



AgEcon SEARCH
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library

This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.

Help ensure our sustainability.

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

aesearch@umn.edu

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

z vyššej základne ako boli údaje za SR. V roku 1998 sa hodnoty tohto ukazovateľa za región a SR stretli na úrovni 747 Sk.

Zmeny úrokového zataženia na 1 ha p.p. ovplyvňovali štruktúrne zloženie nákladov celkom. Pri raste objemu nákladov a pri znižovaní nákladov na úroky, došlo v štruktúre nákladov celkom k výraznému zníženiu percentuálneho podielu úrokov na celkovej výške nákladov v sledovanom regióne indexom 61,4. Vývoj tohto podielu bol podľa údajov za poľnohospodársku prvovýrobu SR dynamickejší, o čom svedčí index poklesu 57,5.

Záver

V procese približovania sa podmienkam EÚ je dôležité, aby regióny svoje rozvojové programy orientovali správnym smerom. V skúmanom regióne sme zaznamenali väčšinou pozitívne tendencie zvyšovania produktivity práce, znižovania úrokového a úrokového zadĺženia. Parametre vývoja vo viacerých oblastiach sú pod úrovňou údajov za SR ako celok, ale niektoré údaje najmä v poklese hodnoty úverov na 1 ha p. p., sú lepšie ako priemer SR. Do pozornosti je potrebné dať zatiaľ negatívnu tendenciu prednostného rastu miezd pred produktivitou práce z výnosov v sledovanom regióne. V tomto smere je potrebné zvýšenie výnosov na mieru, ktorá výraznejšie zvýši produktivitu práce. Druhá cesta je cesta znižovania počtu zamestnancov.

Súhrn

Príspevok pomocou využitia metód analýzy jedného skúmaného regiónu ukazuje na niektoré základné tendencie štruktúrálnej zmien regiónu. Jedným z okruhu problémov je oblasť výsledkov hospodárenia a na to nadväzujúcu produktivitu práce v poľnohospodárskej prvovýrobe. Príspevok vysvetľuje tiež niektoré tendencie v oblasti štruktúrálnej zmien v úrokovom zatažení na 1 ha p. p. v regióne v porovnaní s priemernými údajmi za SR.

Kľúčové slová: produktivita práce, priemerná mzda, relatívna zamestnanosť, výnosy, náklady, finančné prostriedky, úverové zataženie, úrokové zataženie, úvery,

Literatúra

- ASADULLAH-POLÁKOVÁ. 1999. Štruktúra pracovných síl a poľnohospodárskych podnikov v EÚ. Nitra : Agroinštitút, 1999.
 JANOK, M.. 1997. Základy finančnej analýzy firmy. Bratislava : Mika Consult, 1997.
 STOROŠKA, M. 1999. Vývoj finančného zadĺžovania skúmaného regiónu. In: Zborník z vedeckej konferencie. Nitra 1999.
 ZALAI, K. a kol. 1998. Finančno – ekonomická analýza podniku. Sprint 1998.

Adresa autora:

Ing. Michal Storoška, PhD. Regionálna poľnohospodárska a potravinárska komora, Nám. SNP 50,960 01 Zvolen, tel. 0855-5320187,5320035

Acta oeconomica et informatica 1
 Nitra, Slovaca Universitas Agriculturae Nitriae, 2001, s. 22-26

MATEMATICKÁ TEORIE SYSTÉMŮ, NEURONOVÉ SÍTĚ A INFORMAČNÍ SYSTÉMY MATHEMATICAL SYSTEMS THEORIE, NEURAL NETWORKS AND INFORMATION SYSTEMS

Zdeněk PEZLAR

Ústav informatiky, Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, Česká republika

The formal neural networks represent a new view on ICT. The original neural network was based on the work by Warren McCulloch and Walter Pitts published in 1943. The most important issue in investigating neural networks is to consider how they may learn. Various kinds of artificial neuron based on the McCulloch-Pitts unit will now be described, and several learning rules discussed. The Linear Threshold Unit We have discussed in the classical neuron and the simple, on/off threshold unit. As McCulloch-Pitts had demonstrated in the early 1940s, to a first approximation, networks of such units can perform arbitrary computations.

