



AgEcon SEARCH
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library

This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.

Help ensure our sustainability.

Give to AgEcon Search

AgEcon Search
<http://ageconsearch.umn.edu>
aesearch@umn.edu

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

NAGYOVÁ, L. 2005. Značka kvality - garancia kvality a bezpečnosti slovenských potravín. In: Zborník z vedeckého seminára. Nitra : SPU, 2005. s. 148-154. ISBN 80-8069-615-2.

PAŠKA, L. 2005. Výrobno-ekonomická komparácia výsledkov konvenčného a ekologického systému výroby obilnín vo vybraných agrosubjektoch Slovenska. In: Firma a konkurenční prostredie. Brno : MZLU, 2005. s. 122-127. ISBN 80-7302-098-X.

PODOLÁK, A. 2005. Segmentácia komoditného agroobchodu SR v členstve EÚ. In: Ekonomika, financie a manažment podnikov. Bratislava : EU, 2005. s. 386-387. ISBN 80-225-2107-8.

SOJKOVÁ, Z. – STEHLÍKOVÁ, B. 2005. Socio-ekonomická komparácia krajín EÚ. Nitra : SPU, 2005. 103 s. ISBN 80-8069-520-2.

ŠIMO, D. 2000. Agrárny marketing. Nitra: SPU, 2000. 301 s. ISBN 80-7137-709-0

UBREŽIOVÁ, I. – HORSKÁ, E. 2005. Structural policy of the European Union with regard to the Slovak Republic conditions. Gödöllő : Institute of agricultural, 2005. s. 39-45. ISBN 963-9483-52-4.

ŽAJA, J. 2005. Mobility podnikových manažmentov v agropodnikateľských subjektoch SR. In: Zborník vedeckých príspevkov KMM. Nitra : SPU, 2005. s. 60-65. ISBN 80-8069-510-5.

Kontaktná adresa:

prof. Ing. Dušan Šimo, CSc., Katedra manažmentu a marketingu, Fakulta ekonomiky a manažmentu, Slovenská poľnohospodárska univerzita, Tr. A. Hlinku 2, 949 76 Nitra, tel. 037/64 14 187, e-mail: Dusan.Simo@uniag.sk

Acta oeconomica et informatica 2
Nitra, Slovaca Universitas Agriculturae Nitriae, 2006, s. 32-36

MOŽNOSTI POUŽITIA DEA VO VIACKRITÉRIÁLNO M ROZHODOVANÍ S INTERVALOVO ZADANÝMI VÁHAMI KRITÉRIÍ

USE OF DEA IN MULTIPLE CRITERIA DECISION-MAKING WITH INTERVAL WEIGHTS OF CRITERIA

Peter FANDEL

Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre

The paper describes a DEA-based method for multiple criteria decision making. A problem of multiple criteria decision making is considered here as an efficiency evaluation problem where variants are equal to decision making units, minimization criteria are taken as inputs and maximization criteria are understood as outputs. DEA assurance region method with absolute and relative bounds for weights is then applied for evaluation of variants with interval weights of criteria. The decision-making regarding a choice of a site for location of municipal waste dump has been used to demonstrate the proposed methods. Six variants were evaluated by five criteria: needed area of agricultural land, cost of investments, negative impacts on inhabitants, negative effects on water resources, and dump capacity (years).

Key words: multiple criteria decision making, DEA, assurance region method, interval weights

Základným princípom vyhodnocovania variantov podľa viacerých kritérií je identifikácia tzv. nedominovaných, resp. efektívnych variantov, z ktorých sa pomocou rôznych metód vyberá najlepší variant. Výberu najlepšieho variantu zvyčajne predchádza normalizácia hodnôt kritérií všetkých variantov tak, aby boli korektné porovnateľné. Normalizácia sa môže robiť viacerými metódami a je závislá od toho, či dané kritérium je s rastúcou preferenciou (maximalizačné), alebo s klesajúcou preferenciou (minimalizačné).

Najznámejšou metódou viackritériálneho vyhodnocovania variantov je metóda váženého súčtu (MVS), podľa ktorej najlepší variant je daný výrazom:

$$\text{Max } (r_i = \sum_j v_j \cdot r_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

kde:

v_j – globálna váha j -teho kritéria,

r_{ij} – normalizovaná hodnota j -teho kritéria pre i -ty variant.

