



***The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library***

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search  
<http://ageconsearch.umn.edu>  
[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

*Papers downloaded from AgEcon Search may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

*No endorsement of AgEcon Search or its fundraising activities by the author(s) of the following work or their employer(s) is intended or implied.*

# Mesure non paramétrique de l'efficacité

*Isabelle PIOT*

**Nonparametric  
efficiency  
measurement**

**Summary** – This paper is a survey of the nonparametric efficiency measure literature. Farrell (1957) was the most influent author on this subject. He first defined a decomposition of the individual efficiency measure in two components: technical efficiency and allocative efficiency. The efficiency measure is based on frontier production function. The latter represents the reference by which observed producer situation can be compared. There is technical inefficiency when observed netput level is different from optimal netput level which is characterised by the frontier production function. There is allocative inefficiency when observed netput proportions are different from those which maximise profit (or minimise costs) for a given price vectors. Both parametric and nonparametric approaches can be used to estimate frontier but we just consider the latter. The nonparametric approach is based on the formal economic definition of a production function. The frontier production function is defined as an envelope of the data which is built using linear programming techniques. By applying Data envelopment analysis (DEA), technical efficiency can be obtained when all inputs or outputs are variables. This paper presents, first, the difference between Farrell's and Koopmans' definition of technical efficiency. Farrell technical efficiency is necessary but not sufficient for Koopmans technical efficiency. Much effort has been directed toward finding solutions to this problem. We present at least three of them : the first one combines the Farrell measure with slacks into a single measure of technical efficiency, the second one replaces the radial Farrell measure with a non radial measure and the latter replaces the radial Farrell measure with an additive measure of slacks. Secondly, this paper presents some extensions of this approach when some hypothesis of DEA are relaxed or when some inputs are supposed to be quasi-fixed. When different return to scale hypotheses are made, various frontier production functions can be build. The comparison between technical efficiency measures defines scale efficiency. Structural efficiency is defined when we compare technical efficiency measure obtained from weak and strong disposal envelopes. Then, the introduction of prices in the data set allows us to define allocative efficiency measure. This part examines the consistency of observed production behaviour with the profit maximisation (or cost minimisation) hypothesis. First, we suppose that producers are price takers. They have same price vectors. Then, price vectors are different for each producer and we introduce the revealed behaviour analysis to define technical and allocative measures. An empirical illustration of DEA method is provided. Data are obtained from the 1990 RICA (FADN) and all farms of the sample are specialised in cereal production.

**Key-words:**  
nonparametric approach,  
technical efficiency,  
allocative efficiency,  
revealed behaviour  
approach

**Mesure non  
paramétrique de  
l'efficacité**

**Mots-clés:**  
approche non  
paramétrique, efficacité  
technique, efficacité  
allocative, approche du  
comportement révélé

**Résumé** – Cet article propose un résumé de la littérature sur la mesure non paramétrique de l'efficacité. Cette dernière est liée au concept de frontière de production qui constitue la référence par rapport à laquelle la situation observée d'un producteur peut être comparée. L'approche non paramétrique ne spécifie aucune forme fonctionnelle pour la frontière et utilise les techniques de programmation linéaire pour envelopper les observations. Dans ce contexte, une définition de la mesure de l'efficacité technique des observations est présentée sur la base de données primaires puis l'introduction de l'environnement prix des agents permet de définir une mesure de l'efficacité allocative. Enfin, à titre d'illustration, la dernière section propose quelques résultats pouvant être obtenus à l'aide de la méthode *Data envelopment analysis* (DEA).

\* Station d'économie et sociologie rurales de l'INRA, 65, rue de Saint-Brieuc, 35042 Rennes cedex.

**L**e qualificatif d'efficace fait référence à une fin qui peut être réalisée plus ou moins complètement. Pour une entreprise dont l'objectif est l'obtention d'un profit tenant compte de ses choix en matière de produits et de facteurs de production, l'efficacité porte essentiellement sur la manière dont cet agent réalise l'objectif comportemental qui le concerne. Lorsque l'on considère la société dans son ensemble, le problème qui se pose est de savoir si elle poursuit un ou plusieurs objectifs et si ces derniers sont différents de ceux de ses membres afin de pouvoir caractériser l'efficacité sociale ou collective. L'efficacité d'un groupe d'individus, qu'il soit restreint à un marché ou qu'il représente toute la société, y est définie en termes de bien-être de chacun de ses membres (Pigou, 1920). Parfois, ces derniers se trouvent en concurrence les uns avec les autres et la recherche du bien-être des uns se fait au détriment de celui des autres. Il est alors difficile de choisir cet objectif comme finalité d'une société. Lorsque les activités économiques résultent d'une coopération entre agents, elles dégagent un surplus distribuable susceptible d'améliorer le sort de toutes les parties concernées. Dans ce cas, l'efficacité collective, aussi appelée «efficacité parétienne», correspond à une situation où il n'est plus possible de dégager de surplus distribuable sans pénaliser un individu.

