Gestion bioéconomique d'une population et environnement

L'écrevisse *Procambarus clarkii*

Rui JUNQUEIRA LOPES
Philippe MICHEL
Gilles ROTILLON

Cahiers d'économie et sociologie rurales, n° 29, 1993

Rui JUNQUEIRA LOPES*, Philippe MICHEL**, Gilles ROTILLON***

Bioeconomic management of a species and environment. The* Procambarus clarkii *crayfish

Summary – Procambarus clarkii *is a crayfish originating from North-East Mexico and from the Center and the South of the USA. It has spread throughout the world, except for Australia and Antartica. This species is characterized by a great faculty for adapting itself to environment fluctuations and by a huge propensity to reproduce. It is to be found in particularly dense concentrations in damp cultivated zones. In Europe, it is notably found in Portugal and in South-West France.*

Fished for its culinary qualities, Procambarus clarkii *is actually a final consumer product, in cooked, deep freezed or raw form. But it is also an intermediate consumer product, entering as an input in the pet industry and pharmaceuticals, or in the preparation of fish bait. It is a renewable resource, and, as any another resource of that kind, it has to be seen in terms of optimal extraction.*

However, the rapid growth of this species is also the cause of dramatic environment damage. Present in field irrigation networks, it provokes, by digging the ground, damage to or even the destruction of agricultural crops near the lakes it lives in.

Hence, this species is of twofold interest, first, for its economic exploitation and secondly, for the damage it causes to the environment. Thus, we propose three simple models to examine the problem of bioeconomic management of Procambarus clarkii. *The first model is concerned only with optimal extraction of the resource and the others deal with the two dimensions quoted above: economic exploitation and environmental damage. For all these models, we characterize optimal policies of quotas and examine their properties according to the initial size of the population.*

Key-words:
renewable resource, externality, bioeconomic model, quota

Gestion bioéconomique d'une population et environnement. L'écrevisse *Procambarus clarkii*

Résumé – La croissance rapide de l'écrevisse *Procambarus clarkii* oblige à la contrôler, pour éviter des dégats trop importants dans les terrains cultivés, où elle se répand par le biais des réseaux d'irrigation. Ce contrôle se fait en permettant la pêche récréative dans les lacs où se reproduit cette espèce. Nous proposons alors des modèles simples permettant de définir une politique de quotas qui évite à cette population de dépasser le seuil au-delà duquel les dégats causés aux cultures ne seraient plus acceptables. Nous caractérisons les politiques optimales de quotas et examinons leurs propriétés en fonction de la taille initiale de la population.

Mots-clés:
ressource renouvelable, externalité, modèle bio-économique, quota

* *Université d'Evora, R.Duques de Cadaval, 7000 Evora, Portugal.*
** *Université de Paris I, 1 place du Panthéon, 75005 Paris.*
*** *Université de Paris X-Nanterre, 200 av. de la République, 92001 Nanterre cedex.*

LE *Procambarus clarkii* est une espèce d'écrevisse, originaire du Nord-Est du Mexique et du Centre et du Sud des États-Unis (Huner, 1981) et maintenant répandue pratiquement sur tout le globe à l'exception de l'Australie et de l'Antarctique (Huner, 1981 ; Laurent, 1986 ; Hobbs, 1989). Son pouvoir d'adaptation à de grandes fluctuations de l'environnement se caractérise par la survie dans des systèmes assez différents du point de vue biologique et par une énorme capacité de reproduction. Elle vit en particulier près de barrages destinés essentiellement à l'irrigation de terrains cultivés. Mais en creusant le sol, elle provoque des dommages, ou même la destruction des cultures agricoles pratiquées sur les terrains voisins des barrages (Adao & *alii.*, 1990). Elle accède à ces surfaces surtout par le biais des canaux d'irrigations, leur engorgement étant même parfois constaté pendant l'arrosage. On observe d'ailleurs aussi des dommages sur des terrains maraîchers, et ce à travers le sol, mais les dégâts sont néanmoins beaucoup plus graves sur les terrains irrigués que sur les terrains cultivés au sec.

Le nombre de régions où ce phénomène est déjà considéré comme un fléau est en augmentation et fait l'objet de réglementations appropriées ayant pour but d'en empêcher la prolifération et la dissémination.

La croissance rapide de cette espèce oblige donc à la contrôler, pour éviter que les dégâts qu'elle commet en se répandant dans les champs cultivés ne soient trop importants. C'est d'autant plus indispensable que les agriculteurs, qui ont maintenant pris conscience des risques, menacent de se défendre en utilisant massivement des pesticides extrêmement destructeurs des espèces piscicoles et très nocifs pour les oiseaux, substituant ainsi un déséquilibre écologique à un autre.

