



*The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library*

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

*No endorsement of AgEcon Search or its fundraising activities by the author(s) of the following work or their employer(s) is intended or implied.*

# L'approche duale de la théorie du producteur s'applique-t-elle à la réalité agricole ?

*D. VERMERSCH*

La Politique agricole commune (PAC), dans sa phase de réorientation actuelle, nécessite de nouveaux instruments de politique économique. L'utilisation de ces derniers suppose, au préalable, une analyse approfondie de leurs effets potentiels. La modélisation économétrique a largement contribué ces dernières années à fournir de telles analyses focalisées essentiellement au niveau macroéconomique national (Mahé *et al.*, 1983; Guyomard, 1988), voire régional (Bonnieux, 1986a).

L'approche microéconomique, à partir de données individuelles, apparaît aujourd'hui de plus en plus nécessaire du fait des limites de l'outil macroéconomique, et en particulier de l'inévitable perte d'information qu'engendre l'agrégation des données (Milleron, 1987). Par ailleurs, la disponibilité croissante de données individuelles, issues notamment du Réseau d'information comptable agricole (RICA), facilite les analyses microéconomiques. Parmi celles-ci, l'approche duale de la théorie de la production, associée à l'utilisation de formes fonctionnelles flexibles, a permis un large développement des recherches empiriques sur les structures de production agricoles. La systématisation de ces travaux est en cours et permet déjà de tirer des enseignements utiles à la PAC dans sa phase de réorientation actuelle. L'étude proposée ici tente d'évaluer de manière synthétique l'applicabilité de l'approche duale sur données microéconomiques<sup>(1)</sup>. Pour ce faire, nous aborderons successivement : le corps d'hypothèses utilisé, les mesures duales de la technologie et du déséquilibre, l'économétrie d'un modèle dual et, enfin, les possibilités d'analyse des politiques agricoles. Cela nous permettra ainsi de vérifier si cette approche peut être appliquée mais également d'en montrer les biais et les limites.

## ADMISSIBILITÉ THÉORIQUE DE L'APPROCHE DUALE

L'approche duale associe un ensemble des possibilités de production et un comportement d'optimisation du producteur. Cette conjonction assure, en première analyse, la supériorité de cette approche, tant sur le plan théorique qu'économétrique, sur l'approche primale. Cette dernière formalise classiquement la technologie<sup>(2)</sup> au moyen d'une fonction de production qui traduit, en particulier, la possibilité de substitutions marginales entre facteurs. Cependant, le côté simpliste des premières formes

---

<sup>(1)</sup> Cet article reprend une communication proposée à la Société française d'économie rurale (session d'automne, 27-28 septembre 1989).

<sup>(2)</sup> Par technologie, nous entendons un ensemble de certains moyens de production, leurs arrangements et les utilisations de biens et services par lesquels d'autres biens et services peuvent être produits (Shephard, 1970, p. 13).

fonctionnelles introduites a conduit à une interprétation erronée de phénomènes économiques<sup>(3)</sup>.

L'exposé de la théorie de la production à partir d'un ensemble des possibilités techniques de production permet à la fois d'introduire le concept de fonction de production et de s'en affranchir dans le cadre d'une modélisation de l'équilibre général ou d'une représentation duale de la technologie. De plus, avec un corps d'hypothèses associées à l'ensemble des possibilités de production, la théorie de la dualité nous assure que la fonction d'objectif, issue de l'adoption d'une hypothèse de comportement, contient toute l'information relative au sous-ensemble des possibilités de production sur lequel s'est faite l'optimisation. Autrement dit, l'ensemble des choix techniques – ou technologie – est observé à partir d'une hypothèse de comportement; celle-ci, associée à un environnement économique (prix des facteurs, contraintes de débouchés ...), permet d'inférer non seulement l'état de la technologie mais également son évolution, sa dynamique, à la suite, par exemple, de modifications dans l'environnement économique.

En d'autres termes, le caractère dual de la théorie microéconomique du producteur résulte de l'adoption d'un comportement d'optimisation. La cohérence des relations duales entre technologie et comportement, entre espace des biens et espace des prix, est assurée moyennant des hypothèses nécessaires de convexité sur l'ensemble des possibilités de production: l'approche duale n'est, en effet, ni plus ni moins qu'une application de la théorie des ensembles convexes<sup>(4)</sup>. Cette application trouve ses origines dans les travaux de Hotelling (1932), Roy (1942) et Samuelson (1947); Shephard (1953) apporte un premier traitement complet de la dualité entre fonction de production et fonction de coût. Des approfondissements ultérieurs sont fournis par Uzawa (1964), Shephard (1970) et Diewert (1971). Fuss et Mac Fadden (1978) ont enfin rassemblé une série de travaux théoriques et appliqués sur la dualité dans un ouvrage collectif qui vérifie la pertinence de l'approche duale dans sa finalité économique.

Néanmoins, la "lecture duale" de la technologie, par le biais d'une hypothèse de comportement, nous rend tributaire de la plus ou moins bonne adéquation de cette hypothèse au processus exact d'optimisation du producteur: ceci demeure la principale hypothèque attachée à l'applicabilité théorique de l'approche duale, qu'il convient d'explicitier.

<sup>(3)</sup> "Le succès des fonctions Cobb-Douglas provient de ce que toutes les fonctions de ce type ont une élasticité de substitution égale à un; dans le cas de deux facteurs capital et travail, cette caractéristique assure que les parts relatives de ces deux facteurs ne seront pas modifiées par l'offre relative des deux facteurs et elle fournit une explication simple de la "relative fixité" que l'on prétendait constater sur de longues périodes dans les pays développés" (d'après Blaug, 1981, p. 527).

<sup>(4)</sup> Comme le souligne Guesnerie (1980), une propriété mathématique importante des ensembles convexes est que la connaissance de leur fonction de support fournit une information exhaustive sur ces ensembles.

