AgEcon SEARCH
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library

This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.

Help ensure our sustainability.

Give to AgEcon Search

AgEcon Search
http://ageconsearch.umn.edu
aesearch@umn.edu

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

OTIMIZAÇÃO DE FORMULAÇÕES NPK A PARTIR DAS RELAÇÕES ENTRE NUTRIENTES*

Augusto César de Monteiro Soares
Walter Augusto Gross Braun**

SINOPSE

A técnica da programação linear pode ser utilizada para minimizar os custos dos fertilizantes a nível de misturadores. Neste trabalho, a técnica da programação linear foi utilizada a fim de determinar as formulações de custo mínimo a partir de concentrações dadas, ou a partir das relações de nutrientes sem referência a concentrações específicas. Com uma modificação no modelo, foi possível determinar as formulações de custo mínimo para oito relações dadas. Com base nos resultados econômicos deste trabalho, parece razoável concluir que: a) formulações mais concentradas podem levar a economias substanciais nos custos de transporte; b) com a legislação sobre fertilizantes vigente no país, a qual se restringe aos macronutrientes primários N, P e K, é razoável prever-se que, à proporção que a indústria de fertilizantes passe a fabricar misturas mais concentradas, elementos como o S, Ca e Mg poderão deixar de existir em seus produtos.

SUMMMARY

The linear programming technique may be applied to practical plant problems of minimizing the cost of fertilizer materials to be used by bulk blenders. In this case study the linear programming technique was used to determine the least-cost formulations for eight different commercial grades of bulk blended fertilizers. A modification of the technique was used to determine the least-cost grade with in each of the eight ration considered. Based on the economic results of this study, it seems reasonable to conclude that a) higher-analysis blends may represent savings in transportation costs; b) given the actual legislation concerning NPK fertilizers in Brazil, it is possible that, as the fertilizer industry learns towards higher-analysis products, other nutrients such as S, Ca, and Mg may soon disappear from commercial grades.

---

* Trabalho apresentado no XVIII Congresso Brasileiro de Economia e Sociologia Rural, realizado pela SOBER no Rio de Janeiro, no período de 28 de julho a 19 de agosto de 1980.

** Pesquisadores do Centro de Estudos de Fertilizantes - CEFER do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo – IPT.

OTIMIZAÇÃO DE FORMULAÇÕES NPK A PARTIR DAS RELAÇÕES ENTRE NUTRIENTES

Augusto César de Monteiro Soares
Walter Augusto Gross Braun

1. INTRODUÇÃO

A programação linear vem sendo aplicada a um número crescente de problemas que envolvem aspectos quantitativos de decisões. No caso específico de formulações de fertilizantes, esta técnica já vem sendo utilizada há muitos anos em outros países (8). A minimização do custo de produção de misturas NPK, assim como da grandulação de fertilizantes compostos, pode ser grandemente facilitada com o auxílio desse instrumento matemático. Vários trabalhos de pesquisa têm demonstrado a grande utilidade da programação linear para a indústria de fertilizantes (1), (3), (6) e (7). A minimização do custo de misturas e granularão, associada ao problema de distribuição, transporte, planejamento da produção e da aquisição de matéria-prima e/ou fabricação de produtos intermediários, encontra na programação linear um meio bastante eficiente de solução (4). Essa técnica vem sendo também utilizada para o próprio planejamento de programas de investimento no setor de fertilizantes (2).

Recentemente, algumas empresas nacionais misturadoras e mesmo cooperativas passaram a adotar essa técnica como meio de otimizar formulações NPK. Nesse caso, o procedimento limita-se às formulações tradicionais existentes no mercado nacional de fertilizantes, como 04-14-08, 20-05-20, 00-23-15 etc., onde as concentrações dos nutrientes na formulação permanecem inalteradas. Uma outra forma de otimizar misturas NPK é levar em consideração apenas a relação dos nutrientes, levantando-se as restrições às suas concentrações.