Normalizácia sa najčastejšie realizuje podľa nasledovných vzťahov:

a) pre kritérium maximalizačné:

$$r_{ij} = (y_{ij} - \min_{(i)} y_{ij}) / (\max_{(i)} y_{ij} - \min_{(i)} y_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

b) pre kritérium minimalizačné:

$$r_{ij} = (\max_{(i)} y_{ij} - \min_{(i)} y_{ij}) / (\max_{(i)} y_{ij} - \min_{(i)} y_{ij}), \\ i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

kde:

y_{ij} – hodnota j -teho kritéria pre i -ty variant.

Nevýhodou tejto metódy je, že sa predpokladá použitie bodových odhadov váh kritérií. V predkladanom príspevku navrhujeme metódu, ktorá umožňuje pracovať s intervalovo zadanými váhami, t. j. citlivejšie zohľadniť názory expertov na dôležitosť použitých kritérií.

DEA ako metóda viackritériálneho rozhodovania

Analýza obalov dát (DEA) je v poslednom čase jednou z najpoužívanejších metód analýzy efektívnosti rozhodovacích jednotiek. Jej základným princípom je výpočet pomeru váženej hodnoty výstupov (virtuálneho outputu) a váženej hodnoty vstupov (virtuálneho inputu) pre danú rozhodovaciu jednotku (RJ) a jeho relatívne vyjadrenie k najlepšej hodnote pomeru všetkých hodnotených rozhodovacích jednotiek. Relatívna hodnota sa zvykne označovať ako relatívna (technická) efektív-

nosť. Virtuálny input a output pre hodnotenú rozhodovaciu jednotku RJ_o možno zapísať nasledovne:

$$\text{Virtuálny input} = v_1 x_{1o} + \dots + v_m x_{mo}$$

$$\text{Virtuálny output} = u_1 y_{1o} + \dots + u_s y_{so}$$

kde:

v_i – váhy inputov ($i = 1, \dots, m$),

u_r – váhy outputov ($r = 1, \dots, s$),

x_{io} – inputy ($i = 1, \dots, m$) rozhodovacej jednotky RJ_o ,

y_{ro} – outputy ($r = 1, \dots, s$) rozhodovacej jednotky RJ_o .

Proces výpočtu miery relatívnej efektívnosti pre RJ_o možno zapísať nasledovne (Charnes et al., 1978):

$$\text{Max } \theta = u_1 y_{1o} + \dots + u_s y_{so} / v_1 x_{1o} + \dots + v_m x_{mo}$$

za podm.

$$\begin{aligned} (u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj} / v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj}) &\leq 1 \quad (j = 1, \dots, n) \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq 0 \\ u_1, u_2, \dots, u_s &\geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Riešením modelu (1) možno vypočítať okrem relatívnej efektívnosti θ aj váhy všetkých vstupov a výstupov každej rozhodovacej jednotky RJ_j . Model (1) je však svojím charakterom nelineárny a preto z hľadiska jednoduchosti riešenia je výhodné ho transformovať na lineárny model:

$$\text{Max } \theta = u_1 y_{1o} + \dots + u_s y_{so}$$

za podm.

$$\begin{aligned} (v_1 x_{1o} + \dots + v_m x_{mo}) &= 1 \\ (u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj} \leq v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj}) &\quad (j = 1, \dots, n) \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq 0 \\ u_1, u_2, \dots, u_s &\geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Taktiež riešením modelu (2) získavame relatívnu efektívnosť j -tej rozhodovacej jednotky, pričom táto nadobúda hodnoty z intervalu $<0; 1>$. Rozhodovacie jednotky s mierou relatívnej efektívnosti 1 sú efektívne jednotky, ostatné sú neefektívne. Optimálne hodnoty váh v_i^* vyjadrujú dôležitosť i -teho vstupu, resp. u_r^* predstavujú dôležitosť r -teho výstupu z hľadiska maximalizácie podielu θ . Je zrejmé, že pre každú rozhodovaciu jednotku majú vstupy x_j a výstupy y_j rôzne váhy a tieto sú dané implicitne významom vstupov, resp. výstupov pre jednotlivé rozhodovacie jednotky.