Si l'on considère, en effet, la théorie néo-classique comme l'exploitation systématique des implications de l'hypothèse de rationalité de l'*homo economicus* (Laffont, 1985, p. 7), l'approche duale est en quelque sorte "hyper-néoclassique" dans la mesure où l'hypothèse de rationalité (ici un comportement d'optimisation) précède et oriente l'observation de l'acteur économique (en termes de choix techniques adoptés). En second lieu, s'il importe de choisir une hypothèse de comportement qui se rapproche le plus possible du processus exact d'optimisation du producteur, le souci d'évaluation des politiques de régulation par les prix agricoles conduit rapidement à raisonner en termes de courbes d'offre et, par voie de conséquence, à opter pour la maximisation du profit. Il semble opportun d'adopter, en première analyse, une hypothèse moins restrictive mais qui est emboîtée dans la précédente, consistant à minimiser le coût des facteurs variables (Vermersch, 1989a); ce choix permet en outre de déduire une estimation des économies d'échelle potentielles qui peut, dans certains cas, invalider l'hypothèse de maximisation du profit<sup>(5)</sup>. La gamme des comportements possibles est, à l'évidence, très étendue; aussi, dans un souci d'évaluation des mesures de politique agricole, n'y a-t-il pas lieu, au préalable, d'identifier plus précisément les différents types de comportement? Cette remarque rejoint un autre aspect de la rigidité de la formulation duale de la technologie, à savoir l'unicité du comportement pour l'ensemble des observations. Au-delà d'une modélisation Tobit qui permet d'assouplir cette unicité (Vermersch, 1989b), l'approche non paramétrique en analyse de la production, développée notamment par Varian (1984), constitue une alternative à la rigidité précédente<sup>(6)</sup>.

Retenons de tout cela que le choix de l'hypothèse de comportement conduit la progression de la modélisation microéconométrique. L'admissibilité théorique de l'approche duale demeure néanmoins, dans la mesure où les différentes hypothèses ensemblistes adoptées rendent compte, dans l'ensemble, de la généralité de la réalité agricole (cf. annexe). Il s'agit d'extraire maintenant, sous une forme mesurable, l'information sur la technologie fournie par la fonction d'objectif.

## MESURES DUALES DE LA TECHNOLOGIE ET DU DÉSÉQUILIBRE

La distribution des facteurs, les possibilités de rendements d'échelle, les substitutions factorielles, les propriétés de séparabilité, le progrès technique sont autant d'informations sur la technologie nécessaires à l'analyse des structures de production.

<sup>(5)</sup> Un plan de production, situé sur le sentier d'expansion, ne peut, simultanément, présenter des économies d'échelle locales et vérifier les conditions du premier ordre de la maximisation du profit (Vermersch, 1989a, p. 311).

<sup>(6)</sup> Cette approche microéconomique, dérivée des travaux sur la préférence révélée dans le cadre de la théorie de la consommation, permet de tester si un ensemble de données relatives à l'offre ou à la demande des entreprises est cohérent avec les hypothèses de minimisation du coût, voire de maximisation du profit.

A cet effet, le lemme de Shephard-Hotelling (cf. annexe) apparaît souvent comme l'élément central de l'approche duale : il permet de déduire de la fonction d'objectif les différentes demandes de facteurs ou offres de produit. Ce lemme est, par ailleurs, étroitement relié à la propriété de différentiabilité de la fonction de coût : cette dernière étant supposée deux fois différentiable par rapport aux prix des facteurs, l'analyse de la distribution des facteurs et de leur substitution est alors possible. Cependant, si la différentiabilité première de la fonction de coût peut être considérée de façon quasi générale comme une propriété de celle-ci, la différentiabilité seconde requiert des hypothèses de différentiabilité seconde sur la frontière de production ; par conséquent, la mise en évidence de caractéristiques technologiques mesurables grâce à l'approche duale nécessite des hypothèses qui, dans certains cas, peuvent s'éloigner de la réalité économique observée<sup>(7)</sup>. Cet écueil, rarement soulevé dans les applications économétriques, se rencontre également dans l'analyse du déséquilibre factoriel où le double schéma dual et différentiel est également requis.

D'une manière générale, l'hypothèse de flexibilité de l'ensemble des facteurs de production nécessite d'être affaiblie, tout particulièrement dans le secteur agricole. C'est le cas notamment du travail familial dont la rigidité, sur une période d'observation de court terme, peut être renforcée aujourd'hui par un taux de chômage élevé dans les autres secteurs de l'économie. La prise en compte d'une telle fixité conduit à définir une fonction d'objectif restreint munie de diverses propriétés par rapport aux quantités fixées (cf. annexe). De nouvelles hypothèses de différentiabilité permettent alors de déduire la notion de prix dual du facteur fixe : comparé au prix observé de ce même facteur, il nous fournit une mesure du déséquilibre factoriel de court terme par rapport à une situation d'équilibre de long terme. Notons que cette comparaison est rendue plus délicate dans le cas de plusieurs facteurs fixes. Moyennant les hypothèses précédentes, la détermination de nouvelles situations d'équilibre, correspondant chacune à une hypothèse de comportement, est également possible : nous avons appliqué cette procédure au cas de deux facteurs fixes (Guyomard et Vermersch, 1989).

A cette étape de la présentation, il apparaît opportun de rappeler le résultat central de l'approche duale appliquée à la théorie de la production : la fonction d'objectif, issue de l'adoption d'une hypothèse de comportement, contient toute l'information relative aux choix techniques permis par cette même hypothèse. La tentation est grande cependant de vouloir en déduire une information quelque peu extérieure au sous-ensemble de production sur lequel s'est faite l'optimisation. Autrement dit, on s'intéresse aux propriétés de la fonction d'objectif restreint par rapport aux quantités fixées sans établir initialement un cadre d'analyse rigoureux sur le plan des hypothèses. La mesure des prix duaux, des éco-

<sup>(7)</sup> A titre d'exemple, Mittelhammer, Matulich et Bushaw (1981) examinent comment l'hypothèse de différentiabilité de la fonction de transformation affecte la généralité de la technologie.

nomies d'échelle, la prise en compte de nouvelles situations d'équilibre procèdent ainsi d'une approche qui outrepassé quelque peu les possibilités de description de la technologie autorisées par une lecture duale. Ce constat, de nature théorique, se concrétise parfois sur le plan de l'application économétrique<sup>(8)</sup> : cette dernière n'en révèle pas moins une réelle pertinence de l'approche duale.

## **DU MODÈLE DUAL THÉORIQUE AU MODÈLE ÉCONOMÉTRIQUE**

L'utilisation de la théorie de la dualité s'est trouvée justifiée initialement par ses possibilités d'application économétrique, alors même que l'approche primale rencontrait des limites sur ce plan. Pour arriver à une estimation économétrique correcte des paramètres de la fonction de production, celle-ci requiert en effet la prise en compte de l'ensemble des relations économiques qui expliquent la détermination conjointe des facteurs et des produits (Malinvaud, 1978, p. 683), et intègre donc l'hypothèse de comportement du producteur. Ainsi, c'est Nerlove (1963) qui, le premier, a mis en évidence, la pertinence de l'approche duale dans son applicabilité économétrique par l'estimation du coût de production en fonction des seules variables supposées exogènes du modèle.