Keywords: neural networks, neuron, informative technology, information system, general systems theory, mathematical foundations

Skutečnosť, že informačné technológie založené na princípech umelých neuronových sítí patrí medzi najprogressívnejšie súčasné trendy v celej oblasti informačnej a výpočetnej techniky (i keď by bolo hrubým omylom se domnievať, že v krátké dobe vytlačí ze svého místa principy, na nichž bylo zpracování, přenos, uchovávání a využívání informací prováděna až dosud) je asi opravdu nejvýznamnějším důvodem, proč je výše vzpomenu-tým oblastem v poslední době věnováno tolik zájmu (Novák, Faber a Kufudaki, 1999). Co je to neuronová síť? Neuronové sí-

tě jsou v podstatě jednoduché matematické modely (přesněji simulátory), které simulují chování a strukturu lidského mozku - biologických neuronů a jejich vzájemných spojení (srovnej z definicí systému L. v. Bertalanffyho). Základním schématem je síť složená z primárních jednotek - neuronů a jejich propojení - synapsí. Neurony jsou živé buňky, které byly dlouhým vývojem donuceny se specializovat na co nejúčelnější zpracování, uchovávání a přenos informací. V mozku působí celá řada různých druhů neuronů. To má za následek že jsme schopni po-

drobněji poznávat dosud jen poměrně jednoduché neuronové sítě. Uvádí se např., že na jeden neuron připadá v průměru asi 10 tisíc až 100 tisíc spojení s jinými neurony.

Vznik neuronových sítí spadá do první poloviny 20. století, kdy Američan W. S. McCulloch publikoval první práce o neuronech a jejich modelech. Ve 40. letech vypracoval se svým studentem W. Pittsem model neuronu, který se prakticky používá dodnes (McCulloch a Pitts, 1943). Neuron si lze představit jako „černou skříňku“, která sečte všechny vstupy (ohodnocené tzv. vahami) a takto získané číslo použije jako argument přenosové funkce. Funkční hodnota vystupující z neuronu pak vstupuje do další vyšší vrstvy nebo vystupuje ven ze sítě. Na základě těchto výsledků vytvořil v roce 1958 Rosenblatt první funkční perceptronovou síť. Měla však jeden velký nedostatek - byla schopna řešit pouze problémy, které byly tzv. lineárně separabilní.

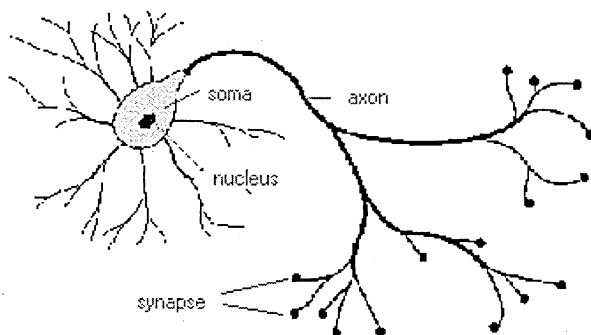
Tohoto faktu „využil“ Rosenblattův bývalý spolužák M. Minsky spolu s S. Papertem k publikování knihy Perceptrons (Minsky a Papert, 1969), která upozorňovala na tuto slabost Rosenblattovy sítě. Vzhledem k dobrému matematickému zpracování knihy a vědecké popularitě obou autorů pak zájem o neuronové sítě poměrně rychle opadl, prakticky až na nulu, a v tomto stavu setrval asi do poloviny 80. let.

Jen díky několika průkopníkům, kteří se nedali odradit, došlo v polovině 80. let k renesanci neuronových sítí. Jejich význam se zvětšuje každým dnem a používají se stále více. V těchto letech vznikla práce D. Rumelharta, G. Hintona a R. Williamsa „Learning Internal Representation by Error Propagation“. Pojednává o vícevrstvých sítích, schopných řešit i problémy, které nejsou lineárně separabilní. V 80. letech vznikly i další typy sítí jako Hopfieldova síť, Kohonenova síť a Grossbergova ART síť. Uplatnění neuronových sítí pak nabývalo stále většího významu, podobně jako tomu tehdy bylo s PC.