Analýza efektívnosti rozhodovacích jednotiek má niektoré spoločné formálne črty s problémom viackriteriálneho rozhodovania, známeho tiež ako viackriteriálne (komplexné) vyhodnocovanie variantov, a preto model (2) možno za určitých predpokladov použiť ako metódu viackriteriálneho vyhodnocovania variantov. Týmto predpokladmi sú:

- rozhodovacie jednotky RJ_j nahradíme vyhodnocovanými variantmi V_j ,
- vstupy budú reprezentovať minimalizačné kritériá,
- výstupy budú reprezentovať maximalizačné kritériá.

Za tým účelom možno predefinovať symboliku nasledovne:

v_i – váhy minimalizačných kritérií ($i = 1, \dots, m$),

u_r – váhy maximalizačných kritérií ($r = 1, \dots, s$),

x_{io} – kladná hodnota i -teho minimalizačného kritéria ($i = 1, \dots, m$) hodnoteného variantu V_o ,

y_{ro} – kladná hodnota r -tého maximalizačného kritéria ($r = 1, \dots, s$) hodnoteného variantu V_o .

Vo viackriteriálnom vyhodnocovaní variantov sa predpokladá, že jednotlivé kritériá majú pridelené globálne váhy. K odhadu váh možno použiť viacero metód. Tieto možno rozdeliť na metódy viacerých expertov (metóda párového porovnávania, metóda poradia, metóda bodovacia) a metódy jedného experta (Saatyho metóda) (viď napr. Repický, 2003). Výsledkom ich použitia je bodový odhad globálnych váh kritérií. V našom príspevku navrhujeme postup, ktorý nevyžaduje bodové odhady váh, ale umožňuje použiť intervaly váh, ktoré môžu byť dané najnižšou a najvyššou hodnotou lokálnych váh jednotlivých expertov. Tento postup je založený na aplikovaní modelu DEA s vopred definovanými intervalmi váh vstupov a výstupov. Intervaly môžu byť zadané absolútne, alebo relatívne. Prvý postup publikovali Roll, Cook, a Golany (1991) a spočíva v tom, že k modelu (2) pripojili absolútne ohraničenia pre váhy vstupov a výstupov:

$$d_i \leq v_i \leq h_i$$

$$D_r \leq u_r \leq H_r$$

Vo viackriteriálnom vyhodnocovaní variantov by to potom znamenalo, že z odhadov lokálnych váh kritérií jednotlivými expertmi by sme určili dolné a horné hranice váh kritérií nasledovne:

d_i – minimálna váha priradená expertom i -temu minimalizačnému kritériu,

h_i – maximálna váha priradená expertom i -temu minimalizačnému kritériu,

D_r – minimálna váha priradená expertom r -temu maximalizačnému kritériu,

H_r – maximálna váha priradená expertom r -temu maximalizačnému kritériu.

Postup s relatívne stanovenými intervalmi váh je v DEA literatúre známy ako „assurance region method“ (Thompson et al., 1986). V tejto metóde sa predpokladá, že pre ľubovoľnú dvojicu vstupov, resp. výstupov určíme dolnú a hornú hranicu pomeru váh danej dvojice. Napríklad pre vstup 1 a vstup 2 by takýto pomer bol:

$$d_{1,2} \leq v_2/v_1 \leq h_{1,2}$$

Všeobecne pre všetky vstupy a výstupy:

$$v_1 d_{1,r} \leq v_r \leq v_1 h_{1,r} \quad (i = 2, \dots, m)$$

$$u_1 D_{1,r} \leq u_r \leq u_1 H_{1,r} \quad (r = 2, \dots, s)$$

Vo viackriteriálnom hodnotení variantov teda táto metóda umožňuje určiť interval pomeru váh pre ľubovoľnú dvojicu minimalizačných kritérií, resp. ľubovoľnú dvojicu maximalizačných kritérií. Nevýhodou je, že nie je možné použiť interval pomeru váh medzi vstupmi a výstupmi, resp. medzi minimalizačnými a maximalizačnými kritériami. Tento nedostatok sa dá však jednoducho odstrániť tým, že sa minimalizačné kritérium prevedie na maximalizačné kritérium podľa vzťahu:

$$y_j = \max_{\theta} x_{ij} - x_j$$

Model DEA po úprave vo vektorovo-maticovom zápise má nasledovný tvar:

$$\text{Max } \theta = u y_o$$

za podm.