Cela étant, la transition entre le modèle théorique et le modèle économétrique s'effectue principalement à deux niveaux. Il nous faut tout d'abord spécifier une forme fonctionnelle pour la fonction d'objectif à estimer. Rappelons à ce propos la concomitance du développement des études fondées sur une approche duale avec l'émergence des formes fonctionnelles flexibles qui autorisent une large gamme de substitutions factorielles. En second lieu, l'apport d'une spécification stochastique au modèle théorique établit un lien avec la réalité observée ; sur le terrain de cette spécification, se joue l'objet même de la statistique mathématique, à savoir un jugement porté sur l'adéquation du modèle à la réalité.

Dans la plupart des études économétriques fondées sur l'approche duale de la théorie de la production, la spécification stochastique consiste simplement à ajouter aux équations de comportement un terme d'erreur qui suit généralement une loi normale. Cette approche appelle essentiellement deux remarques : en premier lieu, la référence à la théorie économique ou à la réalité observée est généralement peu explicite ; d'autre part, la nette dissociation entre la formalisation déterministe du modèle et la spécification stochastique infirme sensiblement la cohérence fonctionnelle du modèle : la spécification stochastique classique ne révèle pas, à titre d'exemple, les relations fonctionnelles exactes entre les termes

---

<sup>(8)</sup> Nous pouvons citer, à ce propos, l'obtention de prix duaux négatifs qui, s'ils étaient acceptés, invalideraient l'hypothèse de libre disposition des biens.

d'erreurs des parts de facteurs et celui de la fonction de coût. Nous sommes ainsi conviés à porter notre attention sur deux points; d'une part, le positionnement de la spécification stochastique entre ses deux références: la réalité et la théorie économique et, d'autre part, la possibilité d'assurer une spécification stochastique cohérente avec le modèle de comportement.

Sur ce premier point, certains auteurs, tels que Lau dans son commentaire sur l'article de Diewert (1974), n'ont pas manqué de souligner le caractère peu rigoureux d'une spécification stochastique classique, celle-ci n'étant pas soumise, par exemple, à la rationalité économique intrinsèque du modèle. Ce constat porte en germe le souci de développer une théorie économique explicite des perturbations stochastiques, se référant plus ou moins à la théorie économique du modèle. Une telle théorie s'est en fait initialement développée à partir des travaux sur les modèles frontières<sup>(9)</sup>. Dans ces modèles, l'interprétation économique des erreurs se fait principalement en termes d'inefficacités techniques ou allocatives. La spécification stochastique associée à l'estimation de fonctions frontières se réfère ainsi directement à la théorie économique. Un autre point de vue considère la réalité économique observée comme le référentiel de la spécification stochastique; autrement dit, avec cette spécification, le caractère approximatif de la théorie, et en particulier de l'hypothèse de comportement, infirme toute tentative de traduction des erreurs en termes d'inefficacités économiques. Ce point de vue est proche de celui de Stigler (1976) selon lequel les inefficacités observées ne sont qu'apparentes et reflètent surtout l'ignorance de l'économetre quant au processus exact d'optimisation.

Les travaux récents de Mac Elroy (1987) concilient cette dernière approche et le souci d'une cohérence fonctionnelle de la spécification stochastique au sein du modèle, ce qui constitue notre deuxième point d'attention. Le modèle proposé par Mac Elroy, traite effectivement la spécification stochastique comme une part intrinsèque de celle du modèle de production, la cohérence fonctionnelle étant alors particulièrement manifeste dans la correspondance entre les spécifications stochastiques primale et duale du programme d'optimisation. Le modèle de Mac Elroy permet ainsi d'étendre les relations de dualité sur le plan stochastique; Guyomard et Vermersch (1988) proposent une application de ce modèle sur données individuelles.

Le passage du modèle dual théorique au modèle économétrique dépend aussi de la disponibilité et de la qualité des données. Leurs insuffisances constituent parfois autant d'entraves à la réelle applicabilité de l'approche duale sur données microéconomiques. A titre d'exemple, les prix des facteurs interviennent comme variables explicatives de la fonction d'objectif; leur construction donne souvent lieu à diverses hypo-

<sup>(9)</sup> Førsund, Lovell et Schmidt (1980) proposent une revue de la littérature sur le sujet.



thèses et conventions. Tel est le cas du coût d'usage du capital dont la définition et le calcul ont fait l'objet d'études à l'occasion de travaux de modélisation macroéconomique (voir encadré).

### LE COUT D'USAGE DU CAPITAL

#### Définition et mesure

Dans un modèle ne prenant pas en compte la fiscalité sur les revenus du capital, la minimisation de la somme des coûts actualisés aboutit à la définition théorique suivante du coût d'usage du capital (Dormont et Sevestre, 1986)

$$C_t = P_{It} (r_t + \delta - g_t)$$

avec  $P_{It}$  : prix des biens d'équipement  
 $r_t$  : taux d'actualisation en  $t$   
 $g_t$  : taux de croissance de  $P_{It}$   
 $\delta$  : taux de dépréciation physique

En suivant Dormont et Sevestre (1986), nous utilisons l'approximation du coût d'usage donnée par le ratio :

$$c = [\text{frais financiers}] / [\text{dettes à long et moyen terme}]$$

Ce ratio semble éloigné, en première analyse, du coût d'usage du capital ; cependant, sur données de coupe, il n'est pas possible d'observer un taux de dépréciation physique par exploitation, ni même un taux de croissance du prix des biens d'équipement. L'univers est donc différent de celui d'une modélisation macroéconomique où la dimension temporelle introduit une variabilité des composantes précédentes.

$c$  représente donc le taux d'intérêt apparent observé pour chaque exploitation, ce qui ne constitue qu'une des composantes de la définition théorique du coût d'usage. L'utilisation de séries agrégées n'introduirait aucune variabilité supplémentaire dans l'estimation du modèle et n'est donc généralement pas retenue.

Le capital étant représenté dans un premier temps par un seul agrégat, le coût d'usage est défini par une fonction log-linéaire du taux d'intérêt observé des emprunts "bâtiments", des emprunts "matériels" et du taux moyen observé des emprunts à court terme.

D'autres essais ont pu être réalisés en substituant au taux de dépréciation le taux d'amortissement des immobilisations. Les résultats sont peu réalistes : nous obtenons des valeurs très élevées pour certaines exploitations (autour de 85 %). L'amortissement relève davantage d'un calcul comptable que d'une traduction du vieillissement du capital utilisé.

