



**AgEcon** SEARCH

RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

*The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library*

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

*No endorsement of AgEcon Search or its fundraising activities by the author(s) of the following work or their employer(s) is intended or implied.*

ers begehrten Spezialstücken wie Beefsteak, teertstück u. ä. m. dürfte daher wesentlich höher sein als für die Nachfrage im Durchschnitt aller Ratenstücke. Ebenso wird die Elastizität für ein-

zelne Kochfleischstücke erheblich schwächer sein als für Kochfleisch insgesamt, das etwa 60 vH des Schlachtgewichtes ausmacht.

(Wird fortgesetzt)

## Die Produktionsfunktion in der angewandten landwirtschaftlichen Betriebslehre

Dr. H. Ruthenberg, Frankfurt a. M.<sup>1)</sup>

Bei der landwirtschaftlichen Produktion hängt die Höhe des Ertrages, gemessen mit naturalen oder monetären Maßstäben, von dem Aufwand an Boden, Arbeit und zahlreichen Produktionsmitteln ab. Diese Abhängigkeit gibt in mathematischer Formulierung die Produktionsfunktion (1) wieder.

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

Y = Ertrag, f = abhängig von,  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  = Mengen der einzelnen Aufwandsfaktoren.

Produktionsfunktionen der verschiedensten Art sind in den letzten 10 Jahren ein übliches Handwerkszeug der betriebswirtschaftlichen Forschung in den USA geworden. Aus Versuchsergebnissen oder Buchführungsunterlagen, die eine mehr oder minder große Streuung aufweisen, wird mit der „multiplen Regression“ diejenige Funktion abgeleitet, die den Trend des vorliegenden Verhältnisses von Aufwand zu Ertrag am zuverlässigsten schätzt [10, 19].

Die Entwicklung ökonomischer Methoden im Bereich der landwirtschaftlichen Produktion ruht in erster Linie auf den Arbeiten von O. Heady, Professor für „Production Economics“, Ames, Iowa. In der deutschen landwirtschaftlichen Betriebslehre sind Produktionsfunktionen von E. W. Paasch u. a. [17] für theoretische Untersuchungen verwendet worden.

Bei den bisherigen Veröffentlichungen über Produktionsfunktionen in der Landwirtschaft läßt sich unterscheiden zwischen

der sogenannten „mathematischen Planung“ (Linear Programming), mit der versucht wird, ein ganzes Bündel innerbetrieblicher Abhängigkeiten zu erfassen und nach Art einer Differenzrechnung zu untersuchen, und

quadratischen, Quadratwurzel-, Cobb-Douglasfunktionen und Kombinationen davon, die höchstens 4 bis 5 Variable umfassen, und die vorzugsweise für Untersuchungen über eng umrissene Teilbereiche, z. B. Mineraldüngung und Fütterung, und für bestimmte Betriebsvergleiche herangezogen werden<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Die Anfertigung dieser Studie war dank der Förderung durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft und durch Prof. O. Heady, Iowa State College, möglich.

<sup>2)</sup> Die Allgemeinform der Funktionen lautet:

Quadratische Funktion  $Y = a + bX + cX^2$

Quadratwurzelfunktion  $Y = a + bX + c\sqrt{X}$

Cobb-Douglasfunktion  $Y = aX^b$

Y = Ertrag, X = Aufwand an einem Produktionsfaktor, a, b und c sind Regressionskoeffizienten.

Der vorliegende Aufsatz behandelt einige Beispiele für die Anwendung der letztgenannten Funktionen. Bezüglich der Rechenmethoden, der statistischen und methodischen Probleme, die mit der Anwendung von Produktionsfunktionen verbunden sind, wird auf die Literatur verwiesen<sup>3)</sup>.

### Die Vorteile der mathematischen Formulierung

Ausgehend von dem Prinzip der Gewinn- oder Einkommensmaximierung als Zweck der Produktion erlaubt die mathematische Formulierung der Abhängigkeit des Ertrages vom Aufwand die Ableitung von Grenzwerten und damit — bei Kenntnis der Preise — von Optima in der Produktionsintensität, Produktionsrichtung und Aufwandszusammensetzung.

Soweit Produktionsfunktionen über den Rahmen zweivariabler Untersuchungen nicht hinausgehen — z. B. 1. Variable: Stickstoffaufwand, 2. Variable: Weizenertrag — führt ihre Verwendung wohl zu einer Verfeinerung der Untersuchung und zu einer übersichtlicheren Ordnung der ökonomischen Zusammenhänge, aber nicht zu grundsätzlich neuen Erkenntnissen. In den meisten Fällen wird eine einfache Differenzierung, d. h. der Vergleich des zusätzlichen Aufwandes mit dem zusätzlichen Ertrag, zu ungefähr den gleichen Ergebnissen führen.

Produktionsfunktionen verdienen aber deshalb Beachtung, weil es mit Ihnen möglich ist, den Rahmen der bisher üblichen „isolierenden“ Analyse, die sich auf zwei Variable beschränken muß, zu erweitern und damit wirklichere Nähe zu gestalten. Dank der mathematischen Formulierung kann die Abhängigkeit des Ertrages und der Optima im Wechselspiel mehrerer variabler komplementärer oder einander substituierender Aufwandsfaktoren untersucht werden.

### Die Mineraldüngerfunktionen

Funktionen mit zwei Variablen

Die ersten Funktionen auf dem Gebiet der Mineraldüngung und damit der landwirtschaftlichen Produktion überhaupt wurden von E. Mitscherlich errechnet und von B. Baule für pflanzenbauliche Untersuchungen herangezogen [1]. Diese Funktionen entsprechen der Gleichung (2).

$$(2) Y = m - ar^D$$

Y = Ertrag, m = Maximalertrag, a = Differenz zwischen Maximalertrag und Ertrag ohne Düngung, r = Konstante, D = Düngermenge.

<sup>3)</sup> Eine eingehende Darstellung der Methodik und Problematik des Einsatzes der Produktionsfunktion gibt G. Weinschenk, Grenzwerttheorie und Kalkulationsverfahren im landwirtschaftlichen Betrieb [23].



Übersicht 1: Mehrertrag an Weizen durch die Stickstoffdüngung (dz/ha)

Gebiet	Stickstoffgabe je ha		
	40 kg	50 kg	60 kg
Schleswig-Holstein/Mecklenburg	8,0	9,8	11,2
Mitteldeutsches Höheengebiet	7,2	8,3	9,0
Schwäb. Fränkisches Gebiet	6,7	7,6	7,9

Anmerkung: Es wurde allein die Düngungsteigerung von 40 kg N aufwärts einbezogen. Entnommen: B. Marquardt [16].

Praktische Erfahrungen haben gezeigt, daß das Verhältnis von Aufwand zu Ertrag, wie es sich bei Düngungsversuchen ergibt, am besten von quadratischen und Quadratwurzelfunktionen wiedergegeben wird.

Beispiel: Die Übersicht 1 enthält die Mehrerträge an Weizen durch steigende Stickstoffgaben in verschiedenen Teilen Deutschlands. Aus den Versuchsergebnissen wurden die Produktionsfunktionen (3), (4) und (5) abgeleitet.

Schleswig-Holstein/Mecklenburg  
 (3)  $Y = -3,23 + 0,359845 N - 0,001984 N^2$

Mitteldeutsches Höheengebiet  
 (4)  $Y = -1,216823 + 0,289859 N - 0,001991 N^2$

Schwäb. Fränk. Gebiet  
 (5)  $Y = -2,909379 + 0,359879 N - 0,002994 N^2$   
 $Y =$  geschätzter Mehrertrag an Weizen (dz)  
 $N =$  Stickstoffaufwand (kg N)

Der Düngeraufwand ist optimal, wenn Grenzertrag und Grenzkosten übereinstimmen, d. h. wenn die Bedingungen der Gleichung (6a) erfüllt sind, die sich auch wie (6b) schreiben läßt.