$$v x_o = 1$$

$$-vX + uY \leq 0$$

$$\begin{aligned} vP &\leq 0 \\ uQ &\leq 0 \\ v &\geq 0, u \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

kde:

$$P = \begin{pmatrix} d_{12} & -h_{12} & d_{13} & -h_{13} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & & & & & & & \\ \dots & & & & & & & \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} D_{12} & -H_{12} & D_{13} & -H_{13} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & & & & & & & \\ \dots & & & & & & & \end{pmatrix}$$

Výpočet tohto modelu sa odporúča realizovať na duálne združenéj úlohe, pretože jej riešenie a interpretácia je jednoduchšia.

Duálna úloha:

$$\text{Min } \theta$$

za podm.

$$\theta x_0 - \lambda X + P\pi \geq 0$$

$$\gamma \lambda + Q\tau \geq y_0$$

$$\gamma \lambda + Q\tau \geq y_0 \quad (2)$$

Riešením duálnej úlohy sa získajú miery relatívnej efektívnosti pre každý hodnotený variant. Varianty s mierou relatívnej efektívnosti $\theta = 1$ sú najlepšie (efektívne) varianty. Ostatné varianty s $\theta < 1$ sú neefektívne varianty. Pre rozlíšenie efektívnych variantov je možné použiť model DEA pre výpočet superefektívnosti (Andersen a Petersen, 1993).

Aplikácia navrhovaných metód

Navrhované metódy budeme demonštrovať na jednoduchom príklade prevzatom z práce Černý a Gluckaufová (1982). Ide o rozhodovací problém výberu lokality pre umiestnenie skládky mestského odpadu. Šesť lokalít sa hodnotí podľa piatich kritérií:

1. záber poľnohospodárskej pôdy v ha,
2. investičné náklady v mil. Sk,
3. negatívne dôsledky na obyvateľstvo (1 = veľmi negatívne, 2 = značne negatívne, 3 = priemerne negatívne, 4 = nepatrne negatívne),
4. negatívne dôsledky na vodné zdroje (detto),
5. kapacita skládky (roky). Zodpovedajúca kritériálna matica je uvedená v tabuľke 1.

Predpokladajme, že dôležitosť použitých kritérií posudzovalo päť expertov bodovacou metódou. Výsledky hodnotenia sú v tabuľke 2.

Navrhované postupy si ukážeme na formulácii DEA modelov na ohodnotenie variantu 1.

Model s intervalmi absolútnych váh kritérií má nasledovný tvar:

$$\text{Max } \theta = 2u_1 + 2u_2 + 5u_3$$

Tabuľka 1 Kritériálna matica

Varianty lokality (2)	Kritériá (1)				
	Poľn. pôda v ha (3)	Invest. nákl. (4)	Negat. dopad na obyv. (5)	Negat. dopad na vod. zdroje (6)	Kapacita v rokoch (7)
V1	6,5	12,8	2	2	5
V2	2,4	5,2	2	4	7
V3	12,2	14,5	2	2	5
V4	7,2	3,4	4	2	6
V5	5,3	7,5	3	2	7,5
V6	8,4	10,2	2	4	9
Charakter kritéria (8)	min (9)	min (9)	max (10)	max (10)	max (10)

Table 1 Criterion matrix

(1) criteria, (2) locality variants, (3) agricultural land, (4) cost of investmentst, (5) negative impact on inhabitants, (6) negative effect on water resources, (7) capacity (years), (8) criterion character, (9) minimum, (10) maximum

Tabuľka 2 Globálne a lokálne váhy kritérií podľa jednotlivých expertov

Kritériá (1)	Experti (2)					Min lokál. váha (3)	Max lokál. váha (4)	Globálne váhy (5)
	E1	E2	E3	E4	E5			
K1 - v_1	0,077	0,185	0,077	0,107	0,100	0,077	0,185	0,109
K2 - v_2	0,308	0,148	0,231	0,214	0,300	0,148	0,308	0,240
K3 - u_1	0,154	0,222	0,308	0,143	0,233	0,143	0,308	0,212
K4 - u_2	0,192	0,333	0,269	0,321	0,233	0,192	0,333	0,270
K5 - u_3	0,269	0,111	0,115	0,214	0,133	0,111	0,269	0,169
Spolu (6)	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	-	-	1,000