Si la mesure du coût d'usage du capital apparaît délicate, d'autres écueils interviennent également par absence de données suffisantes pour la construction de prix implicites : c'est ainsi le cas de nombreux postes de consommations intermédiaires. Nous recensons actuellement un certain nombre de difficultés pratiques qui incitent parfois à un retour vers l'approche primale sur données individuelles temporelles.

## EVALUATIONS DE DIFFÉRENTES POLITIQUES ÉCONOMIQUES

Cette partie reprend des résultats économétriques issus d'un travail de thèse (Vermersch, 1989a). Les données utilisées proviennent du RICA. Les technologies monoproduit sont estimées à partir de données tirées de l'orientation technico-économique des exploitations "céréales" (OTEX 11) et les technologies multiproduits à partir de données de l'orientation grandes cultures (OTEX 12) (années 1981 et 1984).

### *Efficacité d'une taxation des engrais*

Malgré sa vocation réaffirmée aujourd'hui de gardienne de l'environnement, l'agriculture est partiellement responsable d'une certaine dégradation des ressources naturelles. Plus précisément, les mouvements récents d'intensification et de spécialisation des systèmes de production ont largement contribué à la création d'effets externes négatifs. Une illustration du lien entre intensification de l'agriculture et qualité du milieu naturel est fourni par la dégradation des eaux potables en raison d'un excès de nitrates.

Dans un cas de ce genre, une politique de préservation de l'environnement peut s'appuyer utilement sur des éléments d'analyse économique : l'agriculture considérée comme une activité économique potentiellement préjudiciable, pourrait être soumise à des contraintes et contrôles publics raisonnables, dans le souci d'éviter une détérioration du milieu naturel. En considérant le milieu naturel comme un bien public, il est possible de développer un cadre théorique dérivé de l'économie du bien-être collectif. Les politiques économiques qui en résultent sont inspirées des principaux résultats de la théorie des effets externes et s'apparentent à des mesures telles que le prélèvement des taxes, l'attribution de subventions, la création de marchés de droits de pollution ...

Ainsi, Mahé et Rainelli (1987) situent l'origine de l'effet externe négatif dans le processus d'intensification agricole défini en première analyse comme l'accroissement du rapport entre, d'une part, le travail, le capital et les consommations intermédiaires et, d'autre part, la terre<sup>(10)</sup>. Le niveau d'intensification est donc une caractéristique de la combinaison productive ; dans une lecture duale, ce niveau est fonction du comportement économique du producteur, de l'environnement économique (par le biais du rapport des prix) et du progrès technique. Les mesures d'internationalisation auront alors pour objectif d'ajuster le niveau d'intensification observé à un niveau, optimal du point de vue social, prenant en compte la fonction de dommage de la collectivité. Autrement dit, il s'agit de

<sup>(10)</sup> Le concept d'intensification peut être défini par rapport à n'importe quel facteur (Bonnieux, 1986b).

“contrôler” l’évolution de la combinaison productive, évolution dictée initialement et principalement par le comportement du producteur, l’environnement économique et l’adoption de progrès technique.

Dans le modèle de Mahé et Rainelli (1987), le niveau d’intensification est formalisé en première analyse par le rapport entre l’ensemble des facteurs de production hors foncier et la terre. Ce niveau est l’argument majeur de la fonction de dommage; un des objectifs d’une politique de préservation de l’environnement consiste à faire diminuer, ou du moins limiter, le niveau d’intensification. A cet effet, le prix des engrais azotés constitue une variable de commande: l’évaluation d’une politique de taxation des engrais peut donc être appréciée par l’examen des élasticités-prix relatives aux engrais. Le premier type de résultat relève d’une analyse de court terme, le travail familial et la terre étant supposés fixes. Le tableau 1 reprend des élasticités-prix calculées dans le cadre des systèmes céréaliers, pour une variation donnée du prix de l’engrais (Vermersch, 1989a).

Tableau 1.  
Elasticités-prix  
de court terme relatives  
au prix de l’engrais

	Engrais	Carburants	Capital	Travail salarié
Un produit, avec travail salarié	- 0,230	0,628	0,173	- 0,135
Un produit, sans travail salarié	- 0,283	0,532	0,150	-
Trois produits, sans travail salarié	- 0,287	0,597	0,156	-

Source: Vermersch, 1989a

La stabilité des élasticités-prix propres obtenues est remarquable; cependant, la demande d’engrais n’est pas très sensible à son prix: une augmentation de 10 % du prix de l’engrais aurait pour effet une baisse de la demande comprise entre 2 et 3 %. Cet effet s’inscrit dans un contexte de court terme où la terre et le travail familial ne peuvent s’ajuster; il s’accompagne de mouvements de substitution en faveur des carburants et du capital, mouvements qui se traduisent par une augmentation des passages de machines avec un fractionnement des apports, en supposant une certaine disponibilité de la main-d’œuvre. En résumé, l’effet-prix d’une taxation des engrais s’avère peu efficace par rapport à un objectif de baisse de l’intensification, du fait d’une quasi-fixité des autres facteurs. Il peut constituer cependant un stimulus pour exploiter des gains d’efficacité technique (techniques de fractionnement des apports).

Le modèle Tobit relève d’une analyse de moyen terme puisque l’allocation de travail est supposée optimale. Le tableau 2 reprend les différentes élasticités calculées.

Tableau 2.  
Elasticités-prix  
relatives au prix  
de l'engrai  
(modèle Tobit)\*

	Engrais	Carburants	Capital	Travail salarié
Un produit (NS)	- 0,438	0,473	0,078	- 0,202
Un produit (NFNS)	- 0,394	0,494	0,075	0,430

\* Les estimations proposées correspondent à deux évaluations différentes du coût d'opportunité du travail familial, selon que les prix du travail familial et du travail salarié sont différenciés (NFNS) ou non (NS).

Par comparaison avec le tableau précédent, l'effet prix propre est plus marqué, ce qui confirme la logique du principe de Le Châtelier-Samuelson. Les valeurs calculées (une taxe de 10 % sur les engrais entraînerait une baisse de la demande située entre 4 et 4,4 %) sont tout à fait proches d'autres analyses (Bonnieux et Rainelli, 1988). Si la relation de substituable engrais-capital n'est pas significative, celles qui existent avec les carburants et le travail demeurent sensibles; elles peuvent traduire un retour à une fertilisation organique plus importante (apports de fumier et de lisier qui nécessitent techniquement un surcroît de carburants et de travail).

L'estimation des niveaux de long terme du travail familial et de la terre permet d'apprécier les mouvements de baisse de l'intensification induits conjointement par une diminution de la consommation d'engrais et une hausse corrélative des surfaces agricoles utilisées (tableau 3).