Dans certains cas, il y a compatibilité entre les notions d'efficacité individuelle et d'efficacité collective. A titre d'exemple, l'efficacité résultant de la recherche d'un profit maximal par un producteur est considérée comme favorable à l'efficacité collective si des conditions de concurrence suffisantes existent sur le (ou les) marché(s) concerné(s) (Tulkens, 1989). Dans les autres situations, la recherche d'une efficacité individuelle contrarie parfois la dynamique d'efficacité collective attendue de telle ou telle politique de régulation. De manière générale, le résultat d'une politique visant l'efficacité collective apparaît fortement dépendant du niveau d'efficacité micro-économique des agents. A titre d'illustration, les externalités résultant de l'utilisation d'intrants azotés peuvent être limitées, voire éliminées, par la seule résorption d'inefficacités techniques individuelles (Vermersch *et al.*, 1993). De manière analogue, une baisse des prix céréaliers constituera pour le producteur une incitation à résorber tout ou partie de ses inefficacités. L'étude de l'efficacité des agents économiques au niveau individuel peut donc contribuer à évaluer plus finement le degré d'efficience tant des politiques environnementales que des politiques de régulation par les prix dans leur objectif d'efficacité allocative.

Cet article propose une revue, non exhaustive, de la littérature sur la mesure non paramétrique de l'efficacité en théorie microéconomique. La mesure de l'efficacité est liée au concept de frontière de production. Cette dernière spécifie les quantités maximales de produits accessibles à partir d'un niveau donné de facteurs ainsi que les quantités minimales de

facteurs nécessaires à l'obtention d'un niveau donné de produits et constitue une référence par rapport à laquelle la situation observée d'un producteur peut être comparée. La mesure de l'efficacité s'est développée en suivant deux directions qui dépendent de la manière dont les différents auteurs ont estimé la frontière de production. La première, ou approche paramétrique, spécifie une forme fonctionnelle pour la frontière et en estime les paramètres à l'aide des méthodes économétriques usuelles. La seconde, ou approche non paramétrique, ne spécifie aucune forme fonctionnelle pour la frontière et utilise les techniques de programmation linéaire pour envelopper les observations. Après un bref rappel historique sur la place de la mesure de l'efficacité dans la théorie microéconomique, nous présenterons l'approche non paramétrique de la mesure de l'efficacité<sup>(1)</sup> avant d'illustrer les résultats pouvant être obtenus à partir d'un échantillon d'exploitations céréalières tiré du Réseau d'information comptable (RICA), pour l'année 1990.

## LA MESURE DE L'EFFICACITÉ

Cette partie propose un historique de la mesure de l'efficacité en privilégiant deux approches: tout d'abord celle de la théorie microéconomique, puis celle de Farrell (1957), auteur ayant eu le plus d'influence sur le sujet, et dont les travaux sont ici présentés et illustrés. Il fut le premier à décomposer l'efficacité individuelle des producteurs en efficacité technique et efficacité-prix.

### Théorie microéconomique et mesure de l'efficacité

La possibilité que des producteurs soient inefficaces a souvent été ignorée, ou occasionnellement reconnue, puis écartée dans la théorie de la production néoclassique. Samuelson (1965) suppose que le producteur alloue avec succès toutes ses ressources d'une manière efficace et privée. L'efficacité est réalisée par rapport aux contraintes imposées par la structure de la technologie de production et des marchés des produits et facteurs d'une part, par rapport au but comportemental attribué au producteur d'autre part; d'où le développement du cadre mathématique de maximisation sous contraintes dans la formulation des comportements économiques. Comme la production est efficace, les contraintes technologiques sont saturées et des hypothèses suffisantes sont faites sur la technologie de production afin de satisfaire les conditions du premier et second ordre de l'optimisation.

---

<sup>(1)</sup> Pour une présentation de l'approche paramétrique de la mesure de l'efficacité, le lecteur peut se référer aux articles de Bauer (1990), Battese (1992) et Greene (1993).

L'approche plus récente de la théorie de la dualité du producteur introduite par Shephard (1953, 1970) ne s'est pas intéressée à la notion d'efficacité. En effet, la théorie de la dualité recherchait des conditions permettant à un ensemble de possibilités de production et à des fonctions à valeurs réelles (comme la fonction de coût) de fournir une caractérisation équivalente de la structure de la technologie de production. Toutefois, une relation restreinte a pu être obtenue lorsque que certaines des hypothèses sur la technologie étaient affaiblies, comme par exemple, celle de convexité globale de l'ensemble de production. Malgré l'affaiblissement des hypothèses, le comportement décrit est toujours supposé optimal; il coïncide avec celui postulé par l'économiste car l'on raisonne toujours dans un contexte de production efficace en présence de prix strictement positifs.

Cependant, la production, les coûts de production et les profits peuvent être différents d'une entreprise à l'autre, et même entre des firmes ayant des processus de production similaires. Au delà des caractéristiques physiques et technologiques, des différences peuvent exister dans l'utilisation des facteurs et la mise en œuvre du processus productif et largement influencer le niveau de performance des entreprises. Il est donc nécessaire, pour comprendre l'efficacité d'un système économique, d'étudier les causes de succès ou d'échec de la recherche individuelle d'un objectif.

Les premières études de l'efficacité, dite technique, des producteurs ont été réalisées par Koopmans (1951) et Debreu (1951). Koopmans propose une définition de l'efficacité dans une logique parétienne: s'il est technologiquement impossible d'augmenter un output et/ou réduire un input sans simultanément réduire au moins un autre output et/ou augmenter au moins un autre input, le plan de production choisi par la firme est techniquement efficace. Debreu est le premier à offrir une mesure de cette efficacité avec le « coefficient d'utilisation des ressources ». Ce dernier calcule la réduction équipropportionnelle maximale de tous les inputs permettant la production continue des outputs existants. Pour l'auteur (1951, p. 273), ce coefficient fournit une évaluation numérique de la perte associée à une situation non optimale au sens de Pareto.