Matematická formalizace

Jak již bylo uvedeno, základem struktury všech částí centrálního nervového systému jsou neuronové sítě. Abychom mohli provádět potřebné úvahy o vlastnostech těchto sítí, potřebujeme především vhodný formální aparát. To platí jak pro analýzu vlastností neuronových sítí, tak pro jejich syntézu. Přírodním základem takového formálního aparátu je vhodný formální popis funkce jednotlivého izolovaného neuronu (elementární systém).

Obrázek 1
Figure 1



Informační mohutnost a výkonnost mozku závisí především na složitosti a funkční dokonalosti vzájemného propojení jeho neuronových sítí a na schopnosti jejich adaptability. K tomu je pochopitelně nezbytné, aby v mozku bylo dostatečné množství funkce schopných stavebních kamenů - výkonných prvků jeho neuronových sítí. Těmito výkonnými prvky jsou především neurony, které mají tyto tři hlavní funkční části:

- tělo neuronu (soma),
- vstupy (dendrity),
- výstup (axon).

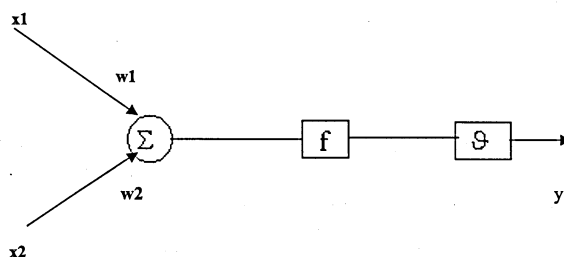
Zatím co vstupů může na jistý neuron působit větší množství, je axon u každého neuronu jen jediný, byť též většinou velmi bohatě rozvětvený v tzv. axonové terminály. Na místě styku axonu s částmi jiných neuronů působí další velmi důležité funkční části, tzv. synapse. Biologické neurony, jsou sice základními stavebními kameny všech nervových systémů vyšších živočichů, jsou však přesto ve své struktuře i ve svých funkcích natolik složité, že se jejich přesný popis dosud vymyká našim analytickým možnostem (ještě omezenější jsou ovšem naše možnosti je napodobit umělými technickými prostředky). Proto byly již před delší dobou vypracovány jejich velmi zjednodušené modely, často založené na dosti rozličných základech. Proces vytváření takových modelů a hledání jejich variant nejlépe se hodících pro daný účel není pochopitelně dosud uzavřen.

Blokové funkční schéma zjednodušeně chápaného neuronu uvedli již McCulloch a Pitts (viz obr. 2) x_i jsou vstupní signály w_i - koeficienty synaptických vah, f obecně nelineární přenosová funkce neuronu, ϑ práh neuronu, y výstupní signál. Činnost neuronu je možno vyjádřit vztahem

$$y = f \sum_{i=1}^N x_i \cdot w_i - \vartheta$$

Takto formalizovaný systém je ve skutečnosti černou skříňkou. Je zřejmé, že pro účely modelování prvků neuronové sítě je tato definice pouze základním stavebním kamenem.

Obrázek 2
Figure 2



Sám o sobě tento model pro rozbor vlastností složitějších sítí nestačí. Chybí zde vzájemná propojení a popis chování celého systému. Proto mnozí autoři věnovali značné úsilí vypracování dokonalejších a účinnějších popisů činnosti neuronů, a to především pro situace, kdy dochází k jejich těsné vzájemné interakci.

Modelování diferenciálními rovnicemi

Pro naše úvahy jsou nyní zajímavé především takové přístupy, které respektují dynamiku chování neuronů při jejich vzájemném působení a též mechanismus jejich adaptace v reálném

časе za stále se měnících vnějších podmínek a okolního prostředí. Při takto orientovaných výzkumných pracích se ukázalo, že adaptivní chování celého systému neuronové sítě řídí topograficky v ní distribuované stavy aktivity jednotlivých neuronů. Jedním z nejpropracovanějších způsobů popisu takových jevů je přístup, který navrhl S. Grossberg (viz Grossberg).