Tableau 3.  
Elasticités-prix  
de long terme relatives  
au prix de l'engrais

	Engrais	Carburants	Capital	Travail	Terre
[1] un produit; travail fixe	- 0,630	0,228	- 0,220	-	0,054
[2] un produit; sans fixité	- 0,521	0,256	- 0,119	0,940	0,045
[3] un produit; sans fixité; terre et travail supposés optimaux	- 0,634	0,307	- 0,022	0,047	1,025
[4] trois produits; sans fixité; terre et travail supposés optimaux	- 0,646	0,238	- 0,203	0,324	0,119

Source: voir tableau 1

Les effets-prix propres sont ici supérieurs (en valeur absolue) aux précédents, ce qui confirme une nouvelle fois le principe de Le Châtelier-Samuelson<sup>(11)</sup>. Par suite, une taxation des fertilisants azotés influencerait d'autant plus sur la demande que l'ensemble des facteurs s'ajusterait à

<sup>(11)</sup> Rappelons que la comparaison des élasticités-prix de court et long terme selon le principe de Le Châtelier-Samuelson nécessite que l'on soit au même point d'approximation.

leur niveau optimal. Dans le long terme également, le capital et les engrais apparaissent complémentaires, phénomène corollaire au processus d'extensification. Ce dernier est traduit par la relation de substituable entre les engrais et la terre. Ainsi, si l'on définit en première approximation le niveau d'intensification comme le rapport :

$$i = (X_E/SAU),$$

où  $X_E$  désigne la quantité d'engrais et  $SAU$  la terre, une variation  $dp_E$  du prix de l'engrais aura pour effet moyen, toutes choses égales par ailleurs :

$$(d \text{ Log } i / d \text{ Log } p_E) = (d \text{ Log } X_E / d \text{ Log } p_E) - (d \text{ Log } SAU / d \text{ Log } p_E)$$

Si l'on prend le modèle du tableau 3, une variation à la hausse de 10 % des intrants azotés aurait pour conséquence une diminution de 16,6 % du niveau d'intensification. Comme le montrent les élasticité-prix croisées (terre-engrais) pour les modèles [1] et [2], l'effet d'extensification sera moindre si l'on se trouve initialement à l'optimum hicksien de long terme.

En conclusion, une taxation des engrais dans le cadre d'une politique favorable à l'environnement serait d'autant plus efficace que l'ensemble des facteurs s'ajusterait. Le cadre d'analyse des effets de long terme met en évidence deux effets aboutissant à une moindre intensification :

- un effet direct sur la demande d'engrais,
- un effet indirect de substitution avec la terre.

Toutefois, les effets de substitution obtenus doivent être nuancés parce que le modèle ne prend pas en compte ici la possible relation entre prix de l'engrais et prix de la terre.

D'une manière analogue, il apparaît possible de commenter d'autres mesures de politique agricole. Ainsi, la présence d'économies d'échelle induirait une relative inefficacité d'une politique de régulation de l'offre céréalière par les prix, du moins pour certaines classes de surface (Vermerch, 1990). L'instauration d'un gel des terres tendrait, quant à elle, à amplifier l'inefficacité allocative de ce facteur.

### *Economies de diversification et conditions d'une nouvelle symbiose entre culture et élevage*

Si l'incitation à une diversification des productions constitue un moyen de régulation de l'excédent céréalière, cette diversification est parfois également souhaitée dans le cadre de préoccupations liées à l'environnement. En effet, les productions animales étaient traditionnellement intégrées à l'agriculture générale ; le lien entre culture et élevage se caractérisait notamment par la disponibilité d'aliments du bétail produits sur l'exploitation et par l'utilisation des déjections animales pour la fertilisation organique. L'évolution économique en termes de rapports de prix, les

dotations en facteurs pédoclimatiques et le progrès technique ont tôt fait de dissocier culture et élevage, deux activités naturellement jointes principalement au niveau du facteur "terre". Cette dissociation s'est accompagnée d'un phénomène d'intensification qui a rompu l'interdépendance existant entre cultures et élevage, et qui s'est révélé préjudiciable, comme nous l'avons souligné, à l'environnement.

Si l'on peut admettre, en première analyse, qu'une réintégration de l'élevage dans le cadre de l'agriculture générale pourrait permettre une moindre intensification, il apparaît aussi qu'une diversification des productions, marquée par la réintégration précédente, serait à la fois cohérente en termes de régulation de l'offre céréalière et de préservation de l'environnement.

L'approche duale de la théorie de la production explicite clairement comment l'environnement économique infléchit la combinaison productive adoptée. De plus, les facteurs structurels et l'adoption de l'innovation technique contribuent fortement à une spécialisation des systèmes de production. Cette non-incitation à la diversification se caractérise en particulier par l'absence d'économies de diversification. Les calculs menés antérieurement (Vermersch, 1989a) et repris dans le tableau 4 montrent que la diversification des productions au sein d'une même exploitation n'est pas justifiée économiquement, du moins à court terme.

Tableau 4.  
Mesure des économies de diversification dans le cas de trois produits

Mesure	Valeur
$ECEp_1$	- 0,78
$ECEp_2$	- 0,41
$ECEp_3$	- 0,77
$ECEp_4$	- 0,04

$p_i$  ( $i = 1,2,3,4$ ) désigne les quatre partitions suivantes :

$$\begin{aligned} p_1 &= [1,2,3] \\ p_2 &= [(1,2),3] \\ p_3 &= [1,(2,3)] \\ p_4 &= [(1,3),2] \end{aligned}$$

où : céréales, 2 : oléagineux, 3 : cultures fourragères + productions animales  
Ainsi,  $p_1$  correspond à la production séparée des trois produits.

Source : Vermersch, 1989a

Ces calculs constituent une première approche et nécessitent d'être confirmés pour d'autres années et d'autres systèmes. Notre propos pour l'instant est de considérer seulement, à partir de la mesure des économies de diversification, de nouvelles perspectives d'analyse dans le cadre d'une politique de préservation de l'environnement.

Pour ce faire, rappelons l'expression analytique de ce concept dans le cas d'une fonction de coût restreint avec deux productions (1 : végétale, 2 : animale):

$$ECE_{1,2} = [CR(p_x, y_{1,0}, z) + CR(p_x, 0, y_2, z) - CR(p_x, y_1, y_2, z)] / CR(p_x, y_1, y_2, z)$$

(a) La première étape de l'analyse consisterait à effectuer des mesures de  $ECE_{1,2}$  sur des orientations technico-économiques mixtes associant cultures végétales et élevage.