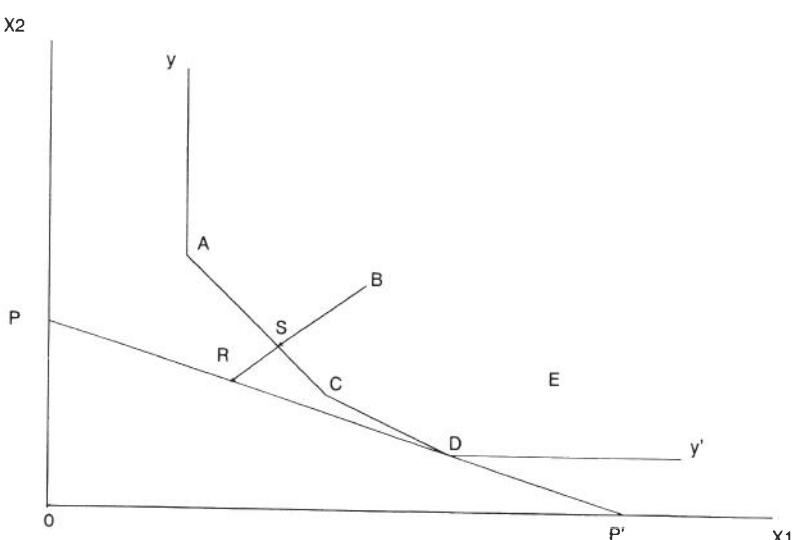
Cependant, Farrell (1957) est le premier auteur à proposer une division de l'efficacité privée en deux composantes: l'efficacité technique et l'efficacité-prix. L'efficacité technique, inspirée du coefficient d'utilisation des ressources de Debreu (Farrell, 1957, p. 254), existe quand un output donné est produit avec les plus petites quantités de facteurs techniquement possibles. Elle mesure la manière dont la firme choisit les quantités d'inputs entrant dans le processus de production, quand les proportions d'utilisation des facteurs de production sont données. L'efficacité-prix, ou efficacité par rapport aux prix des facteurs de production, évalue la façon dont l'entreprise choisit les proportions des différents inputs par rapport aux prix proposés par le marché supposé concurrentiel. Cette mesure décrit comment les firmes allouent leurs ressources productives pour produire un niveau donné de biens; c'est pourquoi le

terme d'efficacité allocative est employé par de nombreux auteurs pour désigner l'efficacité-prix de Farrell.

## Approche de Farrell et mesure de l'efficacité

Les principes de base de l'approche de la mesure de l'efficacité privée des producteurs proposée par Farrell sont illustrés par la figure 1 (Farrell, 1957, p. 254). L'isoquant  $yy'$  présente les différentes combinaisons des facteurs 1 et 2 qu'une firme parfaitement efficace peut utiliser pour produire une unité d'output. Les facteurs de production réellement utilisés par deux firmes produisant une unité de produit peuvent se situer aux points  $B$  et  $S$ . Les deux entreprises utilisent les mêmes proportions de facteurs  $x_1/x_2$ , mais la firme  $S$  produit l'output unitaire avec  $OS/OB$  de moins de chaque facteur que la firme  $B$ . Le ratio  $OS/OB$  mesure l'efficacité technique de  $B$ . L'entreprise  $S$  est dite techniquement efficace, comme les firmes  $A$ ,  $C$  et  $D$  qui se situent sur l'isoquant  $yy'$ . Les autres points comme  $B$  et  $E$  constituent le sous-ensemble techniquement inefficace de l'ensemble des observations. La mesure de l'efficacité technique de  $B$  est comprise entre 0 et 1, elle porte sur les inputs. En effet, elle correspond au ratio de la meilleure utilisation des facteurs au niveau d'utilisation observé sans modification des proportions  $x_1/x_2$ .

Figure 1.  
Mesures de l'efficacité de Farrell



En supposant que les marchés de tous les facteurs sont compétitifs, les prix relatifs des inputs 1 et 2 peuvent être représentés par la droite d'isocoût  $PP'$ . Cette dernière indique le coût minimum de production d'une unité d'output au point de tangence entre la droite  $PP'$  et l'isoquant  $yy'$  (le point  $D$  sur la figure 1). Par un déplacement le long de la droite d'isocoût, le point  $R$  a le même coût que le point  $D$  et l'efficacité-

prix est décrite par le ratio  $OR/OS$ . Le point  $S$  situé sur l'isoquant conduit à une utilisation des ressources productives plus coûteuse qu'en  $R$ , car pour que  $S$  se situe sur la droite  $PP'$ , un déplacement de celle-ci vers le haut est nécessaire, ce qui correspond à un coût d'utilisation des facteurs 1 et 2 plus grand. Donc, la longueur  $RS$  représente la mesure de l'inefficacité-prix, c'est-à-dire le coût résultant d'une utilisation des facteurs dans des proportions non optimales pour le système des prix observés.

Enfin, la mesure de l'efficacité individuelle du producteur  $B$  est donnée par  $OR/OB$ , ce qui correspond au produit de l'efficacité technique et de l'efficacité-prix :

$$OR/OB = (OS/OB * OR/OS)$$

Farrell a aussi proposé une mesure portant sur les outputs, mise en œuvre par Timmer (1971). Cette mesure correspond au ratio de l'output observé à l'output optimal pour un niveau donné d'inputs. Elle coïncide avec la mesure en inputs lorsque la technologie présente des rendements d'échelle constants.