Demonstra-se, neste trabalho, que, quando um fertilizante NPK é otimizado a partir de uma relação de nutrientes desejada, uma apreciável economia é conseguida, não somente pelo fabricante de fertilizantes, como também pelo próprio consumidor final - o agricultor.

2. METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste trabalho baseia-se, como afirmado acima, na programação linear. Maiores detalhes sobre o modelo matemático utilizado podem ser encontrados no Apêndice e em (1) e (7).

3. ESTUDO DE CASOS

3.1. Caso I

Apresentam-se, aqui, dois casos hipotéticos, correspondendo a duas empresas misturadoras. Os produtos disponíveis e seus respectivos custos, correspondendo à Empresa 1, são discriminados no quadro 1. O quadro 2 apresenta um resumo da análise individual de cada uma das 5 formulações comercializadas pela Empresa 1.

QUADRO 1. Composição e custo dos produtos disponíveis na Planta Misturada 1

Material	Unidades de nutrientes (1)			Total	Custo/t (Cr$)
	N	P_2O_2	K_2O		
Sulfato de amônio	20	0	0	20	6.832,21
Fosfato de diamônio (DAP)	18	45	0	63	18.342,60
Farelo de mamona	5	0	0	5	6.000,00
Superfosfato simples	0	18	0	18	4.995,00
Superfosfato triplo	0	43	0	43	13.682,58
Cloreto de potássio	0	0	60	60	9.117,28
Material inerte	0	0	0	0	1.055,20

Fonte: Dados elaborados pelos autores
(1) A concentração em unidade de nutrientes é a relação percentual, em peso, expressa na forma elementar no caso do nitrogênio, ou na forma dos respectivos óxidos no caso do fósforo e do potássio. Uma unidade de nutrientes corresponde a 1% ou a 10kg por tonelada

Tanto as formulações otimizadas como as não-otimizadas, apresentadas no quadro 2, obedecem a 3 restrições específicas, isto é, garantir a entrada de sulfato de amônio em quantidade não inferior a 120 kg/t, não deixar o superfosfato simples entrar em quantidade superior a 150 kg/t e garantir uma quantidade fixa de farelo de mamona, ou seja, 150 kg/t. No modelo de programação linear, acrescentou-se uma restrição adicional: não permitir a entrada de material inerte (carga) em quantidade superior a 200 kg/t. A primeira e segunda restrições garantem a presença de enxofre na mistura[1].

[1] Os nutrientes essenciais, enxofre, cálcio e magnésio, considerados nutrientes secundários na legislação brasileira cobre fertilizantes, têm fundamental importância para os nossos solos onde, freqüentemente, limitam as produções e a eficiência das adubações com N, P e K.

Observa-se no quadro 2 que as formulações otimizadas têm custos/t significativamente mais baixos do que os correspondentes às formulações não-otimizadas, a despeito das restrições impostas. Esse é o tipo de otimização usual, em que as concentrações permanecem inalteradas, minimizando-se apenas o custo/t de cada formulação, mediante a alteração dos componentes das misturas com o auxílio da programação linear.

Como afirmado na introdução, uma outra forma de otimizar misturas NPK consiste em considerar apenas a relação dos nutrientes, eliminando-se as restrições a suas concentrações na formulação. No quadro 3, são apresentadas as 5 relações de nutrientes correspondentes a cada uma das formulações otimizadas no quadro 2, no qual são ainda apresentadas as fórmulas denominadas "convencionais", seu consumo estimado e o custo total de cada uma correspondente aos respectivos níveis de consumo. São também apresentadas as formulações aqui denominadas "não-convencionais", isto é, aquelas para as quais a garantia em nutrientes é admissível em forma fracionária, por exemplo, 5, 8-17 e 3-11,5.