(b) Lorsqu'il n'y a pas d'économies de diversification, une politique de préservation de l'environnement se traduirait alors par une incitation à une intégration plus poussée de l'agriculture et de l'élevage et, corrélativement, une moindre intensification. Pour ce faire, il nous faut analyser les variations de la fonction  $ECE_{1,2}$  par rapport aux variables  $p_x$ ,  $y_1$ ,  $y_2$  et  $z$ , celles-ci pouvant constituer autant de variables de commande d'une politique tendant à rendre positive la mesure de  $ECE_{1,2}$ . L'effet précédent peut être illustré par l'instauration d'une prime à l'incorporation de céréales autoproduites dans la ration animale.

Le divorce est, en réalité, plus prononcé entre les céréales et l'élevage du fait notamment d'un écart de prix grandissant entre céréales et produits de substitution aux céréales (PSC)<sup>(12)</sup>; ces derniers, importés à bas prix, excluent peu à peu les céréales de la ration animale et contribuent à renforcer la compétitivité de l'industrie de l'alimentation animale par rapport à la fabrication d'aliments à la ferme.

On saisit dès lors la nécessité d'une nouvelle hiérarchie des prix pour faire réémerger des économies de diversification potentielles, autrement dit pour revaloriser certaines associations originelles entre cultures et élevages. Cet objectif étant difficile à atteindre, il convient de noter cependant que cette nouvelle hiérarchie des prix est également souhaitée dans la poursuite d'une réorientation durable de la PAC.

(c) le passage à une situation où il existe des économies de diversification demeure délicat et, *a priori*, difficilement réalisable. Ce constat n'enlève pas cependant toute pertinence à une mesure de  $ECE_{1,2}$ ; en effet, l'intégration d'activités culturelles et d'élevage pourrait être obtenue de manière réglementaire par l'institution d'un certain rapport de productions,  $y_1/y_2$ , auquel l'exploitation agricole serait soumise. Il s'agirait, par exemple, de disposer d'une surface minimale d'épandage pour les déjections animales provenant d'une activité porcine<sup>(13)</sup>; d'une manière analogue, il pourrait être institué un certain rapport entre fertilisation azotée organique (fumier, lisier) et minérale (engrais azotés). Le rapport entre productions animales et végétales obtenu se traduira par une situation de déséconomies de diversification dont la mesure,  $ECE_{1,2}$ , traduit en fait un coût d'internalisation, ce dernier pouvant alors servir de base à un calcul de subventions à l'intégration des activités culturelles et d'élevage.

<sup>(12)</sup> Il s'agit notamment des tourteaux de soja, du manioc, du gluten de maïs, des mélasses, et des sons.

<sup>(13)</sup> C'est le cas aujourd'hui aux Pays-Bas ou en France quand il y a création d'unités d'élevages intensifs d'une certaine taille.

(d) Il convient enfin d'effectuer des mesures d'économies de diversification en incluant la rémunération de la terre et du travail familial. En outre, la détermination des niveaux hicksiens pour les deux facteurs précédents permettrait de définir une mesure des économies de diversification de long terme.

### *Conclusion*

La disponibilité de données individuelles, actuellement croissante, devrait se conjuguer davantage avec la nécessité accrue d'un examen approfondi des politiques agricoles récemment mises en œuvre. Certes, les analyses développées ici présentent certaines limites : l'approche duale révèle ses principales faiblesses au travers de deux hypothèses fortes : identité des technologies et comportement d'optimisation identique de tous les entrepreneurs. La prise en compte d'une fixité pour certains facteurs de même que l'approche non paramétrique permettent néanmoins d'assouplir les rigidités précédentes.

D'une manière générale, une modélisation de type dual concourt à des interactions entre le modèle déterministe, la spécification stochastique et l'analyse des effets des politiques à partir du modèle. Ces effets de *feed back* ont induit des approfondissements : assouplissement de l'hypothèse de comportement dans le cadre d'un modèle Tobit, application d'une spécification stochastique qui n'infirme pas la cohérence fonctionnelle du modèle dual. Dans cette logique, les efforts engagés demandent à être poursuivis, notamment dans le sens d'une meilleure spécification de l'hypothèse de comportement. La minimisation du coût des facteurs variables a été validée, du moins relativement à la maximisation du profit. De même, il serait souhaitable de la tester vis-à-vis d'hypothèses moins restrictives sur le plan de l'efficacité technique ou allocative mais avec une meilleure prise en compte de l'incertitude. L'élargissement peut se faire également dans l'utilisation de techniques économétriques (tests d'exogénéité, estimation de fonctions frontières) et amène à expliciter le lien entre la théorie économique et la spécification stochastique. Plus généralement, n'obtiendrait-on pas une plus grande pertinence des effets des politiques agricoles au prix d'une meilleure représentation des comportements des producteurs et de leur diversité ?

Sur un autre plan, les paramètres intéressants obtenus par le biais d'une approche duale, tels les mesures d'économies d'échelle locales, sont soumis parfois à une controverse légitime. Certes, les analyses sur coupes ne permettent pas de dissocier les économies d'échelle propres d'effets d'adoption du progrès technique ; cela doit nous conduire dès lors à "purifier" cette mesure en donnant, par exemple, un caractère dynamique à la modélisation, envisageable sur données de panel.

D'autres perspectives sont issues directement de l'étude. L'estimation du modèle sur des orientations technico-économiques autres que céréa-



lières permettrait d'affiner la spécification et d'éclairer d'autres problématiques agricoles : effet des quotas laitiers, résorption des effets externes concernant l'élevage hors-sol (Vermersch *et al.*, 1990). Par ailleurs, l'imposition de contraintes de convexité par rapport aux facteurs quasi-fixes contribuerait à une détermination plus fine des équilibres de long terme. Il apparaît enfin souhaitable que l'effet de *feed back* porte également sur la structure même des données du RICA. Une meilleure compréhension du fonctionnement microéconomique des exploitations agricoles, objectif majeur assigné au RICA, doit passer par une étape de modélisation. Celle-ci ne peut utiliser pleinement des données élaborées principalement en vue d'une analyse comptable. L'intégration des deux démarches (descriptive et de modélisation) est pourtant nécessaire. Nous espérons qu'elle se réalisera davantage sur le terrain et se concrétisera sous la forme d'une base de données mieux adaptées à la recherche économique.