Grossbergův metodický aparát vede ke dvěma soustavám diferenciálních rovnic. První z nich popisuje vnitřní aktivitu i-tého neuronu sítě mající celkem N neuronů. Rovnice této soustavy mají tvar:

$$\frac{d\xi_i}{dt} = -u_i \xi_i + (v_i^* - \xi_i) \left(\sum_{j=1}^k w_{ij}^* f_j(\xi_j) + I_i \right) -$$

$$-(\xi_i + v_i^*) \left(\sum_{j=k+1}^N w_{ij}^- f_j(\xi_j) + J_i \right) + I_k$$

Zde značí $\xi_i(t)$ časový průběh celkového vnitřního potenciálu uvažovaného i-tého neuronu, $u_i > 0$ představuje časovou konstantu poklesu vnitřní aktivity tohoto neuronu. Člen $(v_i^* - \xi_i) > 0$, resp. $(v_i^* + \xi_i)$ představuje šířku propustného pásma potenciálů přicházejících do uvažovaného neuronu z celého jeho okolí, $w_{ij}^+(t)$, resp. $w_{ij}^-(t)$ jsou časové závislosti průběhu jednotlivých synaptických vah excitačního, resp. inhibičního charakteru, $f_j(\xi_j)$ je obecně nelineární funkce vyjadřující již zmíněnou závislost frekvence pulsů vysílaných okolními neurony sítě do uvažovaného neuronu přes synapse na něj působící. Výraz $I_i(t)$, resp. $J_i(t)$ představuje závislost tzv. přímých vstupů vnějšího potenciálu přicházejícího do neuronu, k je počet přímých synaptických vazeb, $I_h(t)$ jsou tzv. nespecifické humorální vstupy přicházející do uvažovaného neuronu z jeho okolí, a to mimo synaptické spoje.

Druhá Grossbergova soustava diferenciálních rovnic popisuje dynamiku synaptických vah. Má tvar:

$$\frac{dw_{ij}}{dt} = h_j(\xi_j) (-F_{ij} w_{ij} + G_{ij} f_j(\xi_j))$$

Zde w_{ij} je obecný výraz pro synaptické váhy, $h_j(\xi_j)$ je funkce, podle které probíhá v uvažované synapsi proces učení stimulovaný aktivitou do ní přicházející, $F_{ij} \leq 0$ je časová konstanta procesu zapomínání probíhajícího v i-tém neuronu v místě jeho styku s j-tou synapsí a výraz G_{ij} vyjadřuje vlastní plasticitu synapse w_{ij} . Řešení těchto dvou soustav diferenciálních rovnic může být poměrně obtížné, vede však k určení stavového vektoru, který popisuje okamžitou vnější aktivitu uvažované sítě celkem o N .

Tento pohled je velice zajímavý, ale je zaměřen jen na formalizaci chování skutečné, biologické neuronové sítě. Cílem matematického modelování je ale tvorba modelu, který zahrnuje jak chování, tak i strukturu a může být realizován pomocí ICT. Jednou z možností je, nahradit diferenciální rovnice rovnicemi diferenčními a doplnění o vazební matice.

Matematická teorie systémů

Matematické vyjádření chování neuronu (McCulloch) lze obecně zapsat $y = f(x, w)$, kde f je nějaká (v tomto případě lineární) relace. Při použití prostředků obecné matematické teorie systémů můžeme plně zapadnout do definice elementárního systému (vv-systém).

Definice 1: Uspořádanou trojici (X, Y, Z) nazveme vv-systém (systém se vstupem a výstupem) právě tehdy, když:

1. X, Y jsou neprázdné množiny
2. Z je neprázdna relace $\emptyset \neq Z \subset X \times Y$.

X nazýváme vstupní a Y výstupní množina, $x \in X$ vstupní signál, $y \in Y$ výstupní signál a uspořádanou dvojici (x, y) dvojice vstup-výstup. Relace Z se nazývá reakce systému.

Poznámka: Jestliže Z je funkce ($Z: X \rightarrow Y$), pak výše uvedený systém nazýváme funkcionálním.

Má-li být chování systému flexibilní, musí existovat parametr, který je podmiňuje. U elementárního systému, který je černou skříňkou, nic takového není (nevíme o tom). Jak je tedy možné, že na tentýž vstupní podnět systém reaguje různě. Příčinou různých reakcí je vnitřní nastavení černé skříňky - stav.

