uwzględnieniu stóp zwrotu z ostatnich 30 dni. W przypadku pierwszego okresu przyjęto czas trwania inwestycji 28.07.2019–21.07.2020 i założono, że inwestycja dokonywana jest w kryptowaluty: Bitcoin, Ethereum, Dash, Ripple i Chainlink. W przypadku drugiego okresu przyjęto czas trwania inwestycji 25.10.2019–21.07.2020 i założono, że inwestycja dokonywana jest w kryptowaluty: Bitcoin, Ethereum, Dash. W przypadku inwestycji dla pierwszego okresu, inwestycja w portfel o równych wagach pozwoliła uzyskać najwyższą (dodatnią) stopę zwrotu. Pozostałe strategie aktywne, uwzględniające modyfikacje składu portfela doprowadziłyby do straty części zainwestowanego kapitału. W analizowanym przypadku najgorszy wynik (największa strata) został uzyskany w przypadku strategii LPM. Z kolei w drugim analizowanym okresie to właśnie strategia

⁴ This instability can be observed on the example of presented dendrograms (fig. 1, fig. 2). Structures of created clusters differ from each other significantly.

⁵ In the presented examples transaction costs were omitted. After taking them into account, realized rates of return of the analyzed investments would be lower. In the case of active strategies, frequent recalculation of portfolios' weights may have a significant impact on the profitability of portfolio.

⁴ Niestabilność wyników grupowania można zaobserwować na przykładzie zaprezentowanych dendrogramów. Dla odstępu czasowego wynoszącego kilka miesięcy między danymi wykorzystanymi do generowania dendrogramów, podziały kryptowalut na grupy istotnie się różniły.

of the analyzed active strategies, allows in both considered periods to realize higher rate of return than the other analyzed strategies. Figures 3 and 4 show the performance of analyzed strategies in two selected periods. It was assumed that 100,000 USD was invested.

LPM umożliwiłaby wygenerowanie największego zysku⁵. Natomiast najgorszy rezultat zostałaby uzyskany przy wykorzystaniu strategii 1/N. Zatem podobnie jak w przypadku inwestycji krótkoterminowych, również żadna z rozważanych aktywnych strategii długoterminowych, nie umożliwia w dowolnym okresie generowania większych zysków niż pozostałe analizowane strategie. Rysunki 3 i 4 przedstawiają zmiany stanu zainwestowanego kapitału w kolejnych dniach inwestycji w ramach poszczególnych okresów, przy założeniu, że zainwestowano 100 000 USD.

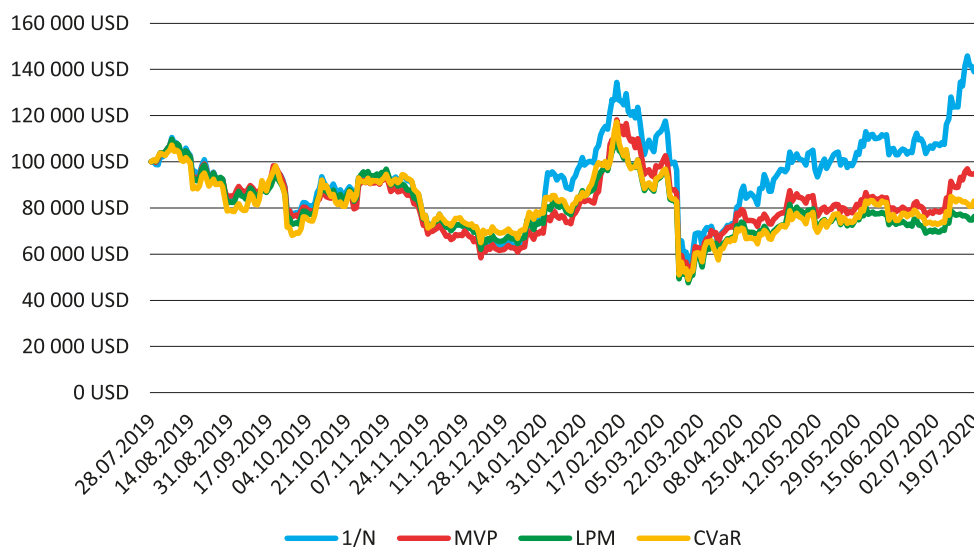


Figure 3. Performance of analyzed strategies (period I)

Rysunek 3. Zmiany zainwestowanego kapitału w kolejnych dniach inwestycji (okres I)