## BIBLIOGRAPHIE

- BLAUG (M.), 1981 – *La pensée économique : origine et développement*, Paris, Economica, 851 p.
- BONNIEUX (F.), 1986a – Etude économétrique des disparités de l'agriculture française sur la base de données départementales, Rennes, INRA ESR, 401 p.
- BONNIEUX (F.), 1986b – Approche économique de l'intensification, *Economie Rurale*, n° 171, p. 9-15.
- BONNIEUX (F.), RAINELLI (P.), 1988 – Agricultural Policy and Environment in Developed Countries, *European Review of Agricultural Economics*, vol. 15-2/3, p. 263-281.
- DIEWERT (W.-E.), 1971 – An Application of the Shephard Duality Theorem : a Generalized Leontief Production Function, *Journal of Political Economy*, vol. 79, p. 481-507.
- DIEWERT (W.-E.), 1973 – Functional Forms for Profit and Transformation Functions, *Journal of Economic Theory*, vol. 6, p. 284-316.
- DIEWERT (W.-E.), 1974 – Applications of Duality in : Intriligator and Kendrick (eds) – *Frontiers of Quantitative Economics*, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, vol. II, p. 106-206.
- DIEWERT (W.-E.), 1982 – Duality Approaches to Microeconomic Theory (chap. 12), in : ARROW (K.-J.), INTRILIGATOR (M.-D.), 1982 – *Handbook of Mathematical Economics*, vol. 2, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 670 p.

- DORMONT (B.), SEVESTRE (P.), 1986 – Modèles dynamiques de travail : spécification et estimation sur données de panel, *Revue Economique*, n° 3, p. 455-487.
- FORSUND (F.-R.), LOVELL (C.-A.), SCHMIDT (P.), 1980 – A Survey of Frontier Production Functions and of their Relationship to Efficiency Measurement, *Journal of Econometrics*, vol. 13, p. 5-25.
- FUSS (M.), MC FADDEN (D.), 1978 – *Production Economics: a Dual Approach to Theory and Applications*. Amsterdam, North Holland Publishing Company, 2 vol. 482 p. + 338 p.
- GRUNFELD (Y.), 1963 – Measurement in Economics: Studies in Mathematical Economics and Econometrics, in: *Memory of Yehuda Grunfeld*, Stanford University Press.
- GUESNERIE (R.), 1980 – *Modèles de l'économie publique*, Paris, CNRS, 200 p.
- GUYOMARD (H.), 1988 – Investissement et choix techniques du secteur agricole français. Etude économétrique, thèse, Université de Rennes I, 429 p.
- GUYOMARD (H.), VERMERSCH (D.), 1988 – Aspects microéconomiques d'une technologie multiproduits à facteurs fixes : une application au secteur "grandes cultures". Communication aux Cinquièmes Journées de microéconomie appliquée, Toulouse, 9-10 juin, 33 p.
- HOTELLING (H.), 1932 – Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand and Supply Functions, *Journal of Political Economy*, vol. 40, n° 5, p. 577-616.
- LAFFONT (J.-J.), 1985 – *Cours de théorie microéconomique*, vol. II : *Economie de l'incertain et de l'information*. Paris, Economica, 201 p.
- LAU (L.-J.), 1976 – A characterization of the Normalized Restricted Profit Function, *Journal of Economic Theory*, vol. 12, n° 1, p. 131-163.
- MCELROY (M.-B.), 1987 – Additive General Error Models for Production, Cost and Derived, Demand or Share Systems, *Journal of Political Economy*, vol. 95, n° 4, p. 737-757.
- MCFADDEN (D.-L.), 1978 – Cost, Revenue and Profit Functions, in: FUSSE and MCFADDEN, p. 3-109.
- MAHÉ (L.-P.), RAINELLI (P.), 1987 – Impact des pratiques et des politiques agricoles sur l'environnement. *Cahiers d'Economie et Sociologie Rurales*, n° 4, p. 9-31.
- MALINVAUD (E.), 1978 – *Méthodes statistiques de l'économétrie*, Paris, Dunod, 3<sup>e</sup> édition, 846 p.

- MILLERON (J.-C.), 1987 – Editorial du n° 50 des Documents de travail de la direction des Prévisions, direction de la Prévision, ministère des Finances, document de travail, 87-6.
- MITTELHAMMER (R.-C.), MATULICH (S.-C.), BUSHAW (D.), 1981 – On implicit Forms of Multiproduct-Multifactor Production Functions, *American Journal of Agricultural Economics*, vol. 63, p. 164-168.
- NERLOVE (M.), 1963 – Returns to Scale in Electricity Supply, *in*: GRUNFELD.
- ROY (R.), 1942 – *De l'utilité : contribution à la théorie des choix*, Paris, Hermann.
- SAMUELSON (P.-A.), 1947 – *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge (Mass.), Harvard University Press.
- SHEPHARD (R.-W.), 1953 – Cost and Production Functions, Princeton, Princeton University Press.
- STIGLER (G.-J.), 1976 – The Existence of X-Efficiency, *American Economic Review*, vol. 66, p. 213-216.
- UZAWA (H.), 1964 – Duality Principles in the Theory of Cost and Production, *International Economic Review*, vol. 5, n° 2, p. 216-220.
- VARIAN (H.-R.), 1984 – The Non Parametric Approach to Production Analysis. *Econometrica*, vol. 52, n° 3, p. 579-597.
- VERMERSCH (D.), 1989a – Economie et technologie des systèmes céréaliers : une approche duale et économétrique, thèse, Université de Rennes I, 379 p.
- VERMERSCH (D.), 1989b – L'allocation du travail dans les exploitations cérésières. Une modélisation TOBIT d'une demande de facteur semi-fixe. *Economie et Prévision*, n° 91, p. 57-65.
- VERMERSCH (D.), 1990 – Une mesure des économies d'échelle locales de court terme : application au secteur céréalier, *Revue d'Economie Politique*, 100 (3), mai-juin, p. 439-453.
- VERMERSCH (D.), BONNIEUX (F.), FOUET (J.-P.), RAINELLI (P.), 1990 – Economy against Ecology : Modelling Manure Utilization in France. Communication à la conférence "Economics of the environment", Tilburg University, 17-19 septembre.

ANNEXE

LA FONCTION DE COUT RESTREINT, SUPPORT DUAL  
DE LA TECHNOLOGIE

Avec un corps d'hypothèse relativement peu contraignantes, l'approche duale, en théorie de la production, permet de décrire par la seule connaissance de la fonction d'objectif, la technologie utilisée par le producteur. Cette fonction fournit, en outre, une information mesurable sur le déséquilibre induit par la fixité de certains facteurs.