Table 2 Global and local criteria weights according to individual experts

(1) criteria, (2) experts, (3) minimum local weight, (4) maximum local weight, (5) global weights, (6) total

za podm.

$$\begin{aligned}
 &6,5v_1 + 12,8v_2 = 1 \\
 &2u_1 + 2u_2 + 5u_3 \leq 6,5v_1 + 12,8v_2 \\
 &2u_1 + 4u_2 + 7u_3 \leq 2,4v_1 + 5,2v_2 \\
 &2u_1 + 2u_2 + 5u_3 \leq 12,2v_1 + 14,5v_2 \\
 &4u_1 + 2u_2 + 6u_3 \leq 7,2v_1 + 3,4v_2 \\
 &3u_1 + 2u_2 + 7,5u_3 \leq 5,3v_1 + 7,5v_2 \\
 &2u_1 + 4u_2 + 9u_3 \leq 8,4v_1 + 10,2v_2 \\
 &v_1 \geq 0,077 \\
 &v_1 \leq 0,185 \\
 &v_2 \geq 0,148 \\
 &v_2 \leq 0,308 \\
 &u_1 \geq 0,143 \\
 &u_1 \leq 0,308 \\
 &u_2 \geq 0,192 \\
 &u_2 \leq 0,333 \\
 &u_3 \geq 0,111 \\
 &u_3 \leq 0,269 \\
 &v_1, v_2 \geq 0 \\
 &u_1, u_2, u_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Pre model s relatívne zadanými intervalmi váh kritérií je potrebné najprv zistiť pre všetky kombinácie váh minimalizačných resp. maximalizačných kritérií dolné a horné hranice intervalov. Vychádzať budeme opäť z tabuľky 2.

Nech váha pre maximalizačné kritérium r je u_r ($r = 1, 2, 3$). Pomer u_2/u_1 nadobudne u experta 1 hodnotu $0,192/0,154 = 1,25$; u experta 2 hodnotu $0,333/0,222 = 1,5$; u experta 3 hodnotu $0,269/0,308 = 0,88$; u experta 4 hodnotu $0,321/0,143 = 2,25$ a u experta 5 hodnotu $0,23/0,23 = 1,00$. Ako je zrejmé z výpočtu pomery váh kritérií sú z intervalu:

$$0,88 \leq u_2/u_1 \leq 2,25$$

Podobným spôsobom by sme mohli vypočítať intervaly u_j/u_i pre každý pár (i, j) , tak ako to je uvedené v tabuľke 3.

Tabuľka 3 Dolná a horná hranica intervalu pomeru váh kritérií

Pomer váh (1)	Dolná hranica intervalu (2)	Horná hranica intervalu (3)
u_2/u_1	0,88	2,25
u_3/u_1	0,38	1,75
u_3/u_2	0,33	1,40
v_2/v_1	0,80	4,00

Table 3 Lower and upper bounds of the interval of criteria weights ratio (1) weight ratio, (2) lower bound of interval, (3) upper bound of interval

Model s relatívnymi intervalmi váh kritérií má potom nasledovný tvar:

a) Primárny model:

$$\text{Max } \theta = 2u_1 + 2u_2 + 5u_3$$

za podm.