Definice 2: Buď (X, Y, Z) systém, S neprázdna množina a p zobrazení S do $2^{X \times Y}$.

Uspořádanou čtveřici (X, Y, S, p) nazýváme:

1. (obecnou) stavovou parametrizaci systému (X, Y, Z) , když pro zobrazení p platí:

$$\bigcup_{s \in S} p(s) = Z \quad (1)$$

2. deterministickou stavovou parametrizaci (značíme par Z), když pro zobrazení p platí vztah (1) a $p(s)$ je zobrazení pro všechna $s \in S$.

Poznámka: Množinu S nazýváme množina stavů, $p(s)$ stavově parametrizační zobrazení.

Zavedením množiny stavů jsme prakticky vyřešili nejen základní problém, tj. funkcionalitu černé skříňky, ale zahrnují do definování systému i data. Je zřejmé, že poznatek o tom, zda lze sestavit deterministickou stavovou parametrizaci systému, je pro využití systémových modelů důležitý. Tento problém je prakticky vyřešen (Pezlar, 1984).

Výše uvedený přístup nerespektuje dynamiku chování neuronů při jejich vzájemném působení a mechanismus jejich adaptace v reálném čase. Není tedy srovnatelný s přístupem S. Grossberga. I tento problém však byl již vyřešen zavedením „časového“, resp. „dynamického“ systému (Pezlar, 1990). Formalizace elementárního modelu neuronu tedy není ani obtížná, ani zvlášť zajímavá. Poněkud jiná situace nastává při formalizaci sítě.

Neuronové sítě

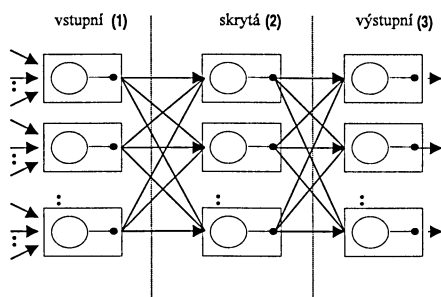
Důležitou charakteristikou neuronové sítě je schopnost adaptace, učení. Co to ale učení je? Obecně je charakterizováno jako činnost, při níž se jedná o získání, uložení a další využití dat a informací, tedy o realizaci a naplnění interního informačního systému. Neuronová síť je jistý druh informačního systému.

Neuronové sítě mohou mít jednu, dvě nebo tři vrstvy. Více vrstev už nepřináší viditelné zlepšení kvalit sítě, ale prodlužuje čas potřebný k učení. *U vícevrstevných sítí platí, že první vrstva je vždy většinou, což znamená, že neurony ve vstupní vrstvě pouze distribuují vstupní hodnoty do další vrstvy.*

Vzhledem k tomu, že se obecně jedná o vícebodový vstup do sítě, mluvíme o vstupních, resp. výstupních vektorech informací. Potřebný počet neuronů v jednotlivých vrstvách je variabilní a záleží na řešení problému - určit jej však není triviální.

(V dnešní době sice existují vzorce pro výpočet neuronů v každé vrstvě, ale ani tyto vzorce nejsou všelékem.) Mnohem vhodnější způsob, jak určit počet neuronů, je použít síť, která si sama tento počet mění podle vývoje globální chyby. Každému vstupu do neuronu je přiřazena váha w (z matematického hlediska se jedná o pravděpodobnostní funkci). To je bezrozměrné číslo, které určuje, jaký význam má daný vstup pro příslušný neuron (ne pro síť či problém).

Obrázek 3
Figure 3 (1) input, (2) hidden, (3) output



Schopnost učení technických neuronových sítí spočívá právě v možnosti měnit všechny váhy v síti podle vhodných algoritmů - na rozdíl od sítí biologických, kde je tato schopnost založena na možnosti tvorby nových spojů mezi neurony. Fyzicky jsou tedy obě schopnosti učení založeny na rozdílných principech, z hlediska logiky však nikoliv. V případě vzniku nového spoje (vstupu) u biologického neuronu je to stejné, jako když je v technické síti spoj mezi dvěma neurony původně ohodnocen vahou 0 (a tudíž jako vstup pro neuron, do něhož vstupuje, neexistuje) a v okamžiku, kdy se váha změní na nenulové číslo, se daný spoj zviditelní - vznikne.