Désignons par  $T$  l'ensemble des plans de production techniquement possibles pour une entreprise agricole. Soit  $t = (x, y, z)$  un élément de  $T$ ;  $x = (x_1, \dots, x_n)$  représente le vecteur des facteurs variables;  $y = (y_1, \dots, y_M)$  désigne le vecteur des produits;  $z = (z_{n+1}, \dots, z_N)$  représente le vecteur des facteurs fixes,  $x$  et  $z$  sont disponibles aux prix  $p_x > 0$  et  $p_z > 0$ . Nous associons à  $T$  les hypothèses suivantes :

[T1]  $T$  est fermé et non vide.

[T2] si  $y \neq 0$ , alors  $x \neq 0$  ou  $z \neq 0$ .

[T3]  $\forall (x, y, z) \in T$ , si  $x < \infty$  et  $z < \infty$  alors  $y < \infty$ .

[T4]  $\forall (x, y, z) \in T$ , soit  $(x', y', z')$

tel que :  $x' \geq x$ ,  $y' \leq y$ ,  $z' \geq z$ ,

alors  $(x', y', z') \in T$  (libre disposition).

[T5]  $x(y) = [(x, z); (x, y, z) \in T]$  est strictement convexe.

Nous supposons, à titre d'exemple, que le producteur minimise le coût associé aux facteurs variables en vue d'obtenir  $y$  conditionnellement à la disponibilité des facteurs fixes  $z$  :

$$\begin{cases} \text{Min } p_x^1 \cdot x \\ x \\ (x, z) \in x(y) \end{cases} \quad (1)$$

[T1] assure l'existence de solutions pour (1) ce qui amène à définir la fonction de coût restreint :

$$CR(p_x, y, z) = \text{Min } [p_x^1 \cdot x; x \in x(y, z)]$$

Celle-ci est non négative, non décroissante, linéaire, homogène, concave et continue en  $p_x$  (Diewert, 1982). Elle permet, par ailleurs, de décrire de manière exhaustive la technologie hicksienne de court terme utilisée; autrement dit :

$$[x \geq 0; p_x^1 \cdot x \geq CR(p_x, y, z), p_x > 0] \equiv [x; (x, y, z) \in T] \quad (2)$$

Cette égalité traduit la dualité restreinte existant entre  $T$  et la fonction de coût; elle nécessite l'hypothèse [T5] de convexité dont le caractère strict implique que  $CR(p_x, y, z)$  est continûment différentiable par rapport aux prix des facteurs. Cette propriété permet, en quelque sorte, d'extraire, sous une forme mesurable, l'information sur la technologie détenue par  $CR(p_x, y, z)$  et cela en utilisant tout d'abord le lemme de Shephard:

$$(\partial CR / \partial p_i) = \bar{x}_i(p_x, y, z) \quad i = 1, \dots, n$$

$\bar{x}_i$  étant la solution pour le facteur  $i$  de (1)

La double différentiabilité de  $CR(p_x, y, z)$  par rapport à  $p_x$ ,  $y$  et  $z$ , nécessite des hypothèses de différentiabilité sur la frontière de production (Mac Fadden, 1978; Guesnerie, 1980). Leur adoption fournit d'autres mesures sur la technologie (économies d'échelle, élasticités de substitution) mais également sur le déséquilibre factoriel.

En vue d'aborder ce dernier point, rappelons tout d'abord que, avec l'hypothèse [T4] de libre disposition des biens,  $CR(p_x, y, z)$  est non croissante. De plus, avec [T5], cette même fonction est convexe et continue en  $z$  (Diewert, 1973). Posons alors en tout point  $(p_x, y, z)$ :

$$\bar{p}_b = - [\partial CR / \partial z_b] \quad b = n + 1, \dots, N \quad (3)$$

$\bar{p}_z = (\bar{p}_{n+1}, \dots, \bar{p}_N)$  est le vecteur des prix duaux des facteurs fixes;  $CR(p_x, y, z)$  étant non croissante en  $z$ ,  $\bar{p}_b$  est positive ou nulle et représente la diminution marginale du coût restreint consécutive à un accroissement marginal de la quantité de facteur fixe  $z_b$ . Par ailleurs, sur le sentier d'expansion global correspondant à la minimisation de l'ensemble des facteurs  $x$  et  $z$ , le vecteur des prix duaux s'identifie au vecteur-prix observé  $p_z$ . En effet, la fonction de coût total associée,  $CT(p_x, y, p_z)$  est reliée à  $CR(p_x, y, z)$  par l'égalité suivante:

$$CT(p_x, y, p_z) = CR(p_x, y, z^*) + p_z^* \cdot z^* \quad (4)$$

$z^* = (z_{b+1}^*, \dots, z_N^*)$  désignant la solution pour  $z$  du programme de minimisation de l'ensemble des facteurs.

Par dérivation de (4), il vient;

$$0 = [\partial CR / \partial z_b] + p_b \quad b = n + 1, \dots, N$$

d'où, en substituant (3):

$$\bar{p}_b(p_x, y, z^*) = p_b \quad b = n + 1, \dots, N \quad (5)$$

L'expression (5) constitue un système de  $N - n$  équations dont la résolution détermine les niveaux optimaux de long terme  $z_b^*$ .

À l'inverse, un écart entre  $\bar{p}_b$  et  $p_b$  caractérise un déséquilibre factoriel. Considérons, à titre d'illustration, le cas d'un seul facteur fixe  $z_n$  et supposons que l'on observe.

$$\bar{p}_b(p_x, y, z) < p_b$$

ce qui est équivalent, d'après (3) et (5), à:

$$[\partial CR(p_x, y, z_b)/\partial z_b] > [\partial CR(p_x, y, z_b^*)/\partial z_b] \quad (6)$$

$CR(p_x, y, z_b)$  est convexe en  $z_b$ ;  $[\partial CR/\partial z_b]$  est donc croissante en  $z_b$ , d'où d'après (6) :

$$z_b > z_b^*$$

Par conséquent, un prix dual du facteur fixe  $z_b$  inférieur au prix observé  $p_b$  traduit un excès de ce facteur relativement à une situation d'équilibre de long terme. La connaissance de la fonction de coût restreint, avec le corps d'hypothèses  $T1$  à  $T5$ , suffit à préciser le déséquilibre factoriel et à déterminer les niveaux optimaux  $z_b^*$ ; de plus, les relations entre matrices hessiennes de  $CR(p_x, y, z)$  et  $CT(p_x, y, p_z)$ , établies par Lau (1976), permettent de caractériser également les relations factorielles dans le long terme.