Tal situação decorre do fato de que as concentrações nas formulações comerciais não são, necessariamente, múltiplos inteiros do nutriente em menor concentração, mas, pelo contrário, apenas acidentalmente isto ocorre. A aproximação desses números até a primeira decimal visa a manter, tanto quanto possível, a relação original da formulação e permitir um ganho adicional na otimização.

Cabe, aqui, lembrar que a legislação pertinente restringe as concentrações a números inteiros, não permitindo fração da unidade; entretanto, dadas as tolerâncias legais em torno desses valores, é possível promover-se uma economia de insumos trabalhando na faixa negativa da amplitude tolerada. Neste caso, surgem os valores fracionários. Tal procedimento não é correto, porém, pode ser praticado sempre que as condições técnicas na preparação das misturas, ou adubos complexos, garantam uma homogeneidade suficiente para tornar indetectáveis os desvios aquém do limite inferior da tolerância legal.

De acordo, pois, com os resultados, respeitadas as restrições impostas, o consumo total de fertilizantes poderia diminuir em quase 25%, isto é, a mesma quantidade de nutrientes poderia ser aplicada com uma quantidade significativamente menor de fertilizantes. Ao invés de 53,3 mil toneladas, o total consumido poderia ser reduzido para 40,1 mil toneladas. Dessa diferença resultaria uma economia nos custos de transporte e armazenamento. Se considerarmos, por exemplo, um custo de frete na base de Cr$ 1.000,00/t, a diminuição no custo de transporte corresponderia a mais de 13 milhões de cruzeiros. Outro dado importante é o próprio custo total de fabricação das misturas, que passaria de 419 para 394 milhões de cruzeiros, ou seja, uma redução de, aproximadamente, 6%.

O quadro 4 apresenta a composição das formulações mais concentradas. Como se pode observar, todas as restrições impostas às formulações convencionais foram mantidas. A presença de enxofre foi assegurada com as restrições referentes ao sulfato de amônio e ao superfosfato simples, enquanto

QUADRO 2. Composição das formulações otimizadas e não otimizadas na Empresa 1

Produto	04-12-08		10-08-06		04-15-06		04-16-07		04-16-08	
N-P-K	Formulação não-otimizada	Formulação otimizada (custo mínimo)	Formulação não-otimizada	Formulação otimizada (custo mínimo)	Formulação não-otimizada	Formulação otimizada (custo mínimo)	Formulação não-otimizada	Formulação otimizada (custo mínimo)	Formulação não-otimizada	Formulação otimizada (custo mínimo)
20-0-0	163	163	394	356	163	120	163	120	95	95
18-45-0			80	118		47		47	80	75
5-0-0	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150
0-18-0	120	120		150	100	150	100	150	100	150
0-43-0	229	216	103		306	237	330	260	293	277
0-0-60	136	136	100	100	100	100	117	117	134	133
0-0-0	202	185	173	126	181	196	140	156	148	120
Custo/t	7.199,50	7.153,55	7.562,89	7.290,68	7.802,77	7.692,57	8.242,88	8.120,06	8.902,89	8.802,29
Unidades	24,0	24,2	24,1	24,0	24,9	25,0	27,0	27,0	30,1	30,0
Custo/unid.	299,98	295,6	313,81	303,78	313,36	307,7	305,29	300,74	295,78	293,41
Relação	1 : 3 : 2	1 : 3 : 2	1,67 : 1,33 : 1	1,67 : 1,33 : 1	1 : 3,75 : 1,5	1 : 3,75 : 1,5	1 : 4 : 1,75	1 : 4 : 1,75	1 : 4,5 : 2	1 : 4,5 : 2

Fonte: Dados elaborados pelos autores

QUADRO 3. Comparação entre formulações "convencionais" não-otimizadas e formulações não "convencionais" otimizadas na Empresa 1