Pour permettre ce contrôle, les canaux d'irrigation peuvent être équipés de systèmes de capture automatique en utilisant avec quelques adaptations, les appareils hydrométriques ou électriques destinés à la rétention des rameaux, feuilles, algues,.... qui peuvent d'ordinaire gêner le fonctionnement normal du réseau d'irrigation. Toutefois ces moyens peuvent se révéler insuffisants et les gestionnaires ont alors la possibilité d'autoriser la pêche dans le lac près du barrage.

Cette pêche est pratiquée dans le cadre d'activités récréatives mais celles-ci sont généralement insuffisantes et il faut alors mettre en poste des fonctionnaires au barrage. En fixant des quotas, les gestionnaires peuvent en faire ainsi une véritable variable de contrôle, ce qui n'est pas le cas du système de capture dans les canaux, qui, fonctionnant automatiquement, a un rendement qui dépend de la taille de la population d'écrevisses.

Enfin, le problème posé par la gestion de cette espèce a une autre dimension économique que celle du coût des dommages causés, dans la mesure où le produit de la capture, que ce soit dans les canaux ou près du barrage, est vendu sur le marché, permettant ainsi aux gestionnaires de compenser au moins en partie les dépenses en personnel nécessaires à l'entretien des canaux et à la surveillance des abords du barrage. Le *Procambarus clarkii* est en effet à la fois un produit de consommation finale, frais ou en conserve, et un produit de consommation intermédiaire qui intervient dans la fabrication d'aliments pour animaux, de médicaments ou d'amorces pour la pêche.

Il y a donc un arbitrage à faire entre la destruction de l'espèce pour combattre ses effets nocifs sur l'environnement et son maintien pour son intérêt économique direct. Le point de vue adopté ici consiste à définir une politique de quotas qui évite à la population d'écrevisses de dépasser le seuil critique au-delà duquel les dégâts causés aux cultures ne seraient plus acceptables. A notre connaissance, il n'existe pas d'études économiques de ce problème, en partie, sans doute, à cause de sa relativement récente actualité, particulièrement en Europe[1].

Notre première partie est consacrée à la description des caractéristiques biologiques et économiques du problème, illustrée par le cas du Portugal où il semble que la situation soit plus préoccupante que dans les pays voisins. C'est ainsi qu'au printemps 1990, les agriculteurs de la région du Mondego ont eu recours à des pesticides et qu'en 1991, Lisbonne a vu des riziculteurs en colère manifester, ce que ne connaissent pas encore les autres pays européens.

La seconde partie présente un modèle simple de gestion centralisée de cette ressource[2] permettant de définir une politique optimale de quotas prenant seulement en considération la nature renouvelable de la ressource, et donc sans tenir compte de ses effets sur l'environnement. Cette externalité négative est alors étudiée dans une troisième partie où nous réexaminons la politique optimale de la seconde partie. La conclusion revient sur certaines hypothèses et propose des extensions possibles à ce travail[3].

[1] Cet article est la synthèse d'un ensemble de recherches menées par les auteurs et ayant fait l'objet de communications à plusieurs colloques. Nous remercions les participants pour leurs remarques ainsi que les deux lecteurs des *Cahiers d'Economie et de Sociologie Rurales*. Nous restons évidemment responsables des insuffisances éventuelles qui peuvent encore subsister dans cet article.

[2] Voir Clark (1976) pour une bonne introduction à cette littérature.

[3] Afin de garder à ce texte un caractère peu technique, nous ne présentons pas de démonstrations détaillées des divers résultats présentés, renvoyant le lecteur aux papiers indiqués en référence (Junqueira *& alii* 1992, 1993). Toutefois, nous indiquons dans ses grandes lignes la résolution du modèle 2 en annexe.

LES DONNÉES BIOLOGIQUES ET ÉCONOMIQUES

Il existe plus de 350 espèces d'écrevisses dans le monde, qui occupent des biotopes variés depuis les eaux tropicales jusqu'aux lacs de montagne (on en trouve à 2200 m d'altitude) et aux régions polaires. Parmi ces espèces, le *Procambarus clarkii* est la plus recherchée. En 1985, dans les marais de Louisiane où cette espèce est contrôlée rigoureusement, les captures atteignent 55000 tonnes par an, soit 85% du marché mondial. La seule reproduction naturelle de l'espèce permet une capture moyenne supérieure à 200 kg/hab/an; quant à l'élevage, il autorise des récoltes (couplées avec du riz) de 1 tonne/ha/an (Roqueplo, Hureaux de, 1989).

Son introduction au Portugal date de 1979, où on la repère dans le fleuve Caia, appartenant au bassin hydrographique du fleuve Guadiana, certainement en provenance des terrains voisins du sud de L'Espagne, sans que l'on sache si cette introduction est naturelle ou le fait de l'homme (Ramos, Pereira, 1981).