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

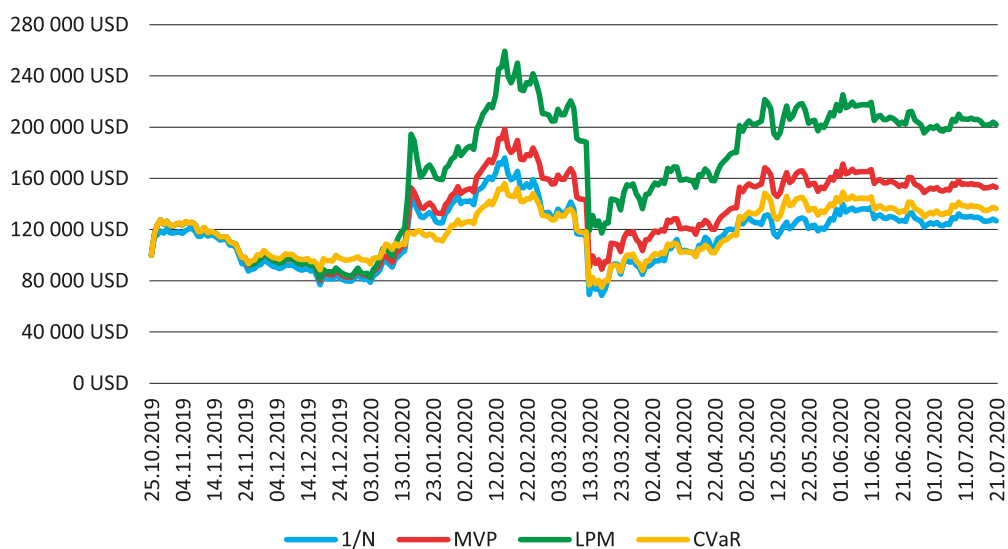


Figure 4. Performance of analyzed strategies (period II)

Rysunek 4. Zmiany zainwestowanego kapitału w kolejnych dniach inwestycji (okres II)

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

⁵ W prezentowanych rozważaniach pominięte zostały koszty transakcyjne, po uwzględnieniu których stopy zwrotu analizowanych inwestycji byłyby niższe. W przypadku strategii aktywnych, częsta zmiana składu portfela może mieć istotny wpływ na ich wysokość.

In the case of long-term active investment strategies, one of the crucial problem is to determine the frequency of recalculation of portfolios' weights. This problem is particularly important in the case of investments in cryptocurrencies, due to instability of correlation relationships between their rates of return in the long period. In the analyzed case of active strategies, it was arbitrarily assumed that the portfolios' structure was recalculated once per 30 days. In the analyzed cases, the obtained weights after each recalculation, differed often from each other significantly. It was presented on the example of the structure of the Markowitz portfolio for the period I (Figure 5).

W przypadku długoterminowych aktywnych strategii inwestycyjnych problemem jest też wyznaczenie częstotliwości, z jaką należy aktualizować skład portfela. Problem ten jest szczególnie istotny w przypadku inwestycji w kryptowaluty, gdyż, jak zostało zauważone, charakteryzują się one niestabilnością zależności między stopami zwrotu w dłuższym okresie i większą zmiennością kursu niż np. waluty tradycyjne. W analizowanym przypadku strategii aktywnych przyjęto arbitralnie, że aktualizacja składu portfela następowała raz na 30 dni. W analizowanych przykładach można było zauważyć, że uzyskiwane struktury wag poszczególnych składowych portfeli w ramach kolejnych aktualizacji jego składu często istotnie się różniły w kolejnych okresach. Zostało to zaprezentowane na przykładzie składu portfela Markowitza dla okresu I po kolejnych modyfikacjach wag (Rysunek 5).

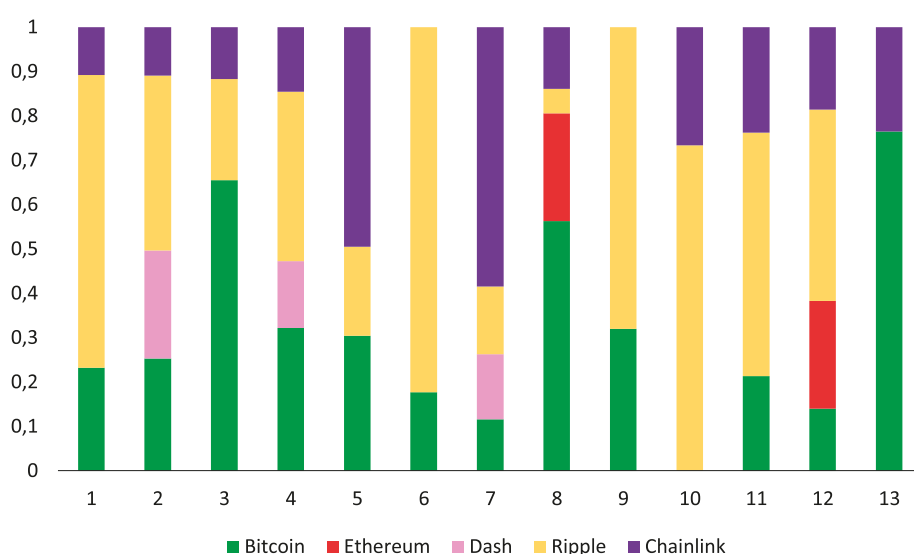


Figure 5. Structure of Markowitz portfolio after each recalculation of weights for the period I

Rysunek 5. Skład portfela Markowitza po kolejnych aktualizacjach wag (okres I)

Source: Own elaboration.