L'étude de Farrell se restreint à une technologie monoproduit à rendements d'échelle constants et les mesures proposées se font le long d'un rayon issu de l'origine dans l'espace des facteurs de production. Ces caractéristiques radiales découlent directement de la définition de l'efficacité de Farrell qui recherche un point situé sur l'isoquant, ayant des proportions d'utilisation de facteurs similaires à celles de la firme dont on mesure l'efficacité. Les limites de l'approche de Farrell pour la mesure de l'efficacité de technologies plus complexes ont conduit à différents développements. Tout d'abord, en 1962, Farrell et Fiedhouse étendent l'approche initiale de Farrell à une technologie de production moins restrictive admettant des rendements d'échelle croissants tout en conservant le cadre monoproduit. Charnes, Cooper et Rhodes (1978) vont définir un ratio d'efficacité technique permettant de convertir une situation multiproduits en une situation monoproduit fictive. Cette approche appelée *Data envelopment analysis* (DEA) permet d'étendre les mesures de Farrell à un contexte multiproduits, mais en présence d'une technologie à rendements d'échelle constants. C'est en 1984 que Banker, Charnes et Cooper vont développer des axiomes permettant la mesure de l'efficacité d'une technologie multiproduits à rendements d'échelle variables. Toutefois, toutes ces extensions conservent le caractère radial des mesures. Tout en conservant la décomposition de l'efficacité technique et allocative, Färe et Lovell (1978) ont présenté des mesures non radiales permettant des réductions de facteurs et/ou des augmentations de produits non équiproportionnelles. Cette approche sera étendue au cas multiproduits par Färe, Lovell et Zieschang (1983).

L'approche présentée ici fait souvent référence à la frontière de production ( $yy'$  sur la figure 1) comme à une situation optimale par rapport

à laquelle la situation observée de chaque firme est comparée. L'écart existant fournit le niveau d'efficacité individuelle estimé. Parallèlement à la mesure de l'efficacité, les auteurs se sont intéressés au concept de frontière de production comme outil de mesure et d'analyse de l'efficacité. Ce dernier caractérise la meilleure utilisation des facteurs dans le processus de production. Toute variation par rapport à cette « limite » est interprétée comme étant une inefficacité. Deux approches ont été utilisées pour l'estimation de ces frontières de production sous l'impulsion de Farrell qui, dans son article de 1957, propose l'utilisation d'une enveloppe non paramétrique des observations et suggère l'utilisation d'une frontière paramétrique de type Cobb-Douglas. La suite de l'article présente la mesure de l'efficacité dans un contexte non paramétrique.

## APPROCHE NON PARAMÉTRIQUE DE LA MESURE DE L'EFFICACITÉ

Cette partie présente l'estimation d'une frontière de production par la programmation mathématique. Cette méthode, qui construit une enveloppe des observations, est qualifiée de non paramétrique car aucun vecteur de paramètres n'est estimé. L'efficacité d'une firme est mesurée par rapport à toutes les autres firmes avec pour seule restriction d'être sur ou sous la frontière. Deux orientations sont possibles selon l'information disponible : l'approche DEA utilise les quantités de facteurs et de produits observées et mesure l'efficacité technique des firmes, tandis que l'introduction de l'environnement-prix des agents dans l'analyse permet une décomposition de la mesure de l'efficacité en un terme technique et un terme allocatif.

### Approche DEA et mesure de l'efficacité technique

Retenant l'approche de Farrell (1957), Charnes, Cooper et Rhodes (1978) l'étendent à des situations multiproduits. L'approche DEA construit une enveloppe linéaire par morceaux à partir des observations. Chaque firme est considérée individuellement au cours du processus d'optimisation.

Soit  $J$  firmes ; chaque firme consomme des montants différents de  $N$  inputs et de  $M$  produits. En particulier, la firme  $j$  utilise les quantités  $x_{nj}$  de facteurs  $n$  et produit le montant  $y_{nj}$  de l'output  $m$ . La construction de Charnes, Cooper et Rhodes (CCR) permet de réduire la situation multiproduits-multifacteurs de chaque firme en une situation monoproduit-monofacteur fictive. Pour une firme donnée, le ratio obtenu mesure l'efficacité technique, et un ensemble de contraintes est posé afin que le

ratio de chaque firme soit toujours inférieur ou égal à 1. Le programme mathématique utilisé pour le ratio de CCR est :

$$\begin{aligned}
 \underset{u, v}{\text{Max}} \ b^0 (u, v) = & \frac{\sum_{m=1}^M u_m y_m^0}{\sum_{n=1}^N v_n x_n^0} \\
 \text{s/c} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sum_{m=1}^M u_m y_{mj}}{\sum_{n=1}^N v_n x_{nj}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, J \\ u_m, v_n \geq 0 \quad n = 1, \dots, N \quad m = 1, \dots, M \end{array} \right. & (1)
 \end{aligned}$$

où  $v_n$  et  $u_m$  sont les poids déterminés par la solution du problème, c'est-à-dire par les données sur toutes les firmes utilisées comme ensemble de référence, et  $x_n^0$  et  $y_m^0$  les valeurs observées de la firme considérée. Comme cette forme de ratio permet un nombre infini de solutions (si  $(u^*, v^*)$  est optimal alors  $(\alpha u^*, \alpha v^*)$  pour  $\alpha > 0$  l'est aussi), Charnes et Cooper (1962) développent un programme linéaire fractionné. Celui-ci sélectionne une solution représentative dans chaque classe d'équivalence et le programme linéaire dual qui lui est associé est le suivant :