(6a)  $dW/dN = P_n/P_w$

(6b)  $(dW/dN) \cdot (P_w) = P_n$

$P_n =$  der Preis je kg N,  $P_w =$  der Preis je kg Weizen, den Ausdruck  $dW/dN$ , also das Verhältnis von Weizengrenzertrag zu Grenzaufwand an N erhält man als 1. Ableitung aus der Produktionsfunktion.

Wenn aus den Produktionsfunktionen (3), (4) und (5) mittels der Differentialrechnung die Grenzerträge bestimmt und zu dem Preisverhältnis von Stickstoff zu Weizen in Beziehung gesetzt werden, ergeben sich die Düngungsoptima der Übersicht 2.

Derselbe Zusammenhang läßt sich auch zeichnerisch darstellen. In Schaubild 1 sind die Grenzertragskurven der Produktionsfunktionen (3), (4) und (5) eingetragen. Es handelt sich dabei um den Grenzertrag in DM, d. h. es wird entsprechend der Gleichung (6b) der naturale Grenzertrag ( $dW/dN$ )

Übersicht 2: Optima der Stickstoffdüngung zu Weizen (Preis je kg N einschl. Ausbringungskosten: 1,50 DM)

Gebiet	kg N/ha
Schleswig-Holstein/Mecklenburg	81 <sup>1)</sup>
Mitteldeutsches Höheengebiet	63
Schwäb. Fränkisches Gebiet	54

<sup>1)</sup> Der Optimalaufwand liegt weit außerhalb des Versuchsbereiches. Diese Schätzung ist natürlich nicht gesichert. Entnommen: H. Ruthenberg [18].

mit dem Weizenpreis ( $P_w$ ) multipliziert. Aus der Gleichung (6b) geht hervor, daß der optimale Aufwand dort vorliegt, wo der Wert des Grenzertrages mit dem Preis je kg N übereinstimmt. In Schaubild 1 unterrichten folglich die Schnittpunkte ( $S_1$ ), ( $S_2$ ) und ( $S_3$ ) der Grenzertragskurve mit der Geraden (N), die die Höhe des Stickstoffpreises repräsentiert, über die zweckmäßige Düngergabe.

Die Kalkulationsergebnisse besagen, daß für die einzelnen Landschaften unterschiedliche Düngergaben zu empfehlen sind. Ferner sei darauf hingewiesen, daß ein Vergleich von Aufwandsoptima und tatsächlichen Aufwendungen wertvolle Hinweise darüber geben kann, wo durch verstärkte Beratung und Werbung am ehesten eine Verbrauchsausweitung zu erwarten ist.

Die an dem vorliegenden zweivariablen Beispiel dargestellte Methode führt zwar zu einer genaueren und übersichtlicheren Darstellung der Abhängigkeit des Ertrages von einem Düngemittel und umgekehrt des optimalen Aufwandes von dem Verlauf der Ertragskurve, aber eine einfache Differenzrechnung würde bei geringerem Rechenaufwand ungefähr dieselben Ergebnisse liefern.

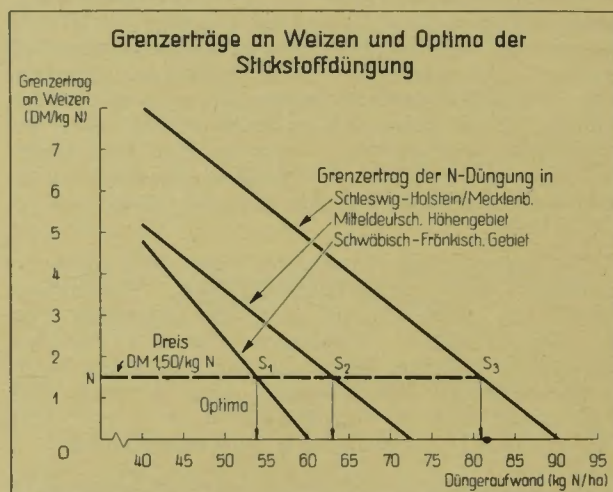


Schaubild 1

Funktionen mit mehr als zwei Variablen

Neue und bisher nicht zugängliche Einblicke in die Gesetzmäßigkeiten der Düngung eröffnen jedoch mehrvariable Düngungsfunktionen. Es kommen dabei die gleichen Methoden zur Bestimmung der Optima zur Anwendung. Allerdings ist die Anlage der Versuche und die Schätzung der Produktionsfunktion aus den Versuchsergebnissen ungleich komplizierter.

Wenn die Abhängigkeit des Ertrages vom Aufwand an zwei verschiedenen Düngemitteln dargestellt wird, erhält man an Stelle der Ertragskurve eine sogenannte „Produktionsoberfläche“, die den Inhalt der Produktionsfunktion räumlich wiedergibt. Schaubild 2 zeigt eine solche Produktionsoberfläche für die Düngung von Körnermais mit Stickstoff und Phosphorsäure und Schaubild 3 für die Düngung von Luzerne mit Phosphorsäure und Kali. Die Aufwandsmengen sind entlang zweier Achsen eingetragen. Der jeder denkbaren



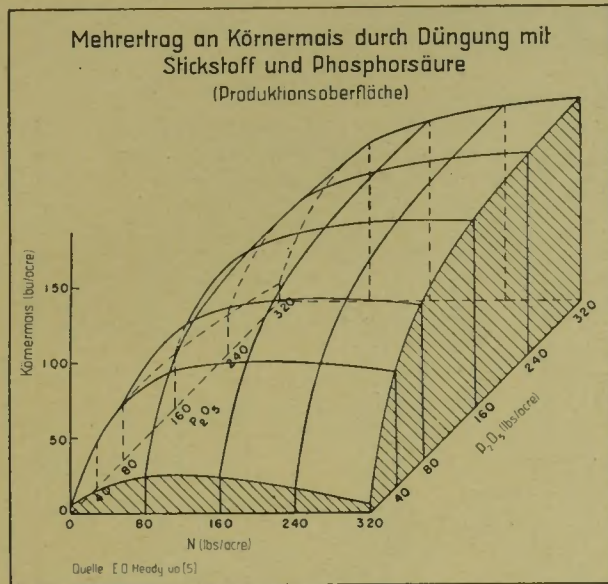


Schaubild 2

Aufwandskombination zugehörige Ertrag wird an dem Abstand des jeweiligen Punktes der Grundfläche von der Produktionsoberfläche gemessen. Die schraffierte Frontseite in Schaubild 2 zeigt die niedrige Ertragskurve, die entsteht, wenn allein zunehmende Stickstoffgaben aufgewendet werden. Die Ertragssteigerungen durch ausschließliche Phosphatdüngung bleiben ebenfalls eng begrenzt. Sobald aber Stickstoff und Phosphorsäure zusammen eingesetzt werden, hebt sich die Produktionsoberfläche kräftig an, d. h. es werden durch steigende NP-Gaben hohe Zuwachsraten des Ertrages erzielt. Die konvexe Krümmung der Produktionsoberfläche bringt aber zum Ausdruck, daß die zusätzlichen Düngergaben von abnehmenden Zuwachsraten des Ertrages begleitet sind. Das Ertragsgesetz gilt also, wenngleich in abgeschwächtem

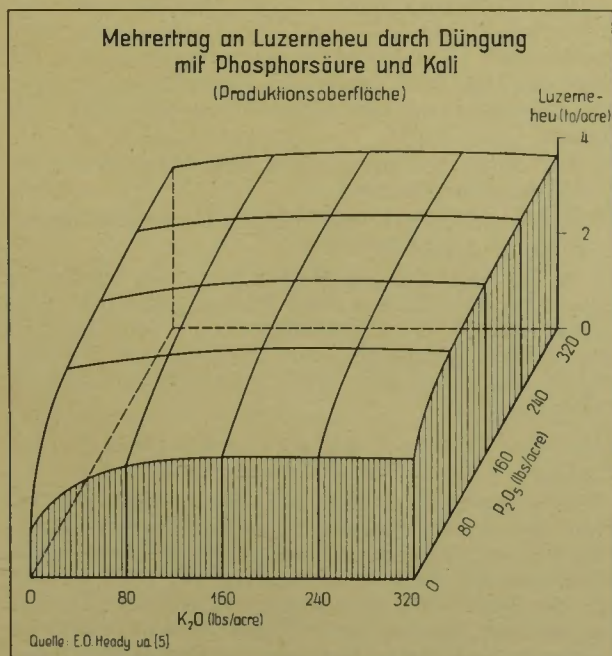


Schaubild 3

Maße. Eine lineare Steigung würde auf konstante Zuwachsraten des Ertrages hinweisen, d. h. das Ertragsgesetz wäre nicht wirksam.