Relação	Fórmulas convencionais			Fórmulas não-convencionais		
	Formulação	Consumo estimado (t)	Custo total (Cr$ 1.000)	Formulação	Consumo estimado (t)	Custo total (Cr$ 1.000)
1 : 3 : 2	04-12-08	11.200	80.734,4	5,8-17,3-11,5	7.815	74.759,9
1,67 : 1,33 : 1,0	10-08-06	10.000	75.628,9	14,4-11,5-8,6	6.950	69.302,0
1 : 3,75 : 1,5	04-15-06	13.500	105.337,4	5,4-20,2-8,1	10.000	98,713,5
1 : 4 : 1,75	04-16-07	12.400	102.211,7	5,0-20,1-8,8	9.870	97.197,8
1 : 4,5 : 2	04-18-08	6.200	55.197,9	4,6-20,5-9,1	4.465	53.937,5
TOTAL	-	53.300	419.110,3	-	40.100	393.910,7

Fonte: Dados elaborados pelos autores

que a restrição referente à limitação do material inerte tornou-se redundante, já que a elevação da concentração média das formulações em mais de 30% implicou eliminação da carga nas misturas.

Finalmente, observa-se também no quadro 4 que, à proporção que o total de unidades de nutrientes aumenta na formulação, o custo unitário diminui. Isto significa que, com misturas mais concentradas, o fertilizante poderia ser aplicado no solo a um preço menor por unidade de nutriente, comparado com o preço/unidade da formulação convencional menos concentrada (quadro 2).

3.2. Caso II

Os quadros 5 a 8 apresentam os resultados da Empresa 2. Nesse caso, nenhuma restrição foi imposta. As composições das 3 formulações convencionais não-otimizadas, apresentadas no quadro 6, foram obtidas de uma empresa misturadora de Minas Gerais. Observa-se que as 3 formulações (04-14-08, 20-05-15 e 20-05-20) apresentam um teor de enxofre variando de 10% a 5%. Na 04-14-08, a presença de um outro nutriente, o cálcio, é também constatada. Uma vez otimizadas as formulações, observa-se que somente na mistura 04-14-08 a presença de outros nutrientes, que não N, P e K, foi mantida. Já as versões otimizadas da 20-05-15 e da 20-05-20, tiveram o cálcio e o enxofre eliminados. Isto leva a concluir que, na ausência de restrições que garantam a presença de macronutrientes secundários e micronutrientes, a otimização de formulações mais concentradas conduz, na maioria das vezes, à exclusão de produtos intermediários que contêm tais nutrientes em sua composição e que, por isto, são menos concentrados em nutrientes primários.

Os quadros 7 e 8 apresentam os resultados das otimizações feitas a partir das relações de nutrientes associadas a cada uma das 3 formulações convencionais otimizadas no quadro 6. Se considerarmos um consumo de 10 mil toneladas para cada uma das 3 misturas NPK, uma vez aumentando-se as concentrações nesses produtos, mantidas, obviamente, as mesmas relações, a quantidade total consumida cairia de 30 mil para 21 mil toneladas, ou seja, uma diminuição de mais de 30%. Aqui, mais uma vez, as economias nos custos de transporte e armazenamento seriam significativas.

O quadro 8 mostra as composições dessas formulações mais concentradas. Sem dúvida, quando se trata de aumentar concentrações, produtos como a uréia, DAP etc. são os escolhidos, devido às suas altas concentrações de nitrogênio e/ou fósforo. Como a legislação referente a fertilizantes no Brasil é omissa com respeito a outros nutrientes, que não N, P e K, qualquer empresa que decida aumentar a concentração de suas formulações não terá, certamente, interesse em optar por produtos de baixa concentração, apesar de possuírem nutrientes secundários como cálcio, enxofre, ou magnésio, de importância fundamental para os solos brasileiros[2].

[2] O mecanismo de fixação de preços (CIP) não estimula o uso de fertilizantes químicos que contêm enxofre, cálcio, magnésio ou outros nutrientes, pois limita-se apenas aos macronutrientes primários N, P e K.