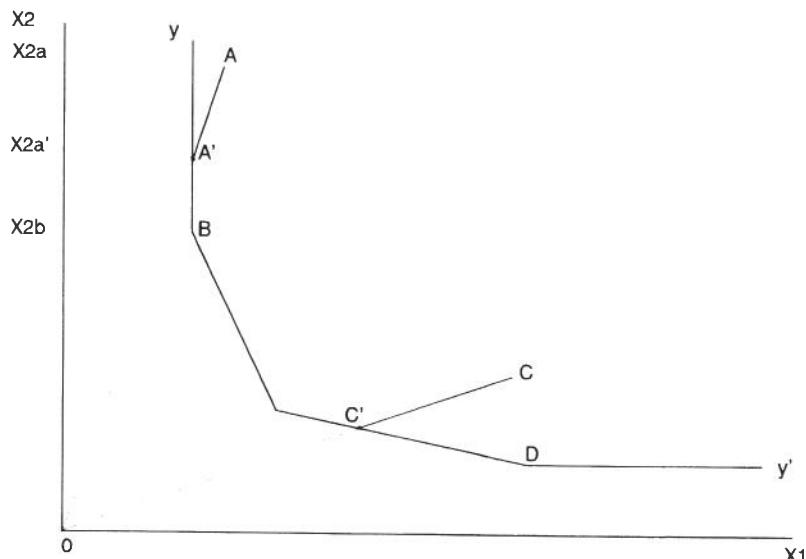
$$\begin{aligned}
 \underset{b^0, \lambda^0}{\text{Min}} \ b^0 \\
 \text{s/c} \quad \left\{ \begin{array}{l} Y\lambda^0 \geq y^0 \\ b^0 x^0 - X\lambda^0 \geq 0 \\ b^0 \text{ libre} \\ \lambda^0 \geq 0 \end{array} \right. & (2)
 \end{aligned}$$

où  $b^0$  donne la mesure de l'efficacité technique de la firme considérée, selon la définition de Farrell (1957). Le problème est résolu  $J$  fois, une fois pour chaque producteur devant être évalué, et génère  $J$  valeurs optimales de  $b$  et de  $\lambda$ . Les matrices des données  $X$  et  $Y$  sont supposées vérifier les conditions de Karlin (1959) demandant des sommes strictement positives des lignes et des colonnes.

Dans le problème DEA présenté ici, la performance d'un producteur est évaluée en termes de capacité du producteur à diminuer son vecteur de facteurs jusqu'au niveau de la meilleure pratique observée dans l'échantillon. Les éléments positifs du vecteur optimal  $\lambda^0$  identifient l'ensemble des producteurs localisés sur la frontière de production, par rapport auxquels la firme dont on calcule le score d'efficacité est comparée. Si une contraction radiale du vecteur des facteurs est possible pour

un producteur, son score d'efficacité  $b^0$  est strictement inférieur à 1, sinon il vaut 1.  $b^0$  est la mesure radiale de l'efficacité technique de Farrell qui projette une firme techniquement inefficace sur la frontière de l'ensemble de production. Elle ne coïncide pas toujours avec la définition de l'efficacité technique de Koopmans, comme l'illustre la figure 2.

Figure 2.  
Résorption de  
l'inefficacité technique



Sur la figure 2, les observations  $A$  et  $C$  sont techniquement inefficaces car elles se situent à l'intérieur de l'ensemble des possibilités de facteurs. La résorption de l'inefficacité en inputs au sens de Farrell consiste à projeter ces observations sur la frontière de production le long d'un rayon issu de l'origine. En  $A'$  et  $C'$ , les deux firmes produisent le même vecteur  $y$  de produits, tout en consommant moins des deux facteurs de production. Cependant, seule la firme  $C'$  est un point techniquement efficace au sens de Koopmans. En effet, pour la firme  $A'$ , la quantité consommée de bien 2 peut être réduite de  $x_{2A'}$  à  $x_{2B}$  sans diminution du volume de biens produit. Donc la mesure de l'efficacité technique de Farrell est nécessaire mais non suffisante à l'obtention d'une efficacité parétienne (Lovell, 1993, p. 14-15).

Pour tenir compte de la différence existant entre ces deux définitions d'efficacité, plusieurs solutions ont été proposées :

(i) Tout d'abord, Charnes, Cooper et Rhodes (1978) proposent de combiner la mesure radiale de l'efficacité de Farrell avec les variables d'écart<sup>(2)</sup> du programme linéaire. Le modèle (2) devient :

<sup>(2)</sup> Les variables d'écart sont introduites dans le programme linéaire pour le mettre sous forme standard en transformant les contraintes sous forme d'inéquations en équations. Elles sont déterminées lors de la résolution du programme et mesurent les quantités de facteurs à la disposition de la firme non utilisées ainsi que les possibilités de production non réalisées par la firme au cours du processus de production.