Obecně lze konstatovat, že obecné spojení neuronů je realizováno tak, že výstupy, resp. části výstupních řetězců jsou přivedeny jako vstupy prvku druhého. Budte x_1, x_2 vstupní řetězce a y_1, y_2 výstupní řetězce prvků E_1, E_2 . Nechť platí: $x_1 = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})$, $x_2 = (x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2m})$, $y_1 = (y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n})$, $y_2 = (y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2m})$. Pro některá x_{2i} a y_{1j} nechť platí $y_{1j} = x_{2i}$, kde $i = 1, 2, \dots, m$ a $j = 1, 2, \dots, n$. K popisu spojení prvků E_1 a E_2 volíme vazební matici M_{mn} , kde m je počet řádků matice označující počet vstupních složek a n (sloupce) počet výstupních složek účastnících se spojení. Prvky matice M mají hodnotu 1, jestliže existuje odpovídající spojení mezi výstupním signálem y_1 a vstupním signálem x_2 , hodnotu 0, pokud toto spojení neexistuje. Vazební matice je tedy obecně matice typu m/n tvořená prvky 0 a 1, přičemž v každém sloupci je maximálně jedna jednotka. Je třeba poznamenat, že u některých autorů bývají vazební matice čtvercové. Např. Lange sestavil čtvercovou vazební matici řádu m nebo n podle toho, zda $m \geq n$ nebo $n \geq m$. Je-li $m > n$, pak $m-n$ řádků matice jsou nuly a tedy $m-n$ vstupů prvku E_2 se spojení neúčastní.

Zobecněním výše uvedeného přístupu je definováno spojení většího počtu prvků. Budte E_1, E_2, \dots, E_n prvky. Je-li spojení prvek E_i s prvkem E_j , pak toto spojení lze maticově zapsat $x_i = M^{i,j} \cdot y_j$. Vazební matice popisující strukturu systému (propojení všech prvků) má tvar:

$$M' = \begin{pmatrix} M^{1,1} & \dots & M^{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M^{n,1} & \dots & M^{n,n} \end{pmatrix}$$

Toto je obecný princip propojení elementárních systémů. Aplikací na neuronovou síť se matice zjednoduší. Blokovaná matice M

nebude obsahovat jako prvky obecné matice $M^{i,j}$, ale pouze řádkové vektory (jediný výstup z každého neuronu).

Chování sítě

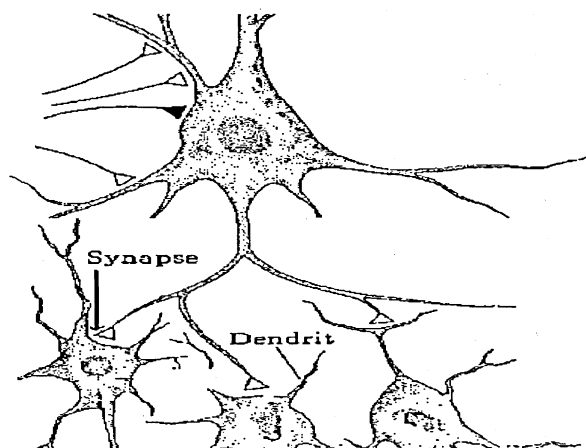
Nově vytvořená síť je prakticky prázdná (viz prázdný expertní systém). Neumí rozeznávat, klasifikovat, atd. Aby se síť mohla používat, musí se potřebné dovednosti naučit podobně jako kterýkoliv živý tvor. Podstatnou podmínkou učení je specifikace místa, kde se data ukládají, tj. paměť. Z oblasti ICT známe mnoho definic a druhů pamětí. Většinou jsou prezentovány separovanými moduly (až na výjimky, např. u objektivě orientovaných přístupů). U biologických objektů jsou paměťové a výkonné prvky uspořádány v jednom bloku (viz obr. 4).