A partir de ce bassin hydrographique, en 1986, l'espèce était disséminée dans le sud du Portugal, notamment dans les cultures de riz près de Elvas, la frontière espagnole, mais aussi dans le bassin du Tage et en 1987 on la signale dans la région du Baixo Mondego, au centre du pays (Marques, Anastacio, 1988).

Depuis 1989, on est dans une phase d'expansion très accélérée, caractérisée tant par l'élargissement de ses aires de distribution que par le prolongement de sa période de reproduction (Adao, Morais, Pinto, 1990). Aujourd'hui, sa culture est interdite et l'augmentation de ses aires n'est plus due qu'à des introductions sauvages, mais l'espèce n'est néanmoins pas soumise à un contrôle rigoureux permettant de limiter son expansion.

Cette expansion s'explique par le mode de reproduction de l'espèce. Une femelle d'une longueur minimale d'environ 5 cm, atteinte en 6 à 12 mois, donne entre 200 et 750 œufs selon sa taille. Dans de bonnes conditions, le vitesse de croissance de cette espèce est assez impressionnante. Des mesures faites à Bordeaux, sur un lot de jeunes écrevisses maintenues à 20-22° C montrent que, 2 mois après l'éclosion, la taille moyenne est déjà de 3 cm, les individus les plus grands pouvant atteindre 6 cm. Enfin, l'augmentation de la température provoque un accouplement supplémentaire, ce qui fait trois reproductions par an au lieu de deux normalement.

Il s'agit donc d'une espèce rapidement proliférante et, de plus, très résistante. Il a fallu 15 mois de sécheresse dans le sud de l'Espagne pour observer les premiers cas de mortalité. Pendant ces périodes, le *Procambarus clarkii* creuse les terrains jusqu'à un mètre de profondeur. De plus, ce n'est qu'au bout de cinq jours de séjour dans des atmosphères pauvres en oxygène (0,5 mg/l) que les individus les plus faibles (les plus jeunes) commencent à mourir. Enfin, l'espèce résiste à tous les traitements à base de pesticide s'il sont appliqués à des doses normales.

Cette expansion rapide et ce mode d'habitat expliquent les dommages causés aux cultures. Le Japon, Hawaï, les États-Unis, l'Espagne subissent des dommages, en particulier dans les rizières. Aux États-Unis, les remises en état de certaines cultures ont entraîné des dépenses globales annuelles de 250 000 $. La seule estimation connue pour l'instant au Portugal, pour la région du Mondego, porte sur 2 700 $/ha. Même si on peut penser qu'elle est surestimée, car émanant des cultivateurs concernés, elle n'en indique pas moins un ordre de grandeur non négligeable au niveau d'une exploitation agricole.

LA GESTION OPTIMALE DE LA RESSOURCE SANS EXTERNALITÉ

On note $q(t)$ la population d'écrevisses à la date t et $F(q)$[4] sa fonction de reproduction naturelle. La quantité d'écrevisses capturées automatiquement dans les canaux d'irrigation est simplement fonction de $q(t)$ et on notera $c(q)$ cette quantité. On suppose un rendement marginal décroissant de la capture automatique lié à l'engorgement croissant avec la taille de la population.

Quand la taille de la population est "faible", on fait l'hypothèse que sa reproduction naturelle se fait plus rapidement que la capture dans les canaux. Enfin, il y a une limite à la capture dans les canaux, inférieure à la reproduction maximum de la population, sinon il n'y aurait pas vraiment de problème de contrôle de l'espèce.

Sous ces hypothèses, la figure 1 représente les fonctions $F(q)$ et $c(q)$. On note $q^{\#}$ la taille de la population pour laquelle $F(q) = c(q)$.