Der verhältnismäßig steile Anstieg der Produktionsoberfläche in Schaubild 2 deutet auf eine starke und auch bei hohen Gaben anhaltende Wirkung der Mineraldüngung hin. Im Gegensatz dazu gleicht die Produktionsoberfläche bei der Düngung von Luzerne mit Phosphorsäure und Kali eher einem „Hochplateau“. Nur die ersten Aufwands-einheiten bringen sichtbare Mehrerträge. Diese Düngung vermag folglich den Ertrag bei weitem nicht in dem Umfang zu erhöhen wie die NP-Düngung zu Körnermais. Sie wird auch früher auf wirtschaftliche Grenzen stoßen.

Wie aus den Schaubildern 2 und 3 hervorgeht, läßt sich aus dem Verlauf der Produktionsoberfläche bei verschiedenen Kulturpflanzen, Boden- und Klimaverhältnissen und Düngemitteln anschaulich ablesen, in welcher Weise die einzelnen Faktoren den Ertrag beeinflussen. Der mehrjährigen Wirkung der Mineraldünger, als auch der günstigen und ungünstigen Vorfruchtwirkung einzelner Fruchtarten kann dadurch Rechnung getragen werden, daß die Produktionsoberfläche einer ganzen Fruchtfolge geschätzt wird. Die verschiedenartigen natürlichen Erträge müssen dann über Stärkeeinheiten oder Geld auf einen gemeinsamen Nenner gebracht werden.

Übersicht 3: Ertrag an Körnermais bei der NPK-Düngung (bu/acre)

P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> lbs/acre	K <sub>2</sub> O lbs/acre	N lbs/acre		
		0	40	80
0	0	43	55	54
0	40	44	57	71
0	80	48	75	78
40	0	57	73	83
40	40	49	80	82
40	80	47	65	76
80	0	47	75	78
80	40	58	83	99
80	80	60	71	86

Quelle: E. O. Heady u. a. [6].

Beispiel: Aus Düngungsversuchen zu Körnermais, deren Ergebnisse in Übersicht 3 zusammengefaßt sind, wurde die Produktionsfunktion (7) abgeleitet.

$$(7) Y = 35,0587 + 0,7126 N - 0,004352 N^2 + 0,5255 P - 0,003103 P^2 + 0,2546 K - 0,001624 K^2 - 0,002255 PK$$

Y = Ertrag an Körnermais in Bushel, N, P und K = Aufwand an den einzelnen Nährstoffen (lbs).

Schaubild 4 — errechnet aus der Produktionsfunktion (7) — zeigt die Abhängigkeit des Körnermaisertrages von der NPK-Düngung, wobei jeder einzelne Nährstoff variabel gestaltet ist. Dieses Schaubild bleibt notwendigerweise unvollkommen, da sich zeichnerisch nur drei Dimensionen wiedergeben lassen. Aus dem Schaubild geht jedoch hervor, wie die Produktionsoberfläche der



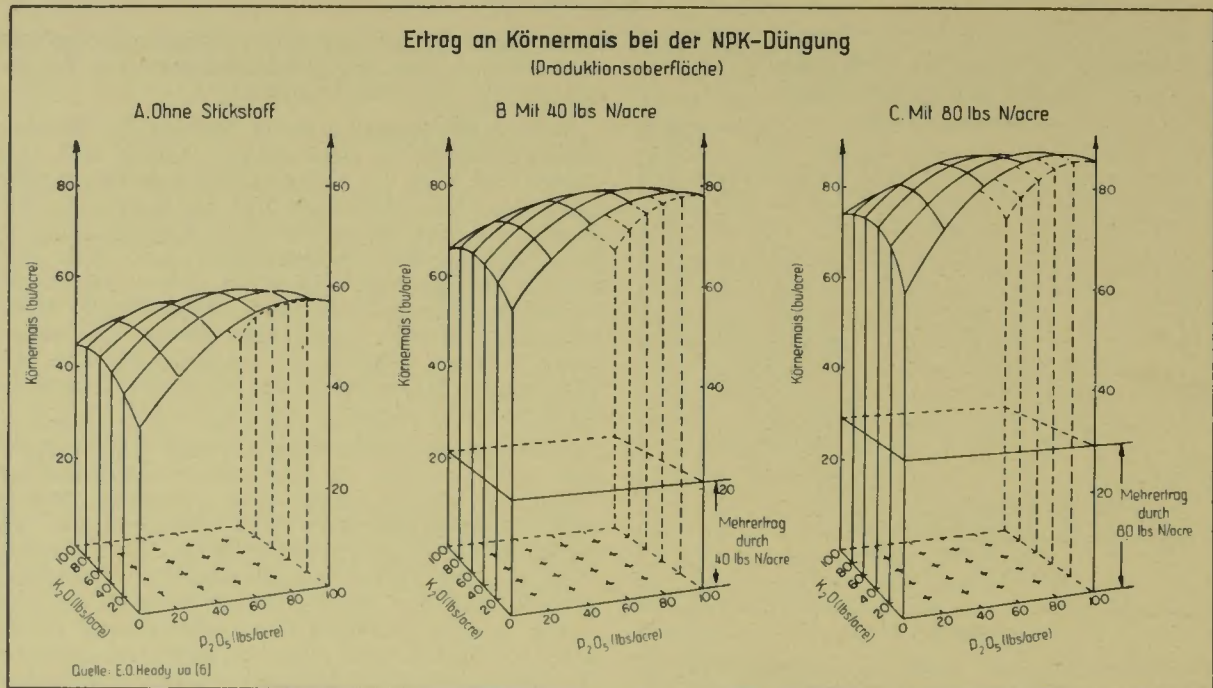


Schaubild 4

PK-Düngung durch die Stickstoffdüngung gleichsam angehoben wird. Sie unterläuft dabei einer Umformung, die auf den komplementären Beziehungen zwischen den Nährstoffen beruht.

Aus der Produktionsfunktion (7) wurden ferner die Grenzerträge ermittelt, zu den Preisen in Beziehung gesetzt und damit die optimale Aufwandsmenge als auch das optimale Nährstoffverhältnis geschätzt. Übersicht 4 enthält die Aufwandsoptima des vorliegenden Beispiels. Sie veranschaulicht die deutlichen Zusammenhänge zwischen hohen Düngergaben und der Gunst der Preise.

**Ergebnis der Betrachtung über die Mineraldüngerfunktionen**

Die mathematische Analyse mehrvariabler Abhängigkeiten des Ertrages vom Aufwand erlaubt Einblicke in die Zusammenhänge der Mineraldüngung, die mit den herkömmlichen Methoden nicht erreichbar sind. Auf keine andere Weise ist es möglich, Optima für die Düngung mit zwei und

mehr Nährstoffen zu errechnen und abzuschätzen, wie diese Optima sich verschieben, wenn die Preisverhältnisse andere werden. Es handelt sich bei diesen von E. O. Heady veröffentlichten Methoden um die bemerkenswerteste Weiterentwicklung des Ertragsgesetzes seit E. Mitscherlich. Da die Schätzung der Produktionsfunktion im rein technischen Bereich bleibt, hat sie nicht nur für die Betriebslehre, sondern auch für die Pflanzenernährung Bedeutung.