$$\begin{aligned}
 & \underset{b^0, \lambda^0, S^{0+}, S^{0-}}{\text{Min}} \left( b^0 - \epsilon \left[ \sum_{m=1}^M S_m^{0+} + \sum_{n=1}^N S_n^{0-} \right] \right) \\
 & \text{s/c} \left\{ \begin{array}{l} Y\lambda^0 - S^{0+} = y^0 \\ b^0 x^0 - X\lambda^0 - S^{0-} = 0 \\ b^0 \text{ libre} \\ \lambda^0 \geq 0, S^{0+} \geq 0, S^{0-} \geq 0 \end{array} \right. \quad (3)
 \end{aligned}$$

avec  $S^{0+}$  le vecteur des variables d'écart non négatives associé à l'inégalité sur les produits,  $S^{0-}$  le vecteur associé à l'inégalité sur les facteurs et  $\epsilon$  une quantité suffisamment petite (*Non Archimedean Quantity*) pour que la maximisation des variations d'écart  $S^{0+}$  et  $S^{0-}$  demeure un objectif secondaire par rapport à la minimisation du coefficient  $b^0$ . La frontière de production est atteinte quand  $b^0 = 1$ . Cependant, si  $S^{0+}$  a une composante positive, par exemple  $S_m^{0+}$ , il est possible d'augmenter l'output  $m$  du montant de cette variable d'écart sans modifier aucune des valeurs  $\lambda_j^0, j = 1, \dots, J$  et sans transgresser aucune des contraintes. D'une manière similaire, on peut réduire les facteurs de  $x^0$  à  $x^0 - S^{0-}$ . Dans chacun de ces cas, la firme n'a pas atteint l'efficacité recherchée. Une firme est donc déclarée techniquement efficace selon la définition de Koopmans si  $b^0 = 1, S_m^{0+} = 0, m = 1, \dots, M$  et  $S_n^{0-} = 0, n = 1, \dots, N$ . Le principal inconvénient de cette mesure est l'utilisation d'une quantité infinitésimale pour résoudre le programme linéaire.

(ii) Färe et Lovell (1978) ont proposé une mesure non radiale de l'efficacité dans un contexte monoproduit permettant des réductions non équiproportionnelles des facteurs. Etendue au cas multiproduits par Färe, Lovell et Zieschang (1983), cette mesure affecte un coefficient à chaque facteur de production mesurant son efficacité technique. L'efficacité technique de la firme est alors la moyenne des efficacités relatives à chaque bien. Cette mesure projette l'observation directement sur la portion efficace, selon la définition de Koopmans, de la frontière de production. Le programme linéaire est :

$$\begin{aligned}
 & \underset{b^0, \lambda^0}{\text{Min}} \sum_{n=1}^N \frac{b_n^0}{N} \\
 & \text{s/c} \left\{ \begin{array}{l} Y\lambda^0 \geq y^0 \\ b^0 \circ x^0 - X\lambda^0 \geq 0 \\ b_n^0 \in [0,1] \quad n = 1, \dots, N \\ \lambda^0 \geq 0 \end{array} \right. \quad (4)
 \end{aligned}$$

où  $b^0 x = (b_1 x_1, b_2 x_2, \dots, b_N x_N)$ . Les principales limites de cette mesure sont présentées dans Bol (1988) et Russell (1988).

(iii) Une troisième manière d'obtenir une efficacité parétienne a été proposée par Charnes *et al.* (1985). Les auteurs remplacent la mesure radiale de l'efficacité technique de Farrell par une mesure additive de variables d'écart. Cette mesure permet de se libérer de la construction infinitésimale de Charnes, Cooper et Rhodes. Le modèle a la forme suivante:

$$\begin{array}{ll} \text{Min}_{\lambda^0, S^{0+}, S^{0-}} & \left( \sum_{m=1}^M S_m^{0+} + \sum_{n=1}^N S_n^{0-} \right) \\ \text{s/c} & \begin{cases} Y\lambda^0 - S^{0+} = y^0 \\ X\lambda^0 + S^{0-} = x^0 \\ \lambda^0 \geq 0, S^{0+} \geq 0, S^{0-} \geq 0 \end{cases} \end{array} \quad (5)$$

La solution optimale du programme (5)  $\lambda^0, S^{0+}, S^{0-}$  permet de dire si la firme considérée est sur la frontière de production ou non. En effet le vecteur  $\lambda^0$  définit un point:

$$(\hat{x}^0, \hat{y}^0) = \left( \sum_{j=1}^J \lambda_j^0 x_j^0, \sum_{j=1}^J \lambda_j^0 y_j^0 \right) = (x^{0+} - S^{0-}, y^0 + S^{0+})$$

qui est une combinaison linéaire de points situés sur la frontière. Si  $(\hat{x}^0, \hat{y}^0) = (x^0, y^0)$ , la firme est techniquement efficace, sinon  $(\hat{x}^0, \hat{y}^0)$  est le point de frontière de référence pour la firme considérée<sup>(3)</sup>.

Jusqu'à présent, nous avons raisonné avec une hypothèse de rendements d'échelle constants comme dans le modèle initial de CCR. Bunker, Charnes et Cooper (1984) ont étendu la mesure de l'efficacité au cas des rendements d'échelle variables en introduisant une contrainte additionnelle dans le programme (2) qui est:

$$\sum_{j=1}^J \lambda_j = 1 \quad (6)$$

De même, une hypothèse de rendements d'échelle non croissants peut être faite sur la technologie de production en ajoutant au modèle (2) la contrainte:

$$\sum_{j=1}^J \lambda_j \leq 1 \quad (7)$$

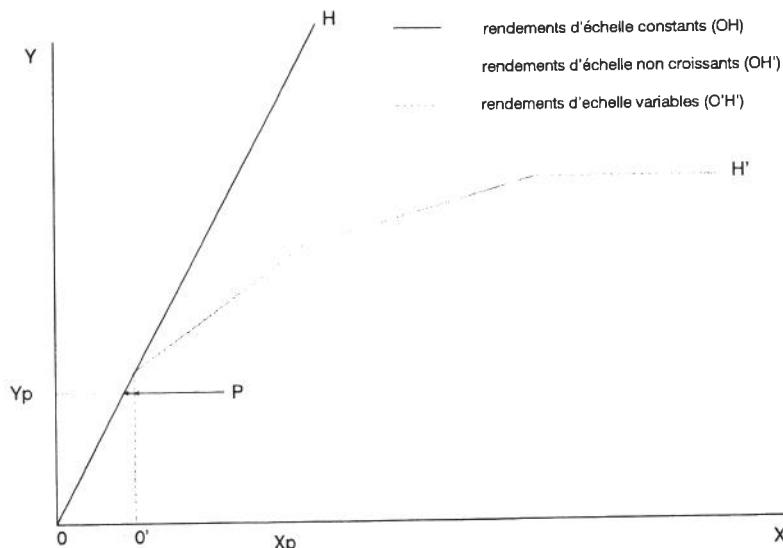
La différence entre les trois modèles DEA est illustrée par la figure 3. La comparaison de la mesure de CCR (rendements d'échelle constants) avec les autres mesures (rendements d'échelle non croissants ou variables)

<sup>(3)</sup> Pour plus de détails, voir la présentation de Ali et Seiford (1993).

permet de définir une mesure d'efficacité d'échelle. Cette dernière vaut 1 lorsque la firme a atteint son échelle de production de long terme qui est une situation d'équilibre compétitif où le profit est nul. Sinon elle se trouve dans une situation intermédiaire où les rendements d'échelle peuvent être croissants ou décroissants (Banker, 1984).

Sur la figure 3, le producteur  $P$  a la même mesure d'efficacité technique dans le cas des technologies à rendements d'échelle constants et non croissants. Dans ce cas, l'efficacité d'échelle est de 1. En revanche, l'enveloppe à rendements d'échelle variables est plus proche des données que les deux autres technologies pour le vecteur des produits  $y_p$  considéré. Les rendements d'échelle sont croissants en  $y_p$  (Lovell, 1993, pp. 29-30).

Figure 3.  
Rendements d'échelle  
de la frontière DEA



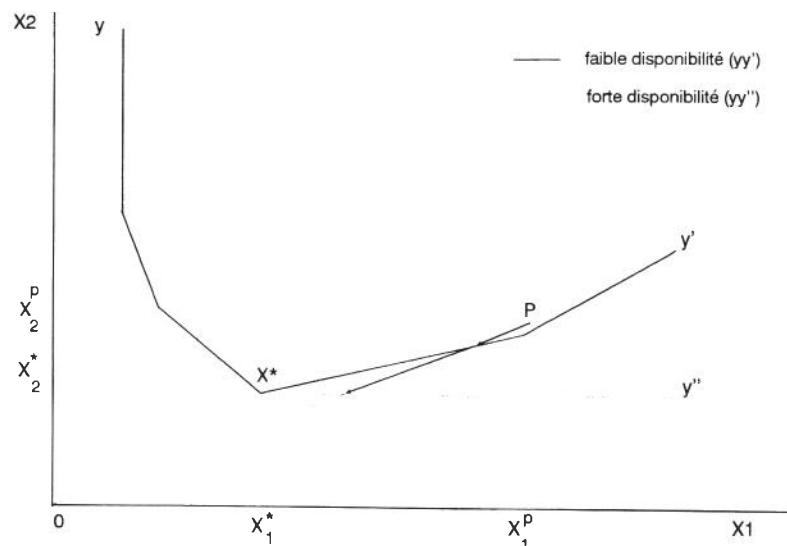
Des études récentes ont cherché à améliorer les résultats obtenus par la méthode DEA en affaiblissant certaines des hypothèses du modèle, comme la libre disposition des facteurs et produits et la convexité de l'ensemble des possibilités de production.

L'affaiblissement de l'hypothèse de monotonicité ou libre disposition a été proposé par Färe et Grosskopf (1983). L'enveloppe des observations qui vérifie toujours l'hypothèse de convexité ne possède plus les extensions horizontale et verticale à chaque extrémité de la frontière de production comme c'était le cas pour la figure 2. Ces segments de droite se situent plus vers l'intérieur de l'ensemble des possibilités de production, ce qui réduit la surface de celui-ci et correspond à des régions congestionnées de la frontière. Ce phénomène peut survenir lorsqu'il existe, par exemple, des contraintes institutionnelles limitant l'utilisation de certains biens. Dans le contexte de la Directive communautaire sur les nitrates, les produits azotés ne sont plus librement disponibles, que ce soit dans leur utilisation ou dans leur production, pour un producteur soumis aux normes européennes.

Sur la figure 4,  $x_1$  n'est pas librement disponible dans l'ensemble dont la frontière est  $yy'$ . Une augmentation de  $x_1$  au-delà de  $x_1^*$  nécessite une augmentation de  $x_2$  ou une diminution des biens produits.

L'affaiblissement de l'hypothèse de monotonicité modifie la mesure de l'efficacité technique obtenue pour les exploitants situés dans une région congestionnée. La différence entre cette nouvelle mesure et celle obtenue à l'aide du modèle BCC est appelée mesure de l'efficacité structurelle des agents (Färe *et al.*, 1985).