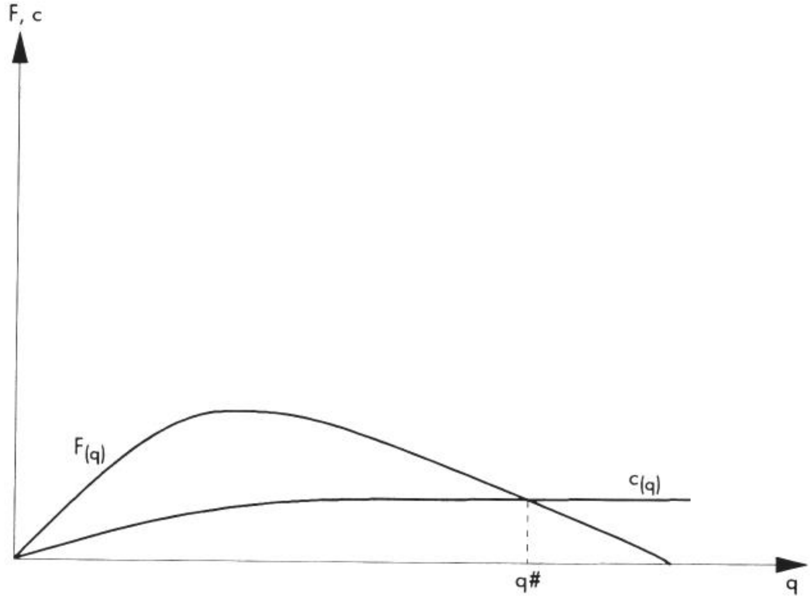
Outre le système de capture automatique dans les canaux, les gestionnaires peuvent recourir à une politique plus souple de quota, en permettant l'accès au lac de retenue à des pêcheurs. On notera $b(t)$ la quantité d'écrevisses que les gestionnaires souhaitent voir capturée à la date t et pour laquelle ils donnent le droit de pêcher. On a $0 < b < b^m$ où b^m est le quota maximum possible déterminé de façon exogène, par exemple pour des raisons biologiques liées à la reproduction de l'espèce. Au Portugal, la *portaria* 207/90[5], s'appuyant sur la *portaria* 223/88 qui classe le *Procambarus clarkii* comme une espèce proliférante et agressive, élargit

[4] On omettra la variable t chaque fois qu'il n'y a pas risque de confusion.

[5] Une *portaria* est un arrêté ministériel.

les zones de pêches possibles en autorisant la capture dans des lieux où la pêche normale est interdite.

Figure 1.
Fonction de reproduction naturelle et capture automatique des écrevissses



On en déduit l'équation d'évolution de la population des écrevisses:

$$\dot{q} = F(q) - c(q) - b \qquad q(0) = q_0 \tag{1}$$

Les écrevisses capturées, que ce soit dans les canaux où dans le lac de retenue sont vendues par les gestionnaires au prix de marché p, que nous poserons égal à 1 par convention. Ces recettes couvrent ainsi une partie des frais de fonctionnement du barrage (entretien du système d'irrigation, surveillance du lac...) qui sont essentiellement composés des salaires des fonctionnaires attachés au barrage et qui sont donc des coûts fixes. Les gestionnaires doivent donc simplement chercher à maximiser leurs recettes actualisées au taux δ, ce qui conduit au modèle suivant:

$$\text{Max} \int_0^{+\infty} e^{-\delta t}(c(q) + b)dt \qquad \text{(modèle 1)}$$

$$\dot{q} = F(q) - c(q) - b \qquad q(0) = q_0$$

$$0 \leq b \leq b^m$$

Il s'agit là d'un problème de contrôle optimal standard, pour lequel on introduit une variable adjointe $\pi(t)$ associée à l'équation d'évolution (1).

Cette variable a la dimension d'un prix et s'interprète comme la valeur d'une unité de ressource non encore capturée. Ce n'est donc pas un prix de marché, aussi a-t-on l'habitude de le désigner comme le prix "implicite" *(shadow price)* de la ressource à la date t et d'en faire un indicateur de sa rareté relative.

Du fait de la linéarité du problème par rapport à la variable de contrôle h, on a une solution de type "bang-bang" donnée par:

$$\begin{array}{ll} h^* = h^m & \text{si } \pi < 1 \\ 0 \leq h^* \leq h^m & \text{si } \pi = 1 \\ h^* = 0 & \text{si } \pi > 1 \end{array} \qquad (2)$$

afin d'atteindre la solution optimale de long terme $\pi = 1$, $q^* = F'^{-1}(\delta)$

L'interprétation économique de ce résultat est la suivante:

Si la taille initiale de la population q_0 est égale à q^*, il est indifférent pour le gestionnaire de laisser l'écrevisse "marginale" dans le lac ou de la pêcher pour la vendre sur le marché, puisque le rendement des deux options est le même, π étant alors égal à 1. De plus, en choisissant le quota optimal $h^* = F(q^*) - c(q^*)$ le niveau q^* est soutenable indéfiniment.

Il y a évidemment peu de chance pour que q_0 soit justement égal à q^*, aussi la solution précédente est-elle peu probable et on doit distinguer deux cas selon la valeur de q_0:

– si $q_0 < q^*$, l'écrevisse est relativement rare et son prix implicite est supérieur au prix de marché: le système automatique de capture est suffisant pour éviter une croissance trop forte de la population qui augmente régulièrement et tend vers q^*. Il est donc inutile de recourir à une ponction supplémentaire dans le lac, d'où le quota optimal $h^* = 0$.