Pro modelování učení již byly vyvinuty algoritmy, pomocí nichž se síť dokáže naučit správným reakcím na danou množinu informací. Takový algoritmus se obvykle dělí na dvě fáze: na fázi aktivační (vybavovací) a adaptační (učící), které ke své činnosti potřebují množinu dat obsahující informace o daném problému. Jsou to prakticky dvojice vstup - výstup. Cyklické střídání obou fází představuje vlastní učení, při kterém - obrazně řečeno - dochází k „přelévání“ informací ze vstupu na výstup a naopak.

Tyto algoritmy prakticky kopírují proces učení v biologických organizmech. Pokud používáme jen fázi aktivační, pak mluvíme o vybavování (tuto fázi používáme samostatně jen tehdy, když je síť naučena). To, zda se naše síť naučí správným odezvám na dané podněty, závisí na více okolnostech - na množství vektorů a jejich velikosti, topologii sítí, odlišnosti charakteristických vlastností jednotlivých tříd, přípravě trénovací množiny a dalších okolnostech, které zatím ani neznáme.

U biologických objektů se rozeznávají tři základní druhy pamětí (krátkodobá, střednědobá a dlouhodobá). Paměť se v průběhu existence biologického organismu nachází v různých stavech, tj. je třeba ji modelovat dynamickým systémem. V případě technicky realizované neuronové sítě zřejmě problém zapamatování a zapominání není důležitý. Prakticky se jedná o stacionární systém. O to větší důraz je na aktivační fázi. Jaké vstupní podněty vyvolávají správné odezvy. Člověk si často „vzpomene“ na něco z minulosti, aniž by chtěl a věděl jak tuto vzpomínku aktivoval. Naproti tomu si v určitém časovém okamžiku nevzpomene na věci, které jistě zná. Chybí mu správný podnět.

Obrázek 4
Figure 4



Formalizace chování

Jak již bylo uvedeno, biologická neuronová síť je dynamický objekt. Proto k jejímu modelování volíme dynamický systém. Z hlediska formalizace matematickými prostředky máme opět několik možností. První z nich je využití soustav obyčejných diferenciálních rovnic. To je přístup, který navrhl S. Grossberg (Grossberg, 1987). Obecně se jedná o soustavu

$$\frac{d\xi_i}{dt} = F(t, \xi_i, (v_i, w_i, u_i, I, J))$$

Problémem tohoto přístupu je adekvátnost. Klasický předpoklad diferenciální rovnice se spojitou pravou stranou je zde nesprávný. V našem případě se vyskytují na pravé straně rovnice funkce nespojitě. Jsou tu proměnné, které nezávisí na čase - okamžik aktivace vstupů, nespojitě koeficienty, nespojitě nelinearity apod. Tyto případy ale klasicky definovaná diferenciální rovnice nemůže postihnout.

Druhým přístupem je systémové vyjádření, založené na matematické teorii množin. Při tomto pohledu vyjadřujeme dynamický systém pomocí vstupních, stavových a výstupních veličin a času.

Definice 3: Uspořádanou šestici (A, B, X, Y, Z, T) nazveme časový systém (dynamický systém se vstupem a výstupem) právě tehdy, když:

1. (X, Y, Z) je vv-systém,
2. T je časová množina,
3. $A, B = \emptyset$,
4. $X \subseteq A^T, Y \subseteq B^T$ ($A^T = \{x(t) \mid T \rightarrow A\}$)
 $x(t)$ nazýváme vstupní a $y(t)$ výstupní funkce.

Poznámka: Obdobně jako u vv-systému lze i zde zavést do definice stav.

Definice 4: Soubor (A, B, X, Y, S, T, p, v) nazýváme dynamický systém právě tehdy, když:

1. A, B, X, Y, T jsou množiny viz definice 3
2. S je neprázdná stavová množina
3. $p: T \times T \times S \times X \rightarrow S$,
4. $v: T \times S \times X \rightarrow Y$.

Zobrazení p nazýváme přechodová funkce a v výstupní funkce.

Poznámka: Tato definice je jistým zjednodušením. V práci (Pezlar, 1990) se tento systém nazývá aktivním. Dynamický systém je pak definován jako aktivní systém splňující další podmínky.