**Die Fütterungsfunktionen**

Die Untersuchungen über Optima bei der Schweine-, Geflügel- und Rindviehhaltung sind methodisch in gleicher Weise aufgebaut, wie die über die Mineraldüngung. Es werden aus Versuchsergebnissen Produktionsfunktionen abgeleitet, mit denen

- a. das optimale Endgewicht der Mast, bzw. die Milchleistung und
- b. die optimale, d. h. die billigste Futterzusammensetzung geschätzt wird.

Da die Methode zur Bestimmung der optimalen Intensität bereits an dem Düngungsbeispiel dargestellt wurde, wird nachfolgend an dem Beispiel der Schweinefütterung die Methode zur Bestimmung der optimalen Aufwandszusammensetzung behandelt.

**Die optimale Futterzusammensetzung bei der Schweinemast**

Bei der Schweinemast kann heute tierisches Eiweiß durch mit Vitamin B<sub>12</sub> angereichertes pflanzliches Eiweiß ersetzt werden. In den Schweinemastbetrieben des „Mittleren Westens“ der USA werden für die Schweinemast vorwiegend Körnermais und Sojabohnen, die viel pflanzliches Eiweiß enthalten, herangezogen. Beide Futtermittel sind in der Lage, einander in gewissem Umfang zu ersetzen. Man

Übersicht 4: Optima der NPK-Düngung zu Körnermais

Maispreis	Düngerpreis			Optimalaufwand			Maisertrag	Gewinn
	N	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	K <sub>2</sub> O	N	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	K <sub>2</sub> O		
\$/bu	\$/lbs			lbs/acre			bu/acre	\$/acre
2,00	0,20	0,15	0,15	70	7	70	86	76
1,00	0,20	0,15	0,15	59	0	60	82	26
0,50	0,20	0,15	0,15	36	0	36	70	5
2,00	0,15	0,08	0,10	73	17	70	87	84
1,00	0,15	0,08	0,10	65	8	65	85	33
0,50	0,15	0,08	0,10	47	0	52	78	9
2,00	0,10	0,10	0,10	76	13	72	87	87
1,00	0,10	0,10	0,10	70	0	68	85	36
0,50	0,10	0,10	0,10	59	0	52	81	12

Quelle: E. O. Heady ua. [6].



steht infolgedessen vor der Frage, welche Futtermischung für die einzelnen Stadien der Mast zweckmäßig ist.

Zur Prüfung dieser Frage wurden mehrjährige Schweinemastversuche mit gestaffelten Eiweißgaben durchgeführt. Schaubild 5 enthält das zusammengefaßte Ergebnis dieser Versuche. Es zeigt sogenannte „Isoquanten“, die angeben, welche Kombinationen an Körnermais und Sojabohnen in der Lage sind, einen Zuwachs von 100 lbs Schwein zu bewirken. Es handelt sich dabei nicht um den Zuwachs pro Tier, sondern um den einer bestimmten Gruppe von z. B. 20 Schweinen.

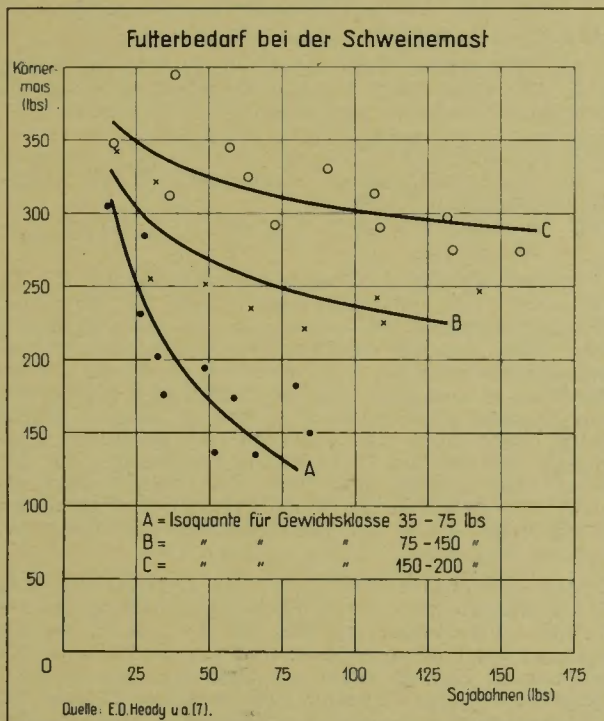


Schaubild 5

Da junge Schweine das Futter besser ausnutzen als ältere, ist der Versuch in drei Gruppen gestaffelt worden. Die Kurve A in Schaubild 5 zeigt, welche Mengen an Mais und Sojabohnen gebraucht werden, um 100 lbs Zuwachs mit Schweinen der Gewichtsklasse 35 bis 75 lbs zu erhalten. Die Kurven B und C geben dieselbe Auskunft für die Gewichtsklassen 75 bis 150 lbs und 150 bis 200 lbs. So kann beispielsweise bei Schweinen der Gewichtsklasse 35 bis 75 lbs dieselbe Zunahme durch eine Futtermenge von 250 lbs Mais und 25 lbs Sojabohnen als auch 135 lbs Mais und 75 lbs Sojabohnen erreicht werden. In entsprechender Weise läßt sich bei Schweinen der Gewichtsklasse 150 bis 200 lbs eine Zunahme von 100 lbs durch eine Futtermischung erzielen, die 350 lbs Körnermais und 25 lbs Sojabohnen umfaßt, als auch durch eine andere, die sich auf 290 lbs Mais und 150 lbs Sojabohnen beläuft. Jeder einzelne Punkt dieser Kurven, die mittels der Regression aus den Versuchsdaten ermittelt wurden, markiert also eine Futtermischung, die für eine Zunahme von 100 lbs ausreicht.

Die Isoquantengleichungen sind vom Cobb-Douglastyp und lauten für:

Gewichtsklasse 35—75 lbs

$$(8) \quad \dot{K} = \left( \frac{Y}{1,605 S^{0,297}} \right)^{\frac{1}{0,533}}$$

Gewichtsklasse 75—150 lbs

$$(9) \quad K = \left( \frac{Y}{0,714 S^{0,142}} \right)^{\frac{1}{0,767}}$$

Gewichtsklasse 150—200 lbs

$$(10) \quad K = \left( \frac{Y}{0,459 S^{0,092}} \right)^{\frac{1}{0,856}}$$

K = Körnermais (lbs), S = Sojabohnen (lbs), Y = Zunahme (lbs). Im Beispiel des Schaubildes 5 bleibt Y konstant bei 100 Pounds Zunahme. Die Isoquantengleichungen besagen also, welche Mengen an Körnermais gefüttert werden müssen, damit bei einer gegebenen Menge an Sojabohnen (S) der Zuwachs Y erzielt wird.

Aus dem unterschiedlichen Verlauf der Kurven geht deutlich hervor, daß ältere Schweine mehr Futter je 100 lbs Zunahme brauchen als jüngere. Ferner zeigt der steile Verlauf der Kurve A für junge Schweine und der verhältnismäßig flache der Kurve C für ältere, daß für junge Schweine die Fütterung mit eiweißhaltigen Sojabohnen wichtiger ist als für ältere. Wird bei den ersteren der Sojabohnenaufwand von 25 lbs auf 50 lbs erhöht, dann kann der Maisaufwand um ca. 80 lbs eingeschränkt werden, ohne daß deshalb der Zuwachs geringer wäre. Wird dagegen bei den älteren Schweinen (Kurve C) der Sojabohnenaufwand in gleichem Maße erhöht, dann darf der Maisaufwand nur um ca. 25 lbs gesenkt werden, wenn die gleiche Zunahme erzielt werden soll. In dem einen Falle ersetzen 25 lbs Sojabohnen 80 lbs Mais, d. h. die Substitutionsrate beträgt  $80/25 = 3,2$ . In dem anderen Falle substituieren 25 lbs Sojabohnen nur 25 lbs Mais, d. h. die Substitutionsrate beträgt  $25/25 = 1$ .