– si $q_0 > q^*$, la situation est inversée, l'écrevisse est trop abondante, son prix implicite est inférieur à son prix de marché et le système automatique peut être insuffisant pour réduire la taille de la population à son niveau optimal de long terme q^*. Il est donc nécessaire d'autoriser l'accès du lac aux pêcheurs, le quota optimal étant le plus élevé possible, soit h^m.

La solution donnée par notre modèle est ainsi très simple et demande pour être opérationnelle d'avoir juste une bonne estimation de q_0 et de q^*. Au Portugal, le *Procambarus clarkii* a été introduit par l'homme, on peut donc déterminer les tailles initiales des populations dans les différentes régions concernées et il suffit alors de connaître la fonction de reproduction naturelle $F(q)$ pour avoir une estimation de q_0 au moment où des préoccupations gestionnaires se font jour. Quant à q^*, il dépend de $F(q)$ et de δ. On voit donc que les données du problème à résoudre se limitent à la connaissance de la fonction de reproduction naturelle, ce qui relève d'études biologiques, et au choix d'un taux d'actualisation, sachant que plus ce taux est élevé, plus q^* sera faible et donc plus on aura de chances d'avoir une politique de quota optimal égal à b^m.

LA GESTION DE LA RESSOURCE AVEC EXTERNALITÉ

Il s'agit maintenant de considérer un planificateur central qui doit tenir compte à la fois de l'intérêt économique de la ressource, au travers des recettes $R(y)$ que procurera la vente de la ressource sur le marché et des dégâts $D(q)$ causés par une quantité q de ressource à l'environnement.

La fonction de recette est $R(y) = p(y).y$ (supposée croissante et concave), qui représente la quantité vendue sur le marché et $p(.)$ étant la fonction de demande inverse. Quant aux dégâts $D(q)$, nous supposerons qu'ils sont quadratiques, soit $D(q) = \frac{1}{2} dq^2$.

Le contrôle de la ressource s'effectue toujours grâce au réseau d'irrigation mis en place à partir des lacs où se développe l'espèce en les équipant d'un système de capture automatique dont le rendement $c(q)$ croît avec la quantité d'écrevisses ($c' > 0$). On note ici $u(t)$ le quota autorisé à la date t. La capture étant encore supposée sans coût dans la mesure où il est possible de recourir aux fonctionnaires chargés de l'entretien des réseaux d'irrigation ou à des pêcheurs non professionnels pratiquant cette activité pendant leurs loisirs. Ainsi, la quantité vendue sur le marché est la somme des quantités capturées automatiquement et pêchées, soit $c(q) + u$.

Sans intervention humaine, la ressource se reproduit à un rythme défini par l'équation $\dot{q} = F(q)$, où $F(q)$, la fonction de reproduction naturelle est supposée égale à $aq - \frac{1}{2} bq^2$ (6).

L'objectif de planification est la maximisation des revenus calculés comme la valeur des recettes associées à la gestion du stock de ressource, nettes des coûts causés à l'environnement et actualisées au taux δ, d'où :

$$\mathrm{Max}_u \int_0^{+\infty} e^{-\delta t} \left[R(c(q) + u) - D(q)\right] dt \qquad \text{(modèle 2)}$$

$$\dot{q} = F(q) - c(q) - u$$

Il s'agit toujours d'un problème de contrôle optimal, mais cette fois-ci, il n'est plus linéaire par rapport à la variable de contrôle u et, si la solution optimale de long terme va encore consister à rejoindre un état stationnaire (dont on peut montrer l'unicité et la stabilité), elle n'est plus de type "bang-bang".

(6) La limite $\dot{q}/q$ étant égale à a quand q tend vers 0, on peut interpréter a comme le taux de croissance intrinsèque de la ressource, caractéristique de l'espèce en question. On supposera par la suite que $a > \delta$.

L'interprétation économique de ce résultat est en fait très semblable à la précédente :

– si $q_0 < q^*$, la ressource est rare, il convient donc de lui accorder un prix implicite élevé, qui va diminuer à mesure que le stock de ressource se rapproche de l'équilibre stationnaire, les enchaînements étant inversés si $q_0 > q^*$. Au-delà de cette description qualitative très générale, nous n'avons toutefois pas d'information sur l'évolution du contrôle optimal le long des trajectoires de long terme. On peut préciser cependant ce qui se passe près de l'équilibre stationnaire (q^*, π^*) en étudiant la solution optimale au voisinage de l'équilibre stationnaire.

En fait, tout dépend de l'importance de la "prise marginale automatique" $c'(q)$.

Si elle est "faible", alors, à proximité de l'état stationnaire q^*, le quota optimal $u(t)$ est du signe de $q^* - q(t)$ et il est du signe opposé si la prise marginale est "élevée". Ce résultat implique une indétermination sur la fixation du quota si on ne peut pas estimer avec suffisamment de précision le stock $q(t)$ d'écrevisse en t.