QUADRO 4. Formulações de custo mínimo determinadas a partir das relações de nutrientes na Empresa 1

Relação	Formulação de custo mínimo	Total de unidades	20-0-0	18-45-0	5-0-0	0-18-0	0-43-0	0-0-60	0-0-0	Custo/t	Custo/ unidade
1 : 3,75 : 1,5	5,4-20,2-8,1	33,7	161	78	150	150	326	135	-	9.871,35	292,92
1 : 4 : 1,75	5,0-20,1-8,8	33,9	151	70	150	150	332	147	-	9.847,80	290,50
1 : 4,5 : 2	4,6-20,5-9,1	34,2	137	59	150	150	352	152	-	9.869,62	288,59
1,67 : 1,33 : 11	14,4-11,5-8,6	34,5	451	255	150	-	-	144	-	9.971,52	289,03
1 : 3 : 2	5,8-17,3-11,5	34,6	173	86	150	150	246	192	-	9.566,21	276,48

Fonte: Dados elaborados pelos autores

QUADRO 5. Composição a custo dos produtos disponíveis na Planta Misturadora 2

Material	Unidades de nutrientes					Custo/t (Cr$)
	N	P_2O_5	K_2O	CaO	S	
Sulfato de amônio	30	0	0	0	23	8.950,00
Nitrato de amônio	32	0	0	0	0	10.419,00
Uréia	45	0	0	0	0	14.250,00
Fosfato de amônio (DAP)	16	43	0	0	0	19.102,00
Fosfato de monoamônio (MAP)	9	48	0	0	0	19.433,00
Superfosfato simples	0	18	0	25	12	6.697,00
Superfosfato triplo	0	41	0	15	2	14.300,00
Cloreto de potássio	0	0	60	0	0	13.150,00

Fonte: Dados elaborados pelos autores

QUADRO 6. Composição das formulações otimizadas e não-otimizadas na Empresa 2

Produto N-P-K (Ca-S)	04-14-08 (14,2-10,6)	04-14-08 (12-5,7)	20-05-15 (0-9,2)	20-05-15 (0-0)	20-05-20 (0-5,4)	20-05-20 (0-0)
	Formulação não-otimizada	Formulação otimizada	Formulação não-otimizada	Formulação otimizada	Formulação não-otimizada	Formulação otimizada
20-0-0 (0-23)	165	-	400	-	235	-
32-0-0 (0-0)	-	60	-	570	-	-
45-0-0 (0-0)	-	-	245	-	320	405
16-43-0 (0-0)	-	125	-	115	-	115
09-48-0 (0-0)	80	-	105	-	110	-
0-18-0 (25-12)	570	480	-	-	-	-
0-41-0 (15-2)	-	-	-	-	-	-
0-0-60 (0-0)	135	135	250	250	335	335
0-0-0 (0-0)	50	200	-	65	-	145
Custo/t	8.661,43	8.152,70	12.399,22	11.471,81	13.186,00	12.481,98
Unidades (N+P+K)	26,2	26,0	40,0	40,0	45,5	45,0
Custo/unid.	330,59	313,56	309,98	286,79	289,80	277,38
Relação	1 : 3,5 : 2	1 : 3,5 : 2	4 : 1 : 3	4 : 1 : 3	4 : 1 : 4	4 : 1 : 4

Fonte: Dados elaborados pelos autores

QUADRO 7. Comparação entre formulações "convencionais" não-otimizadas e formulações "não convencionais" otimizadas na Empresa 2

Relação	Fórmulas convencionais			Fórmula não-convencionais		
	Formulação	Consumo estimado (t)	Custo total (Cr$ 1.000)	Formulação	Consumo estimado (t)	Custo total (Cr$ 1.000)
1 : 3,5 : 2	04-14-08	10.000	86.614,3	8,6-30,3-17,3	4.650	77.002,0
4 : 1 : 3	20-05-15	10.000	125.676,3	26-6,5-19-5	7.693	112.474,0
4 : 1 : 4	20-05-20	10.000	131.860,0	23,5-5,9-23,5	8.510	123.191,0
TOTAL	-	30.000	344.150,6	-	20.853	312.667,0