Die billigste Futtermischung liegt jeweils vor, wenn die Substitutionsrate von Mais durch Sojabohnen dem umgekehrten Preisverhältnis gleich ist, d. h. wenn die Bedingungen der Gleichung (11) erfüllt sind.

$$(11) \quad dK/dS = P_s/P_k$$

$P_s$  = Sojabohnenpreis,  $P_k$  = Körnermaispreis,  $dK/dS$  = Grenzrate der Substitution von Körnermais durch Sojabohnen. Sie wird als 1. Ableitung aus den Isoquantengleichungen (8), (9) und (10) errechnet.

Übersicht 5: Die optimale Futterzusammensetzung bei der Schweinemast (Minimalkostenkombination)

Preisverhältnis Sojabohnen/Mais	Futterzusammensetzung für 100 lbs Zunahme (lbs)								
	Gewichtsklasse 35-75 lbs			Gewichtsklasse 75-150 lbs			Gewichtsklasse 150-200 lbs		
	Mais	Sojab.	%Eiw.	Mais	Sojab.	%Eiw.	Mais	Sojab.	%Eiw.
1	136	76	21	269	50	14	337	36	12
1,5	157	58	18	297	35	12	350	25	11
2,0	175	49	16	300	28	11	360	19	10
2,5	189	42	15	311	23	11	368	16	10
3,0	202	37	14	320	20	10	375	13	9

Quelle: E. O. Heady u.a. (7).



Die auf diese Weise für wechselnde Mais- und Sojabohnenpreise und unterschiedliche Altersklassen der Schweine errechneten Optima der Fütterung sind in der Übersicht 5 wiedergegeben. Sie werden in Iowa, zusammengefaßt in Form eines Tabulators, vom Beratungsdienst verwendet.

**Ergebnis der Betrachtung über die Fütterungsfunktionen**

Die Kommerzialisierung der Veredlungswirtschaft, insbesondere der Schweine- und Geflügelhaltung ist in den USA sehr viel weiter getrieben als in Deutschland. Ferner stehen den Landwirten mit Körnermais und Sojabohnen zwei Futtermittel zur Verfügung, die wenig Wasser enthalten, die sich bequem lagern und genau zuteilen lassen und deren Nährstoffgehalt nur geringen Schwankungen unterliegt. Quantitative Grenzanalysen über Fütterungsoptima stoßen infolgedessen auf günstige Voraussetzungen. Je weniger Tiere gehalten werden, je größer der Anteil des wirtschaftseigenen Futters ist und je mehr Fütterungsfehler ohnehin schon gemacht werden, um so weniger Sinn haben derartige verfeinerte Untersuchungen. Sie können allerdings für Hersteller von Mischfuttermitteln von Interesse sein.

**Die Ableitung von Grenzproduktivitäten aus Buchführungsergebnissen**

(Mathematischer Betriebsvergleich)

Eine optimale Nutzung von Boden, Arbeit und Kapital, sowohl in einem Wirtschaftsgebiet als auch innerhalb eines Betriebes, liegt vor, wenn bei allen Wirtschaftszweigen, Betriebssystemen, Betrieben und Betriebszweigen das Verhältnis von Grenzertrag zu Grenzaufwand das gleiche ist. Das Urteil über die Zweckmäßigkeit des Einsatzes der Produktivkräfte darf also nicht auf Grund der Durchschnittsproduktivität erfolgen, sondern der Grenzproduktivität. Durchaus nicht immer deutet eine hohe Durchschnittsproduktivität auch auf eine hohe Grenzproduktivität hin.

Angesichts der Bedeutung, die der Kenntnis von Grenzproduktivitäten zukommt, verdient eine Methode Beachtung, auf die G. Tintner [22] und H. O. Brownlee hingewiesen haben und die von E. O. Heady [11], R. Shaw und L. S. Drake [4] zu einem brauchbaren Weg für die Schätzung von Grenzproduktivitäten in der Landwirtschaft entwickelt wurde.

**Der mathematische Betriebsvergleich**

Aus den Buchführungsergebnissen einer größeren Anzahl von Betrieben, die sich in Intensität und Aufwandszusammensetzung unterscheiden, die jedoch unter ähnlichen Produktionsbedingungen wirtschaften, wird mit Hilfe der „multiplen Regression“ eine Produktionsfunktion abgeleitet. Aus den einzelnen Buchführungsaufzeichnungen, d.h. den Unterschieden in Erträgen und Aufwendungen, arbeitet die Regression die Zusammenhänge heraus. Wenn z.B. die Aufzeichnungen besagen, daß in der Mehrzahl der Fälle ein etwas höherer Arbeitsaufwand mit einem kräftig höheren Ertrag verbunden ist, dann findet sich dies in der Funktion in Gestalt eines hohen Regressionskoeffizienten für den Arbeitsaufwand wieder. Ist andererseits dieser Zusammenhang nicht erkennbar, dann wird man

einen niedrigen oder gar einen Nullkoeffizienten errechnen. Zeigen außerdem die Buchführungsunterlagen, daß ein hoher Roh- bzw. Reinertrag sowohl mit einem hohen Arbeitsaufwand und geringem Maschinenaufwand als auch umgekehrt mit wenig Arbeit und viel Maschinen erzeugt werden kann, dann lassen sich aus der Funktion entsprechende Substitutionsraten von Arbeit durch Kapital schätzen.

Es handelt sich bei der vorliegenden Methode um nichts anderes als um einen mit statistischen und mathematischen Mitteln durchgeführten Betriebsvergleich, wobei das Ergebnis als mehrvariable Funktion formuliert wird.

**Die Cobb-Douglasfunktion**

Aus der großen Zahl möglicher Funktionen haben sich für diesen Zweck Cobb-Douglasfunktionen als brauchbar erwiesen. Ihre Allgemeinform lautet:

$$(12) Y = a X_1^{\beta_1} \cdot X_2^{\beta_2} \cdot X_3^{\beta_3} \dots \dots X_n^{\beta_n}$$

In der logarithmischen Form verläuft die Cobb-Douglasfunktion linear.

$$(13) Y = \log a + \beta_1 \log X_1 + \beta_2 \log X_2 + \beta_3 \log X_3 \dots + \beta_n \log X_n.$$

Hierbei bezeichnet Y den geschätzten Ertrag,  $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$  sind die Aufwandsmengen der einzelnen Produktionsmittel. Sie können in naturalen Einheiten oder Geld gemessen werden. Die „ $\beta$ “ sind die Regressionskoeffizienten für die logarithmische Form. Sie erscheinen in Gleichung (12) als Elastizitäten und zeigen an, welcher prozentuale Zuwachs im Ertrag erzielt wird, wenn man den Aufwand des jeweiligen Produktionsfaktors um 1 vH erhöht. Die Summe der „ $\beta$ “ ergibt den Zuwachs im Ertrag, der erreicht wird, sobald der Aufwand an allen Produktionsmitteln um 1 vH steigt. Unter der Bedingung der Gleichung (14)

$$(14) \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots + \beta_n = 1.$$

liegen konstante Zuwachsraten des Ertrages vor, d.h. 1 vH Mehraufwand an sämtlichen Produktionsfaktoren bringt 1 vH Mehrertrag. Beträgt die Summe der „ $\beta$ “ weniger als 1, dann befindet man sich im Bereich abnehmender Zuwachsraten des Ertrages. Das Ertragsgesetz wird also wirksam. Übersteigt die Summe der „ $\beta$ “ den Wert 1, dann sind zunehmende Zuwachsraten des Ertrages zu verzeichnen. Es läßt sich demnach aus den Elastizitäten ( $\beta$ ) direkt die Natur der Ertragskurve ablesen.