$$6,5v_1 + 12,8v_2 = 1$$

$$\begin{aligned}
 &2u_1 + 2u_2 + 5u_3 \leq 6,5v_1 + 12,8v_2 \\
 &2u_1 + 4u_2 + 7u_3 \leq 2,4v_1 + 5,2v_2 \\
 &2u_1 + 2u_2 + 5u_3 \leq 12,2v_1 + 14,5v_2 \\
 &4u_1 + 2u_2 + 6u_3 \leq 7,2v_1 + 3,4v_2 \\
 &3u_1 + 2u_2 + 7,5u_3 \leq 5,3v_1 + 7,5v_2 \\
 &2u_1 + 4u_2 + 9u_3 \leq 8,4v_1 + 10,2v_2 \\
 &0,80v_1 - v_2 \leq 0 \\
 &-4,00v_1 + v_2 \leq 0 \\
 &0,88u_1 - u_2 \leq 0 \\
 &-2,25u_1 + u_2 \leq 0 \\
 &0,38u_1 - u_2 \leq 0 \\
 &-1,75u_1 + u_3 \leq 0 \\
 &0,33u_2 - u_3 \leq 0 \\
 &-1,4u_2 + u_3 \leq 0 \\
 &v_1, v_2 \geq 0 \\
 &u_1, u_2, u_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

b) Duálny model:

$$\text{Min } \theta$$

za podm.

$$\begin{aligned}
 &6,5\theta - 6,5\lambda_1 - 2,4\lambda_2 - 12,2\lambda_3 - 7,2\lambda_4 - 5,3\lambda_5 - 8,4\lambda_6 + 0,80\pi_1 - \\
 &\quad - 4,00\pi_2 \geq 0 \\
 &12,8\theta - 12,8\lambda_1 - 5,2\lambda_2 - 14,5\lambda_3 - 3,4\lambda_4 - 7,5\lambda_5 - 10,2\lambda_6 - \\
 &\quad - \pi_1 + \pi_2 \geq 0 \\
 &2\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_3 + 4\lambda_4 + 3\lambda_5 + 2\lambda_6 + 0,88\tau_1 - 2,25\tau_2 + 0,38\tau_3 - \\
 &\quad - 1,75\tau_4 \geq 2 \\
 &2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 + 2\lambda_4 + 3\lambda_5 + 4\lambda_6 - \tau_1 + \tau_2 + 0,33\tau_5 - 1,4\tau_6 \geq 2 \\
 &5\lambda_1 + 7\lambda_2 + 5\lambda_3 + 6\lambda_4 + 7,5\lambda_5 + 9\lambda_6 - \tau_3 + \tau_4 - \tau_5 + \tau_6 \geq 5 \\
 &\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6 \geq 0 \\
 &\pi_1, \pi_2 \geq 0 \\
 &\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6 \geq 0
 \end{aligned}$$

Riešením oboch DEA modelov pre všetky varianty rozhodovania sa získajú miery efektívnosti θ , pomocou ktorých možno zoradiť hodnotené varianty. Model s intervalmi absolútnych váh kritérií má tú nevýhodu, že častejšie vedie k úlohám, ktoré nemajú riešenie. Preto sa odporúča model s relatívnymi intervalmi váh. Riešenie posledne menovaného modelu pre všetky hodnotené varianty je uvedené v tabuľke 4.

Podľa tohto riešenia poradie variantov je nasledovné: $V2 > V4 > V5 > V6 > V1 > V3$.

V tabuľke 5 uvádzame porovnanie hodnotenia variantov metódou váženého súčtu a DEA metódami.

Záver

Cieľom príspevku bolo aplikovať jednu z metód DEA nazývanú „assurance region method“ na riešenie problémov viackriteriálneho výhodnocovania variantov. Táto metóda umožňuje pracovať s vopred zadanými váhami vstupov a výstupov a to tak vo forme intervalov intervalov, ako aj intervalov relatívnych váh. Pri jej aplikácii na riešenie úloh viackriteriálneho rozhodovacieho preto možno s výhodou použiť intervalové odhady

Tabuľka 4 Miery efektívnosti variantov a optimálne váhy kritérií – aplikácia modelu DEA s relatívnymi váhami

Variant (1)	Input-orient. miera efektívnosti (3)	Optimálne váhy (multiplikátory) (3)				
		Pôda (4)	Investície (5)	Obyvatelia (6)	Voda (7)	Roky (8)
V1	0,282	0,020	0,068	0,029	0,025	0,035
V2	1,000	0,049	0,170	0,071	0,062	0,087
V3	0,229	0,016	0,055	0,023	0,020	0,028
V4	1,000	0,053	0,182	0,076	0,067	0,094
V5	0,646	0,032	0,111	0,046	0,041	0,057
V6	0,557	0,020	0,081	0,024	0,031	0,043