On peut toutefois avoir plus d'information sur la politique optimale en envisageant le problème sous l'angle d'une gestion régionale de la ressource, ce que nous allons faire maintenant.

UNE GESTION RÉGIONALE AVEC EXTERNALITÉ

Dans ce cas, on peut considérer que la quantité vendue n'a pas d'influence sur le prix, autrement dit, que la fonction de recette est linéaire et égale à $c(q) + u$ en normalisant le prix à 1. On supposera dans la suite que $c(q) = 1/2\ c\, q^2$ et que de plus $c < a$ et $d > c$. La première inégalité est justifiée par le fait que la ressource se reproduit beaucoup plus vite qu'elle n'est capturée dans le système automatique mis en place dans le réseau d'irrigation, au moins pour de faibles valeurs de q, a étant le taux de reproduction intrinsèque de la ressource (égal à $F'(0)$) et la seconde signifie que les dégâts sont trop importants pour être éliminés par le seul jeu du système de capture automatique puisque le dégat marginal dq est toujours supérieur à la prise marginale cq. Enfin on suppose que u est astreint à rester dans l'intervalle $[u', u'']$, où $u' < 0$ et $u'' > 0$.

Dans ces conditions, on obtient :

$$\mathrm{Max}_u \int_0^{+} e^{-\delta t}\,[1/2\ cq^2 + u - 1/2\ dq^2]\,dt \qquad \text{(modèle 3)}$$

$$\dot{q} = aq - 1/2\ bq^2 - 1/2\ c\,q^2 - u$$

Sous ces hypothèses, le problème redevient linéaire par rapport à u et on retrouve une politique optimale $u*$ de type "bang-bang" comme dans le modèle 1 :

$$\begin{array}{ll} u^* = u' & \text{si } \pi > 1 \\ u^* = u'' & \text{si } \pi < 1 \\ u' \leq u^* \leq u'' & \text{si } \pi = 1 \end{array} \qquad (2)$$

L'interprétation économique en est tout à fait identique à celles qui ont déjà été faites plus haut, où, quand $\pi > 1$, la ressource est rare et on rejette des écrevisses pour faire remonter le stock ($u* = u' < 0$) et, quand $\pi < 1$, elle est trop abondante et on pêche au maximum autorisé par le quota ($u* = u''$).

On peut constater que ces résultats sont très semblables à ceux obtenus avec le modèle 1. La seule différence tient au niveau d'équilibre stationnaire de la ressource qui est ici inférieur. Ceci est dû à la prise en compte, dans le modèle 3, des dégâts causés par la ressource à l'environnement, ce qui a pour effet de diminuer très logiquement le stock d'équilibre. Dans le cas du modèle 2, où la fonction de recette n'est plus linéaire par rapport à la variable de contrôle, la solution optimale n'est pas explicite mais peut néanmoins être décrite en termes qualitatifs, et la nature de l'évolution du quota est précisée au voisinage de l'équilibre en fonction du niveau du stock et de la capture automatique marginale. Au-delà, l'économiste doit céder le pas au biologiste et à l'ingénieur pour pouvoir obtenir des résultats plus précis, notamment grâce à une meilleure connaissance des fonctions F et c.

Bien entendu, la valeur du taux d'actualisation influe également sur la solution. On peut montrer facilement que plus le taux d'actualisation est élevé, c'est-à-dire plus la préférence pour le présent est forte, plus le stock d'équilibre stationnaire est faible et plus le prix implicite de la ressource est élevé. En outre, la capture totale $c(q) + u$ diminue quand le taux d'actualisation augmente. Toutefois, on ne peut, sans hypothèses supplémentaires, connnaître l'évolution du quota optimal.

CONCLUSION

Au terme de ce travail, nous avons montré qu'il était possible de définir des règles de gestion simples pour éviter que le *Procambarus clarkii* ne cause des nuisances trop fortes aux cultures avoisinantes et plus généralement à l'environnement. Toutefois, la simplicité des solutions obtenues pourrait ne refléter qu'un certain simplisme des diverses hypothèses que nous avons été amenés à poser. Aussi allons-nous en conclusion revenir sur certaines d'entre elles.

Que la capture dans les canaux soit bornée semble devoir se passer de justification, mais il n'en est pas de même sur la valeur de la borne elle-même. Nous avons supposé dans le modèle 1 qu'elle est inférieure au maximum de reproduction de la population, ce qui impliquait $q^* < q^\#$. En fait, le point important est de connaître la position de q^* par rapport à $q^\#$, ce qui ne dépend plus de l'hypothèse précédente (qui est donc simplement suffisante) mais du choix du taux d'actualisation.