Die Cobb-Douglasfunktion besitzt den großen Vorteil, daß die Regression und die Ableitung der Grenzwerte verhältnismäßig wenig Zeit erfordern.

**Die Substitutionsrate von Arbeit durch Kapital**

Als Beispiel für die Arbeitsweise des mathematischen Betriebsvergleiches sei eine Untersuchung von E. O. Heady über die Substitutionsraten von Arbeit durch Maschinendienste (einschl. Schlepper) herangezogen. Aus den Buchführungsergebnissen von Betrieben in North-Central-Iowa, die wohl Unterschiede in der Intensität der Bodennutzung und der Zusammensetzung des Aufwandes aufweisen, die aber unter gleichen Boden- und Klimaverhältnissen wirtschaften, wurde die Produktionsfunktion (15) abgeleitet.

$$(15) Y = 3,0618 \cdot A^{0,0729} \cdot M^{0,1798} \cdot E^{0,0549}$$

- Y = geschätzter Ertrag in Dollar,
- A = Arbeitsaufwand in Monaten,
- M = Maschinendienste in Dollar,
- E = Aufwand an Saatgut, Dünger u. a. in Dollar.



Übersicht 6: Substitutionsraten von Arbeit durch Kapital bei der Bodenproduktion (ein Beispiel aus North-Central-Iowa)

Ein Rohertrag von 6545 \$ kann mit folgenden Kombinationen von Arbeit und Maschinendiensten erzeugt werden		Grenzrate der Substitution von Arbeit durch Maschinendienste. 100 \$ zusätzliche Maschinendienst ersetzen .. Monate Arbeit	Bei einem Monatslohn von 200 \$ können durch 100 \$ zusätzliche Maschinendienste ... \$ Lohn erspart werden	
Maschinendienste (\$)	Arbeitsaufwand (Monate)			
900	+	14,22	3,90	780
1 000	+	10,96	2,71	542
1 200	+	8,66	1,44	288
1 400	+	4,78	0,84	168
1 600	+	3,44	0,53	106
1 800	+	2,07	0,32	64

Quelle: E. O. Heady [12].

Aus der Gleichung (15) wurden, entsprechend dem Beispiel der Schweinefütterung mit Körnermais und Sojabohnen, Substitutionsraten von Arbeit durch Kapital errechnet. Sie sind in der Übersicht 6 wiedergegeben.

In dem vorliegenden Beispiel kann bei einem sehr hohen Aufwand an Handarbeit von 14,22 Monaten und bei geringer Mechanisierung (900 \$) ein zusätzlicher Maschinenaufwand mit Kosten von 100 \$ von einer Einschränkung des Handarbeitsaufwandes von 3,9 Monaten begleitet sein, ohne daß deswegen der Rohertrag sinkt. Eine weitere Mechanisierung lohnt sich, da den zusätzlichen Maschinenkosten in Höhe von 100 \$ eine Einsparung an Lohnkosten in Höhe von 780 \$ gegenübersteht. Mit steigendem Maschineneinsatz nimmt jedoch die Substitutionsrate fortlaufend ab, bis schließlich, bei einem Aufwand von 1800 \$ Maschinendiensten, zusätzliche 100 \$ nur noch 0,32 Monate Arbeit ersetzen können. Dieser Ersatz von Arbeit durch Maschinendienste ist nicht mehr rentabel, denn die Lohneinsparung beläuft sich nur auf 64 \$ und unterschreitet somit die Maschinenkosten um 36 \$.

Eine optimale Kombination der beiden Produktionsfaktoren ist erreicht, wenn 100 \$ zusätzliche Maschinendienste Lohnkosten in Höhe von 100 \$ einsparen. Beträgt der Monatslohn 200 \$, dann liegt eine Optimalkombination von Arbeit und Maschinendiensten bei einem Aufwand von 3,44 Monaten Arbeit und 1600 \$ Maschinendienste vor.

Bei dieser Aufwandszusammensetzung würden zusätzliche 100 \$ Maschinenaufwand eine Einschränkung des Arbeitsaufwandes von 0,53 Monaten, d. h. 106 \$ ermöglichen. Es ist also ein Gleichgewicht der Grenzwerte erreicht. Bei einem höheren Monatslohn würde sich das Gleichgewicht zu einem weitergehenden Ersatz von Arbeit durch Maschinen verlagern. Bei einem niedrigeren Stundenlohn, z. B. von 75 \$, läge die optimale Aufwandskombination bei ca. 8,66 Monaten Arbeit und 1200 \$ Maschinendiensten. Die zweckmäßige Aufwandsorganisation wechselt also je nach den Löhnen.

Grenzkalkulationen dieser Art gehen von der unbegrenzten Teilbarkeit der Produktionsfaktoren aus, die in der Regel nicht gegeben ist. Ein Betrieb kann nicht nach Belieben ein, zwei oder drei Monate Arbeit abgeben, sondern nur die unteilbare Arbeitskapazität einer Arbeitskraft, es sei denn,

Saisonarbeitskräfte können nach Bedarf eingestellt und entlassen werden. Insofern sind also die geschilderten Grenzrechnungen rein spekulativ. Sie gewinnen aber für großräumige Untersuchungen an Bedeutung. Für die Absatzpolitik der Maschinenindustrie und die Wirtschaftsplanung der Verwaltung kann es sehr wertvoll sein, eine ungefähre Vorstellung über die Substitutionsrate von Arbeit durch Kapital in verschiedenen Wirtschaftszweigen und Betriebssystemen zu besitzen.

Die Grenzen des mathematischen Betriebsvergleiches

Mit der Ableitung von Produktionsfunktionen aus den Unterschieden der Buchführungsaufzeichnungen wird unterstellt, daß sich sämtliche Betriebe sozusagen „auf derselben Produktionsfunktion“ befinden, daß sie bei genau gleicher Aufwandsorganisation auch genau gleiche Erträge erzielen, daß also die Unterschiede zwischen den Betrieben nicht auf besondere natürliche Gegebenheiten zurückzuführen sind, sondern allein auf Abweichungen in der Betriebsführung. Vermutlich wirtschaften keine zwei Betriebe unter so gleichen Bedingungen, daß diese Annahme zuträfe. Auf der anderen Seite kann mit Berechtigung angenommen werden, daß Produktionsfunktionen von Betrieben mit gleichen Boden-Klimaverhältnissen ähnlich verlaufen. Vergleiche von Durchschnittsproduktivitäten bauen auf dieser Annahme ebenso auf, wie die von Grenzproduktivitäten. Es liegt hier kein spezielles Problem des mathematischen Betriebsvergleiches vor.

Der Unterschied zum üblichen Betriebsvergleich liegt aber darin, daß die Fülle der Einzeldaten einer großen Anzahl von Betrieben durch die Regression in die Form der verwendeten Funktion gepreßt wird. Anschließend Varianzanalysen geben Auskunft, wie weit dies vertretbar ist. Dabei mag sich herausstellen, daß andere Funktionen dem Ausgangsmaterial besser gerecht werden als die handliche Cobb-Douglasfunktion. Es ist natürlich die Funktion vorzuziehen, die von den Ausgangsdaten am wenigsten abweicht. Häufig wird die Streuung so groß sein, daß keine Funktion genügend gut „paßt“.

Mit der Auswahl einer bestimmten Funktion wird zum Ausdruck gebracht, daß die Gesetzmäßigkeiten, nach denen sich diese Funktion verhält, auch für die Produktion in den Betrieben zutreffen. Bei der Cobb-Douglasfunktion bleibt z. B. die Elastizität der Substitutionsraten konstant. Es besteht indes kein Anlaß anzunehmen, daß eine derartige Gesetzmäßigkeit in der agraren Produktion vorliegt.