Fonte: Dados elaborados pelos autores

QUADRO 8. Formulações de custo mínimo determinadas a partir das relações de nutrientes na Empresa 2

Relação	Formulação de custo mínimo	Total de unidades	20-0-0	32-0-0	45-0-0	16-43-0	09-48-0	0-18-0	0-41-0	0-0-60	0-0-0	Custo/t	Custo/unid.
1 : 3,5 : 2	8,6-30,3-17,3	56,2	-	-	-	540	-	-	170	290	-	16.559,58	294,65
4 : 1 : 3	26-6,5-19,5	52,0	-	-	525	150	-	-	-	325	-	14.620,30	281,16
4 : 1 : 4	23,5-5,9-23,5	52,9	-	-	475	135	-	-	-	390	-	14.476,02	273,65

Fonte: Dados elaborados pelos autores

4. CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES

A conclusão básica deste trabalho é que a otimização gerada, respeitando as relações preconizadas entre os nutrientes, conduz, invariavelmente, a um aumento da concentração das formulações, acarretando, em conseqüência, um significativo ganho econômico e energético de transporte do fertilizante.

Enquanto a concentração média de nutrientes (N + P + K) nas misturas de fertilizantes chega a 46% em países de agricultura desenvolvida, no caso brasileiro a concentração média da maioria das formulações comercializadas pela indústria situa-se abaixo de 40% (5).

A utilização de formulações mais concentradas é mais compatível com a própria filosofia da indústria de fertilizantes, que busca na produção de compostos, como a uréia, os fosfatos mono e diamônio e, mais recentemente, o próprio fosfato de potássio, a minimização do custo de manipulação e transporte por unidade de nutriente.

O aumento puro e sim pies da concentração de nutrientes nos fertilizantes formulados comercializados no Brasil não pode, entretanto, ser encarado de uma maneira simplista, já que uma gama variada de fatores e situações precisa ser levada em consideração. Além dos problemas de ordem agronômica, é preciso reconhecer que o agricultor brasileiro ainda está, em parte, condicionado ao tradicionalismo, que resiste a mudanças nas práticas agrícolas habituais, por menores que sejam. Nesse caso, a aplicação de menores quantidades de fertilizantes por unidade de área requer uma pequena adaptação da prática de fertilização. Por outro lado, o próprio fator psicológico do agricultor leva-o a reagir, ao imaginar que, por estar usando menor quantidade de fertilizante, não terá a mesma resposta.

Como a adoção dessas modificações, resultantes da otimização, implica, obviamente, a conjuntura atual, numa tendência à eliminação de macronutrientes secundários das formulações, como o enxofre e o cálcio, providos pelos fertilizantes de concentrações mais baixas em nutrientes primários, a atuação esclarecedora dos órgãos de pesquisa e de extensão é fundamental para a adequação das novas práticas de adubação.

Surge, então, um dilema que deve ser tecnicamente superado nesta fase crítica de expansão de nossa indústria de fertilizantes: a) mantém-se a atual tendência de produção dos N-P altamente concentrados e solúveis, favorecendo um ganho em manipulação e transporte, mas penalizando-se o agricultor, pela retenção de dois importantes nutrientes junto à fonte produtora; ou b) retém-se, e mesmo incentiva-se, a produção de fertilizantes de menor concentração em N e P, com a manutenção de nutrientes secundários como o cálcio, o enxofre e o magnésio nos produtos (caso dos superfosfatos, sulfonitrofosfatos, termofosfatos, fosfatos parcialmente acidulados etc.), que geram um benefício adicional à maioria de nossos solos.

Da opção a seguir dependerá a eficiência econômica e energética de um importante setor de nossa agroindústria. Os investimentos nessa área são

consideravelmente elevados e não admitem modificações drásticas no processo industrial depois de implantado.