Nous rappellerons ici pour mémoire que l'hypothèse selon laquelle le quota maximum autorisé b^m est supérieur au maximum par rapport à q de $F(q) - c(q)$ nous semble acceptable dans la mesure où b^m est exogène et peut toujours être choisi de cette manière, un choix différent indiquant qu'on peut se trouver dans des situations où il n'est plus possible de contrôler efficacement la population.

Il reste enfin l'hypothèse illustrée dans la figure 1, selon laquelle la reproduction naturelle de la population se fait plus rapidement que la capture dans les canaux quand le stock de ressource est "faible"[7], qui, elle, est sans doute la plus sensible et implique, dans notre modèle, l'existence d'une seule valeur $q^\#$ pour laquelle $F(q) = c(q)$. L'hypothèse opposée nous conduirait soit à deux intersections soit à aucune. Si le second cas doit sans doute être éliminé, comme le montrent les observations sur l'évolution des écrevisses dans les régions où ces systèmes de capture sont mis en place (cela voudrait dire que le système automatique de capture est tellement efficace que la population ne peut que décroître), le premier nécessite une étude complémentaire.

Quant aux dégâts, nous manquons actuellement d'informations pour en proposer une forme fonctionnelle précise et le choix de la formulation quadratique est surtout dicté par des raisons de commodité, sans toutefois remettre en cause les résultats qualitatifs obtenus.

Par ailleurs, ce travail peut être développé dans au moins deux directions. Au niveau théorique d'une part, il serait intéressant d'étudier le cas où la fonction de dommage dépend non seulement du stock de population q, mais aussi de son rythme de reproduction dq/dt. On peut en effet penser que les dégâts causés à l'environnement seront d'autant plus importants que la ressource se reproduit rapidement. D'autre part, au niveau empirique, une collaboration avec des biologistes travaillant sur cette question devrait être fructueuse en permettant de tester quantitativement nos modèles.

[7] En fait, l'hypothèse précise est $F'(0) > c'(0)$.

BIBLIOGRAPHIE

ADAO (H.), MORAIS (M.), PINTO (P.), 1990 — Expansao de *Procambarus Clarkii* na ribeira do Degebe, 2º Conferencia Nacional sobre a qualidade do ambiante, Lisbonne, vol. 2, pp. 41-45.

CLARK (C.), 1976 — *Mathematical Bioeconomics : the optimal management of renewable resources*, New-York, John Wilety & Sons, 352 p.

HOBBS (H.), JASS (J.-P.), HUNER (J.V.), 1989 — A review of global crayfish introduction with particular emphasis on two Northamerican species, *Crustaceana*, 56, pp. 299-316.

HUNER (J.V.). 1981 — Information about the biology and culture of the red crayfish *Procambarus Clarkii* for fisheries managers in Latin America, *An. Inst. del Mar y Limnol*, Univ. Nat. Autonoma de Mexico, 8, pp. 43-50.

JUNQUEIRA-LOPES (R.), PINTO (P.), ROTILLON (G.), 1993 — La gestion bioéconomique des *Procambarus clarkii* au Portugal, *Estudos de Economia*, vol XII, 3, pp. 269-281.

JUNQUEIRA-LOPES (R.), MICHEL (P.), ROTILLON (G.), 1993 — La gestion bioéconomique des *Procambarus clarkii* et ses effets sur l'environnement, 10e Journées de Microéconomie appliquée, Université de Sfax, 14 p.

LAURENT (P.-J.), 1986 — Especies y distribution, interes de su explotation y mercado, Actas de Jornadas de Estudio del Cangrejo del Rio, *Informes Tecnicos*, 4, pp. 38-66.

RAMOS (A.), PEREIRA (T.), 1981 — Um moro Astacidae para a jauna portuguesa: *Procambarus Clarkii*, *Bol. Inst. Nac. Invest. Pescas*, 6, pp. 37-47.

ROQUEPLO (C.), HUREAUX (N.-D.) de, 1989 — Ecrevisses: le point, *Aqua Revue*, 27, pp. 31-36.

ANNEXE

RÉSOLUTION DU MODÈLE 2

Le hamiltonien du problème est

$$H = R(c(q) + u) - D(q) + \pi[F(q) - c(q) - u],$$

d'où H_q désignant la dérivée partielle du hamiltonien par rapport à q:

$$d\pi/dt = \delta\pi - H_q = \delta\pi - R'c' + D' - \pi(F' - c') \qquad (1)$$

Comme il est toujours possible d'agir sur la capture automatique et de relâcher des écrevisses ainsi capturées, il n'y a pas de restriction à supposer que u est inférieur (puisque l'on peut réaliser $u < 0$).