Die Durchführung des mathematischen Betriebsvergleiches stößt also auf schwerwiegende methodische Probleme, die um so gewichtiger sind, je uneinheitlicher die Produktionsbedingungen sind und je komplizierter die Betriebsorganisation ist. Im Mittleren Westen der USA, wie auch in Reisangebieten Asiens, d. h. dort, wo einfache Betriebe unter einheitlichen Bedingungen wirtschaften, sind aufschlußreiche mathematische Betriebsvergleiche durchgeführt worden. Ob diese Methode unter deutschen Verhältnissen brauchbare Ergebnisse liefert, ist noch nicht untersucht worden.



**Sind ökonomische Methoden für die deutsche landwirtschaftliche Betriebslehre nützlich?**

Die landwirtschaftliche Betriebslehre der USA hat in den letzten Jahren Methoden zur Quantifizierung des Ertragsgesetzes entwickelt, wobei Produktionsfunktionen das hauptsächlichste Instrument bilden. Ihre Anwendung führt nicht nur zu einer Verbesserung wissenschaftlicher Untersuchungen, die im herkömmlichen Rahmen angelegt worden sind, sondern gibt darüber hinaus die Möglichkeit, Einblicke in Zusammenhänge zu gewinnen, die bisher der quantitativen Analyse nicht offenstanden. Die ökonomische Arbeitsweise hat infolgedessen rasche Verbreitung in anderen Ländern — z. B. Kanada, Australien, Japan u. a. — gefunden. Die Bedeutung der Produktionsfunktion liegt dabei weniger in der Bereitstellung von Auskünften für Betriebsleiter und Berater, als vielmehr für Untersuchungen über das Angebot an landwirtschaftlichen Erzeugnissen, die Nachfrage nach Produktionsmitteln und über die zweckmäßige großräumige Organisation der Produktivkräfte, d. h. Produktionsfunktionen gehören vorzugsweise zu dem Instrumentarium der Wirtschaftsplanung im Bereich der landwirtschaftlichen Produktion.

Auf der anderen Seite darf nicht übersehen werden, daß die Ökonometrie in der Betriebslehre auf größere Schwierigkeiten stößt als in der Marktlehre, von der sie ihren Ausgang nahm. Besonders auf die Mannigfaltigkeit der deutschen Produktionsbedingungen, verglichen mit den relativ einheitlichen Produktionsverhältnissen in den USA, ist hierbei hinzuweisen. Zahlreiche Rechnungen werden eine ungleich größere Zahl von Faktoren umschließen müssen. Dadurch wird nicht nur der Rechengang komplizierter, sondern es wird auch schwierig sein, „gesicherte“ Ergebnisse zu erhalten.

Hinzu kommt, daß umfangreiche, kostspielige Rechenarbeiten bewältigt werden müssen, die den Einsatz geschulter Hilfskräfte erfordern. Da auch eingearbeitete landwirtschaftliche Betriebswirte die Fülle der statistischen Möglichkeiten nicht übersehen können, ist eine enge Zusammenarbeit mit einem statistischen Institut unumgänglich.

Darüber hinaus besteht die Gefahr, daß sich die wissenschaftlichen Arbeiten zu sehr mit der Lösung der in Überfülle vorhandenen methodischen Probleme beschäftigen und die Behandlung von Fragen der angewandten Betriebslehre vernachlässigen.

Es wäre aber falsch, aus diesen Gründen ökonomische Methoden in der deutschen landwirtschaftlichen Betriebslehre nicht zu entwickeln und anzuwenden. Sie sind auch für unsere Verhältnisse brauchbar, man wird nur nicht mit demselben Nutzeffekt wie in den USA arbeiten können. Die Zweckmäßigkeit einfacher statistischer Methoden, wie Korrelationsrechnung, zweivariable Regressionen, Varianzanalyse usw., ist offenkundig. Sie können die im üblichen Rahmen angelegten Untersuchungen übersichtlicher und beweiskräftiger machen. Wieweit die Verwendung mehrvariabler Funktionen zu aufschlußreichen quantitativen Ergebnissen führt, bleibt zu prüfen. Aber selbst dann, wenn mehrvariable Grenzanalysen zu keinem brauchbaren Resultat führen, bleiben sie nicht wertlos, da mit dem Versuch zur Quantifizierung ein gründlicher Einblick in die Abhängigkeit der

einzelnen Faktoren voneinander gewonnen wird. Die Ökonometrie zwingt außerdem zur exakten Formulierung. Produktionsfunktionen sind aus diesen Gründen für die wirtschaftswissenschaftliche Ausbildung hervorragend geeignet.

Es sei abschließend betont, daß die Produktionsfunktionen zu den technischen Hilfsmitteln der Forschung gehören, denen keine eigene „Ökonomik“ innewohnt. Sie sind aber durchaus in der Lage, ökonomische Zusammenhänge darzustellen und der Analyse zugänglich zu machen.

**Zusammenfassung**

1. In der Betriebslehre der USA sind Produktionsfunktionen der verschiedensten Art ein übliches Handwerkszeug. Mit Hilfe der Produktionsfunktion ist es möglich, quantitative Grenzrechnungen durchzuführen und somit Optima der Aufwandsorganisation zu schätzen.
2. Die mathematische Formulierung der Abhängigkeit des Ertrages vom Aufwand an einem Düngemittel bzw. Produktionsmittel führt zwar zu einer übersichtlicheren Darstellung der ökonomischen Zusammenhänge, aber nicht zu neuen Erkenntnissen. Sobald jedoch mehrere Düngemittel zum Einsatz kommen, besteht keine andere Möglichkeit zur Bestimmung von Aufwandsoptima als die Verwendung von Produktionsfunktionen. Bei den von E. O. Heady entwickelten Methoden zur Bestimmung von Düngungsoptima handelt es sich wohl um die bemerkenswerteste Weiterentwicklung des Ertragsgesetzes seit Mitscherlich.
3. Ebenso wie bei der Düngung lassen sich bei der Fütterung quantitative Grenzanalysen durchführen und damit Optima bei der Futterzusammensetzung schätzen. Die Anwendung dieser verfeinerten Methoden findet vor allem dort gute Voraussetzungen, wo die Veredlungswirtschaft weitgehend kommerzialisiert ist.
4. Mittels der multiplen Regression ist es möglich, aus Buchführungsunterlagen Produktionsfunktionen abzuleiten, mit deren Hilfe Grenzproduktivitäten von Boden, Arbeit und Kapital als auch Substitutionsraten von Arbeit durch Kapital geschätzt werden können. Je komplizierter die Betriebe sind und je stärker im engen Raum die natürlichen Produktionsbedingungen wechseln, um so größere methodische Schwierigkeiten treten bei solchen Schätzungen auf.
5. Die Zweckmäßigkeit der Verwendung einfacher ökonomischer Methoden, wie Korrelationsrechnung, linearer oder kurvilinear Regression, Varianzanalyse usw. ist offenkundig. Sie geben betriebswirtschaftlichen Untersuchungen mehr Übersicht und Beweiskraft. Wieweit die Verwendung mehrvariabler Produktionsfunktionen brauchbare Ergebnisse liefert, bleibt im Einzelfall zu prüfen.

**Summary**

1. Production functions are a commonly used tool in agricultural production economics of the USA. Through the use of production functions it becomes possible to carry out quantitative marginal analysis and thus to estimate economic optima.
2. The use of production functions in order to show the dependency of yield on the input of one fertilizer, respectively one resource, leads to a clearer picture of economic interdependencies but not to new insights. Yet when several different fertilizers are applied, there is no other way to estimate economic optima in fertilization but the use of production functions. These methods, developed by E. O. Heady, certainly represent the most remarkable advancement of the "Law of Diminishing Returns" since Mitscherlich.
3. Quantitative marginal analysis can be applied to livestock feeding as well as to fertilization. Consequently it is possible to estimate least cost rations in feeding. The application of these refined methods is particularly useful where livestock operations are highly commercialized.
4. In applying multiple regression it is possible to obtain production functions from farm data, and thus to estimate marginal productivity of land, labour and capital as well as rates of substitution of capital for labour. Such estimates encounter great difficulties when soil and climate change frequently from one farm to the other and when farm data are derived from highly complicated enterprises.