Shrnutí

Na první pohled se zdá, že čistě matematický a systémový přístup k formalizaci neuronových sítí nemají moc společného. Opak je ale pravdou. Jsou si velmi podobné. Dynamický systém definovaný diferenciálními rovnicemi má formalizaci

$$\frac{dQ}{dt} = F(t, Q)$$

Při systémovém přístupu se prakticky můžeme soustředit na dvojici zobrazení (p, v) . Tato dvojice respektuje jak dynamiku (závislost na čase), tak i různé parametry jako je váha apod. Tyto parametry mohou být obsaženy např. ve stavu. Další před-

ností systémového matematického přístupu je zahrnutí vstupu a výstupu přímo do modelu.

Je zřejmé, že teoreticko-množinová formalizace je velmi dobrým prostředkem při abstraktních systémových úvahách prakticky ve všech oborech. Pro řešení konkrétního problému je ale nutné tuto formalizaci více specifikovat do vhodného matematického aparátu. V oblasti biologických neuronových sítí to zatím je teorie diferenciálních rovnic. Při technické realizaci to zřejmě budou diferenční rovnice, resp. prostředky teorie konečných automatů.

Závěr

V mozku působí mnoho různých druhů neuronových sítí. Prakticky se vyskytují po celém objemu mozku. Toto rozprostření sice není rovnoměrné, ale i nejjednodušší z nich jsou velice složité. Rovněž způsoby vzájemného spojení jednotlivých neuronů a dalších buněk s nimi spolupracujících do neuronových sítí je velmi rozličné, podle toho ve které části mozku příslušná dílčí neuronová síť působí.

Umělé neuronové sítě a jejich teorie si za současného stavu nemohou v žádném případě činit nárok na „dobré“ modelování celkových funkcí skutečného mozku. Mohou však poskytnout řadu velmi užitečných poznatků o funkci jednotlivých detailních procesů. Jejich využití se v dnešní době předpokládá v oblasti investiční analýzy (předpovědi pohybu oběživa), v příznakové analýze, resp. v řízení procesů a monitorování různých procesů. Budoucí využití v oblasti „umělé inteligence“ je zatím (podle mne) velmi vzdáleno. Také technická realizace zřejmě nebude kopírovat biologické sítě.

Literatura

- BERTALANFFY, L. 1968. General Systems Theory: Foundations, Development, Applications, New York 1968 (přepřacovaný článek: An outline of general system theory, Brit. J. Philos. Sci., 1950)
- GROSSBERG, S. 1987. A neural network architecture for automatic trajectory formation and coordination of multiple effectors during variable-speed arm movements, Proceedings of the IEEE international conference on neural networks, 1987, IV, p. 559-566.
- KALMAN, R. E. - FALB, P. L. - ARBIB, M. A. 1969. Topics in Mathematical System Theory, New York, McGraw-Hill 1969.
- LANGÉ, O. 1962. Całosc i rozwój w swietle cybernetyki, Warszawa, Państwowe wydawnictwo naukowe, 1962.
- MCCULLOCH, W. S. - PITTS, W. 1943. A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity, Bull. Math. Biophysic, vol. 5, 1943, p. 115-133.
- MESAROVIC, M. D. - TAKAHARA, Y. 1975. General Systems Theory: Mathematical Foundations, New York, Academic Press 1975.
- MINSKY, M. - PAPERT, S. 1969. Perceptrons, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1969
- NOVÁK, M. - FABER, J. - KUFUDAKI, O. 1999. Neuronové sítě a informační systémy živých organismů, Grada a.s. 1999, ISBN 80-85424-95-9
- PEZLAR, Z. 1984. Aplikace matematické teorie systémů k popisu počítačových struktur, kandidátská dizertační práce, ČSAV 1984.
- PEZLAR, Z. 1986. O jednom přístupu k matematické formalizaci pojmu systém, knižnice odborných a vědeckých spisů VUT v Brně, Brno, 1986, s.91-107.
- PEZLAR, Z. 1990. Dynamický systém jako časová analogie systému se vstupem a výstupem, knižnice odborných a vědeckých spisů VUT v Brně, Brno, 1990, s.73-85.
- ROSENBLATT, P. 1958. The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain, Psychol. Rev., vol. 65, 1958, no. 6, p. 386-408.

Kontektná adresa:

Zdeněk Pezlar, Ústav informatiky, Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, 613 00 Brno, Česká republika