5. LITERATURA CITADA

1. CEFER - Centro de Estudos de fertilizantes do IPT. Minimização de custos no setor de misturas. Fertilizantes, n. 3, p. 5-6, 1979.
2. CHOKSI, A.M. et alii. The planning of investment programs in the fertilizer industry. International Bank for Reconstruction and Development/The World Bank. Baltimore and London, The Johns Hopkins University Press, 1980.
3. DOUGLAS, R. & JOHN JR. Uses of linear programming techniques in the fertilizer industry. Iowa State University, 1967. (Dissertação de Ph.D.).
4. GLOVER, F. et alii. An integrated production, distribution and inventory planning system. Interfaces, n. 9, p. 21-35, 1979.
5. NELSON, L. B. How fertilizer research will pay off in the 1980s. Farm Chemicals, Jan. 1980.
6. NEVINS, J.L. A model for calculating the optimum analysis of mixed fertilizer, North Carolina State University, 1970. (Dissertação de Ph.D.).
7. SOARES, A.C.M. de M. Minimização de custos no setor de misturas. II Curso de Economia dos Fertilizantes. CEFER/IPT, mar. 1980.
8. SWANSON, E. R. Programming a fertilizer mixing operation In: BALIM, E.L. et alii (ed.). Economic and technical analysis of fertilizers innovations and resource use. Ames, Iowa, The Iowa State University Press, p. 72-6, 1957.

APÊNDICE

Definição de termos

Os fertilizantes comerciais são diferenciados, basicamente, pelas suas fórmulas, que podem ser representadas pelo vetor transposto:

$$r_1' = (N\ P\ K),$$

onde a ordem dos elementos do vetor é sempre a composição percentual de nitrogênio (N), fósforo disponível P_2O_5 (P) e potássio K_2O (K) - Outros elementos químicos e a forma física do produto são, em geral, de importância secundária.

A concentração total de nutrientes primários pode ser definida como:

$$y = (N + P + K)/100.$$

A relação de um fertilizante refere-se à sua composição relativa de nutrientes primários definida, aqui, pelo vetor transposto:

$$r_1' = [(N/y)\ (P/y)\ (K/y)]\,.$$

O conceito de uma formulação de fertilizantes pode então ser dividido entre os conceitos de concentração do produto, y, e da relação de nutrientes, r_1.

Para ilustrar esta notação, observa-se que a relação de nutrientes 1: 2: 2 pode ser representada como:

$$r_1' = (20\ 40\ 40),$$

onde o teor total de nutrientes primários compõe-se de 20 por cento de N, 40 porcento de P e 40 por cento de K. No caso de uma formulação 5-10-10, a concentração do produto seria:

$$y = (5 + 10 + 10)/100 = 0{,}25.$$

Essa formulação pode ser expressa pela multiplicação:

$$(20\ 40\ 40)\ 0{,}25 = (5\ 10\ 10).$$

Uma formulação qualquer dentro da relação 1: 2: 2 pode ser expressa como:

$$r_1' = (20\ 40\ 40)y,$$

onde a legislação vigente poderia especificar:

$$y = 0{,}25;\ 0{,}30;\ 0{,}35;\ 0{,}40;\ldots;$$

ou qualquer formulação inteira poderia ser produzida, dentro de relações específicas, sujeita a algum nível mínimo de concentração.