Źródło: Opracowanie własne.

Conclusions

None of analyzed strategies allows to achieve higher rates of return in any given (arbitrarily selected) period than other analyzed strategies. Portfolios with reduced number of elements in most cases did not allow to achieve a higher rate of return than the benchmark portfolios. There were portfolios with reduced number of cryptocurrencies that allowed to achieve more than three times higher rates of return than the benchmark equal-weighted portfolios consisting of 15 cryptocurrencies, however, in both of analyzed periods, for each of the considered strategies, the percentage of portfolios with a reduced number of elements that allowed achieving a higher return rates than the benchmark portfolios was less than 50%.

There are many factors having an impact on the rate of return of investment strategies, such as the choice of investment instruments included in the

Podsumowanie

Żadna z analizowanych strategii nie umożliwiała w każdym (dowolnie wybranym) okresie osiągnięcia częściej wyższych stóp zwrotu niż pozostałe analizowane strategie. Portfele o zredukowanej liczbie składników w większości przypadków nie umożliwiały osiągnięcia wyższej stopy zwrotu niż portfel bazowy o równych wagach składający się z 15 kryptowalut. Istniały portfele o zredukowanej liczbie kryptowalut, które umożliwiały osiągnięcie ponad trzykrotnie wyższej stopy zwrotu niż portfele bazowe składające się z 15 kryptowalut o równych wagach, jednakże w obu analizowanych okresach, dla każdej z rozważanych strategii, odsetek portfeli o zredukowanej liczbie składników, które umożliwiły osiągnięcie wyższej stopy zwrotu niż portfele bazowe był niższy niż 50%.

Wpływ na stopę zwrotu portfeli inwestycyjnych ma szereg czynników, jak np. wybór instrumentów

portfolio, the method for determining its structure, the frequency of weights recalculation, etc. There exists no universal method for determining these parameters, which would allow to obtain the maximal rate of return in each case.

Making investment decisions, one should bear in mind that the realized rate of return may significantly differ from the expected rate of return, which is only a forecast. It was presented on the example of negative correlation relationship between expected and realized rate of return for MVP portfolios. Deciding to invest funds, we shouldn't forget about the risk. Investments in cryptocurrencies involve not only risk understood as the volatility of rates of return, but also risk of the liquidity or the risk of collapse of cryptocurrency exchange (Kądziołka, 2015b, 2017).

inwestycyjnych wchodzących w skład portfela, metoda ustalania jego składu i częstotliwość aktualizacji wag. Brak jest jednej, uniwersalnej metody wyznaczenia tych parametrów, która prowadziłaby w każdym przypadku do uzyskania maksymalnej stopy zwrotu.

Podjęwając decyzje o zainwestowaniu środków, należy mieć na uwadze, że zazwyczaj towarzyszy temu ryzyko. Oczekiwane stopy zwrotu portfeli inwestycyjnych są tylko pewnymi prognozami i zrealizowana stopa zwrotu może znacznie się od nich różnić. Sytuacja ta została zaprezentowana na przykładzie portfeli Markowitza, dla których zależność korelacyjna między oczekiwaną i zrealizowaną stopą zwrotu była ujemna. Należy też mieć na uwadze, że z inwestycjami w kryptowaluty związane jest nie tylko ryzyko rozumiane jako zmienność stóp zwrotu, ale też m. in. ryzyko płynności czy ryzyko upadku giełdy walut kryptograficznych (Kądziołka, 2015b, 2017).