5. The usefulness of simple econometric methods, such as correlation, linear or curvilinear regression, analysis of variance etc. hardly requires discussion. They make research in production economics simpler to understand and more reliable. How useful production functions with several variables can be must be decided in each case.

Literatur

[1] B. Baule, Zu Mitscherlichs Gesetz der physiologischen Beziehungen. Landw. Jahrbuch 51, Berlin 1918, S. 363—385.  
 [2] E. L. Baum, E. O. Heady, J. Blackmore, Economic Analysis of Fertilizer Use Data. Iowa State Press 1956, Ames, Iowa.  
 [3] F. Croxton, D. J. Cowden, Applied General Statistics, N. Y.  
 [4] L. Drake, Problems and Results in the Use of Farm Account Records to derive Cobb-Douglas Value Functions. Dissertation Michigan State College, 1952.  
 [5] E. O. Heady, J. T. Pesek, W. Brown, Crop Response Surfaces and Economic Optima in Fertilizer Use. Iowa State Research Bulletin 424.  
 [6] E. O. Heady, W. G. Brown, J. T. Pesek and J. A. Stritzel, Production Functions, Isoquants, Isoclines and Economic Optima in Corn Fertilization for Experiments with Two and Three Variables: Iowa State Research Bulletin 441.  
 [7] E. O. Heady, R. Woodworth, D. V. Catron and G. C. Ashton, New Procedures in Estimating Feed Substitution Rates and in Determining Economic Efficiency in Pork Production. Iowa State Research Bulletin 409.  
 [8] E. O. Heady, J. A. Schnittker, N. L. Jacobson and S. Bloom, Milk Production Functions, Hay/Grain Substitution Rates and Economic Optima in Dairy Cow Rations. Iowa State Research Bulletin 444.  
 [9] E. O. Heady, Least Cost Rations and Optimum Marketing Weights for Broilers. Iowa State Research Bulletin 442.

[10] E. O. Heady, Economics of Agricultural Production and Resource Use. N. Y.  
 [11] E. O. Heady, Production Functions from a Random Sample of Farms. „Journal of Farm Economics“. Vo. 28, 1946.  
 [12] E. O. Heady, Resource Productivity and Returns on 160 Acre Farms in North-Central. Iowa Research Bulletin 412, Ames 1954.  
 [13] E. O. Heady and R. Shaw, Resource Returns and Productivity Coefficients in Selected Farming Areas of Iowa, Montana and Alabama. Iowa State Research Bulletin 425, 1955.  
 [14] H. Clifford, Problems in the Estimation of Agricultural Production Functions. In: Cowles Commission Paper: „Econometrica“, No. 260 S. 1 ff.  
 [15] P. G. Hohmeyer and E. O. Heady, The Role of Modern Statistics in Analyzing Farm Management Data. In: „Journal of Farm Economics“, Vol 29, 1949.  
 [16] B. Marquardt, Ratschläge für den Bauernhof. Heft 2. Limburger Hof 1950.  
 [17] E. W. Paasch, A. Bail und O. Kreutzberger, Untersuchungen über das gemeinsame Optimum von Boden- und Arbeitsproduktivität. „Agrarwirtschaft“ Jg. 6 (1957) S. 248 ff. u. S. 268 ff.  
 [18] H. Ruthenberg, Die Bestimmung der optimalen Aufwandshöhe und Aufwandszusammensetzung bei der Mineraldüngung. In: „Berichte über Landwirtschaft“. Heft 1/1958.  
 [19] G. W. Snedecor, Statistical Methods. Iowa State College Press.  
 [20] H. von Stackelberg, Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre. Bern.  
 [21] G. Tintner, Mathematics and Statistics for Economists. N. Y.  
 [22] G. Tintner, Econometrics. N. Y. 1952.  
 [23] G. Weinschenk, Grenzwerttheorie und Kalkulationsverfahren im landwirtschaftlichen Betrieb. „Berichte über Landwirtschaft“. Heft 4/1957.

## Ermittlung der Zeitspannen für den Arbeitsvoranschlag auf der Grundlage phänologischer Daten

Diplom-Landwirt J. Spinner, Stuttgart-Hohenheim<sup>1)</sup>

Über die Wichtigkeit des Arbeitsvoranschlages noch zu diskutieren scheint nicht mehr erforderlich. Eine Wirtschaftlichkeitskalkulation, wie sie bei jeder Veränderung der Betriebsorganisation angestellt werden sollte, wie sie für jede Maschinenanschaffung verlangt werden muß, ist ohne eine exakte Prüfung der Auswirkungen auf die Arbeitswirtschaft auch nicht mit annähernd genauer Sicherheit möglich. Zwei Kalkulationssysteme bieten sich dafür an:

1. Das Verfahren von Blohm-Riebe-Vogel<sup>2)</sup>. Ihr System beschränkt sich auf die Errechnung der ständig benötigten Arbeitskräfte und die Ermittlung des Arbeitsstundenbedarfes in den Arbeitsspitzen: Hackfrucht-pflege—Heuernte, Getreideernte, Hackfrucht-ernte.
2. Der Voranschlag nach Kreher<sup>3)</sup>. Seine Arbeitskalkulation gibt ein Bild über den lückenlosen Verlauf der Arbeitsbedarfskurve

in dem gesamten Feldarbeitsjahr. Neben den Arbeitsspitzen treten auch die Arbeitstaler größtenmäßig in Erscheinung.

Es hat sich gezeigt, daß es nicht zweckmäßig ist, den Arbeitsbedarf Woche für Woche oder gar für noch kleinere Zeiteinheiten berechnen zu wollen. Die im Wechsel der Jahreszeiten anfallende Arbeit läuft nicht Jahr für Jahr in der genau gleichen Reihenfolge ab und kann auch nicht stets an denselben Tagen erledigt werden. Es lassen sich aber jeweils eine Reihe von Arbeiten zusammenfassen, für die wohl Anfang und Ende ziemlich genau festgelegt sind, deren Reihenfolge aber dem Wachstumsstand und den Witterungsbedingungen entsprechend wechseln kann. Die Länge dieser Zeitabschnitte — in der Fachliteratur als Zeitspannen bezeichnet — ist stark vom Klima abhängig. Der Arbeitsvoranschlag nach Blohm-Riebe-Vogel macht hierauf aufmerksam, überläßt es aber jedem Berater, für seine Betriebe die Länge der Zeitspannen einzusetzen. Dabei sind ihm neben einer groben Faustzahl keinerlei Anhaltspunkte gegeben, in welchen Maßen sich die Zeitspannenlängen bewegen können. In einem weiträumig einheitlichen Gebiet mag ein solches Verfahren noch angehen. Sobald es aber in Mittelgebirgslagen zur Anwendung kommt, wo auf engstem Raum Klima und Bodenverhältnisse äußerst rasch wechseln, verrin-

<sup>1)</sup> Arbeit aus dem Institut für Wirtschaftslehre des Landbaues an der Landwirtschaftlichen Hochschule Hohenheim, Direktor: Prof. Dr. G. Baur.

<sup>2)</sup> Blohm-Riebe-Vogel, Arbeitsleistung und Arbeitskalkulation in der Landwirtschaft. Verlag Ulmer, Stuttgart 1956.

<sup>3)</sup> G. Kreher, Leistungszahlen für Arbeitsvoranschläge und der Arbeitsvoranschlag im Bauernhof. „Landarbeit und Technik“, H. 17, Bad Kreuznach 1955.