Table 4 Measures of variant effectiveness and optimum criteria weights, application of DEA model with relative weights (1) variant, (2) input-oriented measure of efficiency, (3) optimal weights (multipliers), (4) soil, (5) investment, (6) inhabitants, (7) water, (8) years

Tabuľka 5 Vyhodnotenie variantov metódou váženého súčtu a DEA metódou

Variant (1)	MVS	Poradie (2)	DEA abs. váhy (3)	Poradie (2)	DEA relat. váhy (4)	Poradie (2)
V1	0,100	5	0,337	4	0,282	4
V2	0,665	1	1,000	1	1,000	1
V3	0,000	6	0,244	5	0,229	5
V4	0,550	3	1,000	1	1,000	1
V5	0,440	4	0,583	2	0,646	2
V6	0,574	2	0,386	3	0,557	3

MVS – metóda váženého súčtu
MVS – method of weighted sum

Table 5 Evaluation of variants using weighted sum method and DEA method (1) variant, (2) order, (3) DEA with absolute weight, (4) DEA with relative weight

váh kritérií. V porovnaní so štandardnými postupmi, ktoré pracujú s bodovými odhadmi váh kritérií, navrhovaná metóda umožňuje lepšie zohľadniť variabilitu názorov na dôležitosť použitých kritérií a tým odstrániť nevýhody použitia priemernej váhy spojenej s vysokou variabilitou. Nevýhodou uvedeného postupu je jedine prácnosť výpočtov, pretože pre každý hodnotený variant treba sformulovať a riešiť osobitný lineárny model. Tento nedostatok môže byť však zanedbateľný v prípade použitia dostupného špecializovaného softvéru pre riešenie DEA modelov.

Súhrn

V príspevku prezentujeme návrh metódy pre viackriteriálne vyhodnocovanie variantov založenej na aplikácii analýzy dátových obalov. Rozhodovací problém viackriteriálneho vyhodnocovania variantov je považovaný za problém analýzy efektívnosti, v ktorom varianty sú považované za rozhodovacie jednotky, minimalizačné kritériá sú považované za vstupy a maximalizačné kritériá sú považované za výstupy. Na riešenie problému viackriteriálneho vyhodnocovania variantov s intervalovo zadanými váhami kritérií je potom použitý variant metódy DEA známy ako „assurance region method“ s absolútnymi a relatívnymi intervalmi váh.

Kľúčové slová: viackriteriálne rozhodovanie, DEA, assurance region method, intervalovo zadané váhy kritérií

Literatúra

- ANDERSEN, P. – PETERSEN, N. C. 1993. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. In: Management Science, vol. 39, p. 1261–4.
- ČERNÝ, M. – GLUCKAUFOVÁ, D. 1982. Víckriteriálny vyhodnocování v praxi. SNITL : Praha 1982
- CHARNES, A. – COOPER, W. – RHODES, E. 1978. Measuring the efficiency of decision making units. In: European Journal of operations research, vol. 2, p. 429–444.
- COOK, W. D. – ZHU, J. 2005. Modeling Performance Measurement: Application and Implementation Issues in DEA. Springer : New York, ISBN 0-387-24137-x
- COOPER, W. W. – SEIFORD, L. M. – TONE, K. 2000. Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, references and DEA-Solver Software. Kluwer Academic Press : Boston/Dordrecht/London, ISBN 0-7923-8693-0
- REPISKÝ, J. 2003. Teória rozhodovania. SPU : Nitra, ISBN 80-8069-149-5
- ROLL, Y. – COOK, W. D. – GOLANY, B. 1991. Controlling Factor Weights in Data Envelopment Analysis. IIE Transactions, 23, p. 2–9.
- THOMPSON, R. G. – SINGLETON, F. D. – THRALL, R. M. – SMITH, B. A. 1986. Comparative Site Evaluation for Locating a High-Energy Physics Lab in Texas. Interfaces, 16, p. 35–49

Kontaktná adresa:

doc. Ing. Peter Fandel, CSc., Katedra štatistiky a operačného výskumu, Fakulta ekonomiky a manažmentu, Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, Tr. A. Hlinku 2, 949 76 Nitra, tel.: 037/64 14 176, e-mail: Peter.Fandel@uniag.sk