References/ Literatura:

- Borkowski, B., Krawiec, M. (2013). Modele zarządzania ryzykiem inwestycji kapitałowych w sektorze rolno – spożywcym. *Polityki Europejskie, Finanse i Marketing*, 10(59), 64-78 (in Polish).
- Brauneis, A., Mestel, R. (2019). Cryptocurrency-portfolios in a mean-variance framework. *Finance Research Letters*, 28, 259-264. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.05.008>
- Gatnar, E. (2009). *Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R*. Warszawa: Wydawnictwo PWN (in Polish).
- Gluzicka, A. (2016). Risk parity portfolios for selected measures of investment risk. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 428, 63-71. <https://doi.org/10.15611/pn.2016.428.05>
- Goudarzi, S., Jafari, M.J., Asfar, A. (2017). A Hybrid Model for Portfolio Optimization Based on Stock Clustering and Different Investment Strategies. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 7(3), 602-608.
- Hrytsiuk, P., Babych, T., Bachyshyna, L. (2019). Cryptocurrency Portfolio Optimization Using Value-At-Risk Measure. *Advances in Economics, Business and Management Research*, 93, 385-389. <https://doi.org/10.2991/smtesm-19.2019.75>
- Kądziołka, K. (2015a). Ocena ryzyka inwestycji w kryptowalutę bitcoin. *Współczesna Gospodarka*, 6(3), 1-8 (in Polish).
- Kądziołka, K. (2015b). Transakcje kryptowalutą bitcoin – wybrane zagrożenia. *Rola informatyki w naukach ekonomicznych i społecznych. Innowacje i implikacje interdyscyplinarne*, 1, 24-35 (in Polish).
- Kądziołka, K. (2017a). Ocena czasu funkcjonowania giełd Bitcoin z wykorzystaniem metod nieparametrycznych. *Przedsiębiorstwo & Finanse*, 2(17), 103-114 (in Polish).
- Kądziołka, K. (2017b). Zastosowanie strategii portfelowych do inwestycji w waluty kryptograficzne. *Firma i Rynek*, 1(51), 107-116 (in Polish).
- Kądziołka, K. (2018). Zastosowanie metod grupowania hierarchicznego w strategiach portfelowych. *Firma i Rynek*, 1(53), 115-124 (in Polish).
- Kądziołka, K. (2020). Poziom dywersyfikacji a dochodowość portfela inwestycyjnego na przykładzie portfeli kryptowalut. *Firma i Rynek*, 2(58), 18-27 (in Polish).
- Markowitz, H.M. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x> <https://doi.org/10.2307/2975974>
- Markowitz, H.M. (1959). *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. New York: John Wiley and Sons.
- Mercurio, P.J., Wu, Y., Xie, H. (2020). An Entropy – Based Approach to Portfolio Optimization. *Entropy*, 22(3), 1-17. <https://doi.org/10.3390/e22030332>
- Pośpiech, E. (2016). Analiza porównawcza wybranych metod grupowania spółek giełdowych. *Studia Ekonomiczne Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, 297, 153-165 (in Polish).
- Pichura, M. (2012). Wybrane portfelowe strategie inwestycyjne i ich efektywność. W: A. S. Barczak, D. Iskra (red.), *Metody matematyczne, ekonometryczne i komputerowe w finansach i ubezpieczeniach 2010* (s. 220-240). Katowice: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach (in Polish).
- Platanakis, E., Sutcliffe, C., Urquhart, A. (2018). Optimal vs naive diversification in cryptocurrencies. *Economic Letters*, 171, 93-96. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.07.020>
- Rockafellar, R.T., Uryasev, S. (2000). Optimization of Conditional Value-at-Risk. *The Journal of Risk*, 2(3), 21-41. <https://doi.org/10.21314/JOR.2000.038>
- Sefiane, S., Benbouziane, M. (2012). Portfolio Selection Using Genetic Algorithm. *Journal of Applied Finance & Banking*, 2(4), 143-154.
- Škarica, B., Lukač, Z. (2012). A Comparison of Basic and Extended Markowitz Model on Croatian Capital Market. *Croatian Operational Research Review*, 3, 236-244.
- Skórska-Pokarowska, U. (2005). Effective Portfolios – Econometrics and Statistics in Search of Profitable Investments. *Acta Physica Polonica*, 8(36), 2589-2599.

23. Stanisław, A. (2007). *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny. Tom 3. Analizy wielowymiarowe*. Kraków: StatSoft (in Polish).
24. Stepaniuk, R. (2015). Ryzyko inwestycji w teorii portfelowej Harrego Markowitza. *Studia Ekonomiczne, Prawne i Administracyjne, 1*, 141-151 (in Polish).
25. Ślepaczuk, R., Zenkova, M. (2018). Robustness of Support Vector Machines in Algorithmic Trading on Cryptocurrency Market. *Central European Economic Journal, 5(52)*, 186-205. <https://doi.org/10.1515/ceej-2018-0022>
26. Tarczyński, W. (2014). Different variants of fundamental portfolio. *Folia Oeconomica Stetinensia, 14(1)*, 47-62. <https://doi.org/10.2478/fofi-2014-0104>
27. www.coingecko.com (Data dostępu: 21.07.2020).