La maximisation du hamiltonien par rapport à la variable de contrôle u implique donc:

$$R'(c(q) + u) = \pi \qquad (2)$$

Compte tenu des spécifications choisies et du fait que $c(q) + u = R'^{-1}(\pi)$ on obtient le système dynamique suivant:

$$dq/dt = aq - 1/2\, bq^2 - R'^{-1}(\pi)$$

$$d\pi/dt = dq - \pi(a - \delta - bq)$$

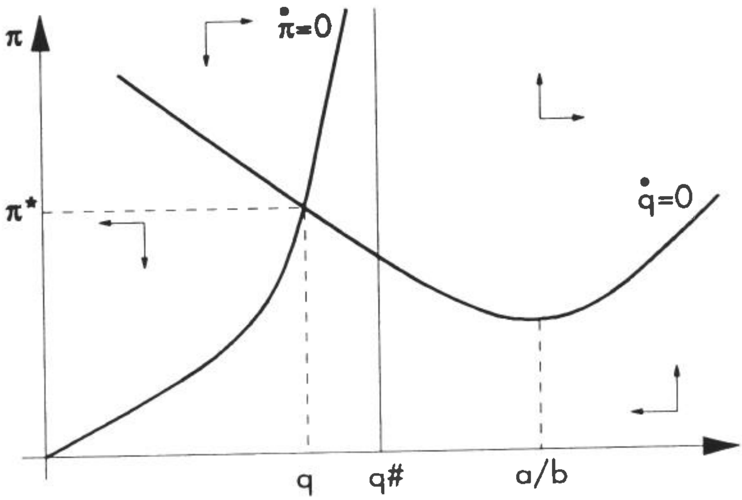
L'équilibre stationnaire est défini par $dq/dt = 0$ et $d\pi/dt = 0$ et on va donc étudier ces deux courbes:

$$d\pi/dt = 0 \text{ est équivalent à } \pi = \phi(q) = dq/(a - \delta - bq)$$

π est positif si $q < q^{\#} = (a - \delta)/b$ qui est l'équilibre stationnaire dans le cas où il n'y a pas de dégâts ($d = 0$). Dans l'intervalle $[0, q^{\#}]$, $\phi(q)$ est croissante et convexe ($\phi' > 0$, $\phi'' > 0$). De plus on a immédiatement $d\pi/dt$ positif ou négatif selon que q est respectivement supérieur ou inférieur à $q^{\#}$.

$dq/dt = 0$ est équivalent à $\pi = R'(F(q)) = R'(aq - 1/2\, bq^2)$ dont la dérivée est $(a - bq)R''$ qui est négative pour $q < a/b$ et positive si $q > a/b$. Enfin, dq/dt sera positif ou négatif selon que $F(q)$ sera respectivement supérieur ou inférieur à $R'^{-1}(\pi)$, soit π supérieur ou inférieur à $R'(F(q))$.

On obtient donc la représentation graphique suivante :



Il est facile de vérifier que l'équilibre stationnaire (q^*, π^*) est bien un point selle en linéarisant le système dynamique à proximité de l'équilibre.

L'interprétation économique du diagramme des phases est celle donnée dans le texte : si $q_0 < q^*$ la ressource est rare et son prix implicite est initialement élevé et va en diminuant à mesure que le stock de ressource se rapproche de l'équilibre stationnaire, les enchaînements étant inversés si $q_0 > q^*$.

Pour préciser ce qui se passe près de l'équilibre stationnaire (q^*, π^*) on doit étudier la solution optimale au voisinage de l'équilibre stationnaire en explicitant les solutions du système linéarisé, ce qui donne :

$$u(t) = R'^{-1}(\pi^* - (\lambda - a + bq^*)\,(q_0 - q^*)\,e^{\lambda t}\,R'') - c(q^* + (q_0 - q^*)\,e^{\lambda t})$$

où λ est la valeur propre négative du système linéarisé.

On en déduit immédiatement que :

$$du(t)/dt = \lambda\,(q_0 - q^*)\,e^{\lambda t}\,[a - bq^* - \lambda - c'(q)]$$

Il y a donc deux possibilités selon que la prise marginale automatique $c'(q)$ est "faible" ou "élevée".

Si $c'(q) < a - bq^* - \lambda$ (prise marginale "faible"), à proximité de q^*, du/dt est du signe de $q^* - q(t)$, alors que si $c'(q) > a - bq^* - \lambda$ (prise marginale "élevée"), à proximité de q^*, du/dt est du signe de $q(t) - q^*$. Il est ainsi nécessaire de pouvoir estimer le stock d'écrevisses en t pour caractériser la politique optimale près de l'équilibre stationnaire.