A quantidade do produto produzida pela empresa é de X toneladas por ano e a quantidade de nutrientes primários contida no produto é de Y toneladas por ano. A quantidade de nutrientes é igual à concentração do produto vezes a quantidade do produto:

$$Y = yX.$$

Ainda, completando a ilustração acima, supõe-se que uma empresa misturadora produz 50.000 toneladas por ano de uma formulação 5-10-10, isto é:

$$X = 50.000$$

$$Y = 12.500$$

Algumas alternativas que poderiam aumentar a concentração de nutrientes numa relação 1: 2: 2 para:

$$Y = 25.000,$$

são:

	(1)	$y = 0{,}25$	$x = 100.000$
	(2)	$y = 0{,}50$	$x = 50.000$
	(3)	$y = 0{,}375$	$x = 66.667$
e	(4)	$y_1 = 0{,}35$	$x_1 = 33.333$
	(5)	$y_2 = 0{,}40$	$x_2 = 33.333$
ou	(6)	$y = 0{,}375$	$x = 66.667$

A concentração de nutrientes pode ser dobrada com a duplicação da produção do mesmo produto, ou produzindo-se a mesma quantidade de um produto que fosse duas vezes mais concentrado. Ao invés de uma 5-10-10 ou 10-20-20, um produto com formulação não inteira, 7, 5-15-15 poderia ser produzido numa quantidade maior, 66.667 toneladas, ou essa mesma quantidade com a concentração média y=0,375 poderia ser produzida com duas formulações, 7-14-14 e 8-16-16, produzidas em igual quantidade.

Misturas de fertilizantes são produzidas combinando-se produtos químicos acabados, de tal maneira que se obtenham os níveis desejados de nutrientes e outras características. O emprego anual de matéria-prima pela empresa misturadora pode ser expresso pelo vetor Z. A relação entre o nível "input"/"output" de nutrientes pode ser expressa como:

$$R_1Z = r_1Y,$$

onde R_1 é a matriz de coeficientes técnicos dos insumos. Assume-se que as outras propriedades desejadas no produto são obtidas satisfazendo-se a equação matricial:

$$R_2 Z = r_2 X.$$

A formulação de uma mistura de fertilizantes é, portanto, a especificação das proporções desejadas de insumos. Pode-se definir o vetor de uma formulação como:

$$z = Z/X,$$

e observe-se que a formulação de custo mínimo de uma dada mistura de fertilizantes pode ser encontrada resolvendo-se o problema de programação linear:

$$AMCx\,(Y) = \min_{z} C'z$$

sujeito a

$$R_1 z = r_1 y$$

$$R_2 z = r_2$$

$$z \geq 0,$$

onde C é um vetor de custos de matéria-prima (insumos) por tonelada e AMC_X é o custo mínimo da matéria-prima por tonelada do produto, para qualquer nível dado de concentração. Observe-se que a seleção da fórmula de custo mínimo não depende da quantidade de nutrientes ou da quantidade do produto, mas somente da relação de nutrientes.

Um exemplo de um problema de programação linear para uma mistura NPK pode ser assim expresso:

$$AMC_x(y) = \sum_{i=1}^{p-1} C_i z_i\,,$$

sujeito às restrições:

$$\sum_{i=1}^{p-1} N_i x_i = N$$

$$\sum_{i=1}^{p-1} P_i z_i = P$$

$$\sum_{i=1}^{p-1} K_i z_i = Z$$

$$\sum_{i=1}^{p-1} z_i = 1$$

$$z_i \geq 0\ (i = 1, 2, \ldots, p-1)$$

onde a concentração de nutrientes do i-ésimo insumo é $N_i P_i K_i$.

Quando se deseja encontrar a formulação de custo mínimo para uma dada relação de nutrientes sem se fazer referência especifica a uma concentração desejada, o problema é, basicamente, o mesmo, com exceção da última equação que é eliminada e as outras equações que passam a ser expressas em termos de unidades de nutrientes.

De acordo com o quadro 4 do texto, a relação 1: 3: 2 poderia ser misturada mais economicamente usando-se 173 kg de 20-0-0, 86 kg de 18-45-0, 150 kg de 5-00, 150 kg de 0- 18-0, 249 kg de 0-43-0 e 192 kg de 0-0-60. O custo total desses materiais seria de Cr$ 9.566,21 e a fórmula resultante seria 5,8-17,3-11,5.