Figure 4.  
Forte et faible  
disposition  
de la frontière DEA



La convexité postulée par le modèle BCC permet l'existence de rendements d'échelle croissants, décroissants ou constants, mais les produits marginaux sont toujours non croissants en tout point de la frontière de production efficace. Banker et Maindiratta (1986) remplacent l'hypothèse de convexité usuelle :

$$\forall (x, y) \in T, \forall \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, J \quad \text{tel que} \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1 \quad (8)$$

$$\text{alors } (x', y') \in T \text{ avec } y' = \sum_{j=1}^J \lambda_j y_j \text{ et } x' = \sum_{j=1}^J \lambda_j x_j$$

par une hypothèse de convexité géométrique afin de permettre l'existence de produits marginaux croissants.

$$\forall (x, y) \in T, \forall \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, J \quad \text{tel que} \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1$$

$$\text{alors } (x', y') \in T \text{ avec } y' = \prod_{j=1}^J y_j^{\lambda_j} \text{ et } x' = \prod_{j=1}^J x_j^{\lambda_j}$$

L'ensemble des possibilités de production est alors représenté par des segments log-linéaires par morceaux plutôt que par des segments linéaires par morceaux. Cette approche qui nous fait passer d'un modèle DEA additif à un modèle DEA multiplicatif n'est pas sans présenter certains problèmes. Le plus important est sans doute le fait que la convexité géométrique de l'ensemble des possibilités de production n'assure pas la convexité des ensembles de facteurs et de produits. Kao, Chang et Huang (1993) ont utilisé l'approche DEA additive et multiplicatifs pour décrire l'efficacité de la gestion de dix-sept forêts à Taiwan, en particulier en terme d'entretien et de propriété. Les mesures radiales de l'efficacité technique et d'échelle sont en moyenne de 0,967 et 0,962 sous hypothèse de convexité ordinaire et de 0,969 et 0,950 sous hypothèse de convexité géométrique. Les auteurs remarquent que l'efficacité technique est légèrement plus élevée dans le cadre du modèle additif que dans celui du modèle multiplicatif, alors que c'est la relation inverse qui est obtenue pour l'efficacité d'échelle.

Deprins, Simar et Tulkens (1984) ont totalement abandonné l'hypothèse de convexité en enveloppant la technologie sur la base de la seule hypothèse de libre disposition en inputs et en outputs et de rendements d'échelle variables. En introduisant la contrainte :

$$\sum_{j=1}^J \lambda_j^0 = 1 \text{ et } \lambda_j^0 \in \{0,1\}, \quad j = 1, \dots, J \quad (10)$$

dans le modèle (2), l'on obtient des mesures radiales de l'efficacité par rapport à l'ensemble de production FDH (*Free disposal hull*). Cependant, la programmation linéaire n'est pas utilisée, car la mesure de l'efficacité repose sur un algorithme de classement des données suivant un critère de dominance. Une observation est dominée si elle utilise plus de facteurs pour produire un niveau donné de produits et/ou si elle produit moins de produits à partir d'un niveau donné de facteurs par rapport à d'autres observations. Toute observation non dominée est déclarée efficace. La technologie ainsi définie est de la forme d'une fonction en escalier et la position de chaque « marche » est déterminée par un producteur efficace. Les frontières DEA et FDH sont comparées sur la figure 5<sup>(4)</sup>.

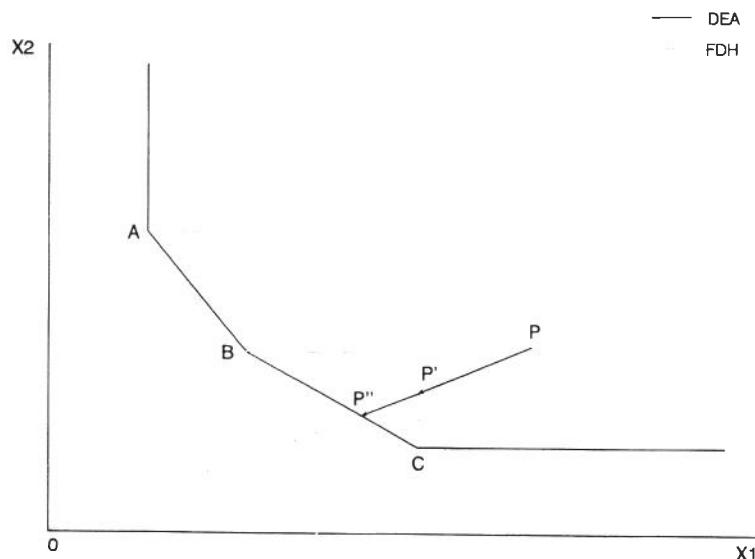
Le producteur  $P$  est dominé par le producteur  $C$ . Son score d'efficacité par rapport à la frontière FDH est  $OP'/OP$  avec une variable d'écart sur le facteur 2, alors qu'il est de  $OP''/OP$  par rapport à la frontière DEA où le producteur  $P$  est dominé par un producteur fictif, combinaison li-

<sup>(4)</sup> Une comparaison des approches DEA et FDH est proposée par Tulkens (1993).

néaire convexe des producteurs *B* et *C*. Comme le remarquent les auteurs, l'approche FDH ne permet pas l'obtention de la convexité des ensembles de possibilités d'inputs et d'outputs.

C'est Petersen qui, dans son article de 1990, spécifie une technologie permettant d'obtenir des ensembles de facteurs et de produits convexes sans postuler la convexité de l'ensemble des possibilités de production, mais dans un contexte monoproduit-monofacteur. La forme de la frontière de production est aussi une fonction en escalier. Comme elle est plus proche des observations que la frontière convexe de DEA, un plus grand nombre de firmes sont déclarées efficaces. A notre connaissance, aucune application de ces méthodes n'a été faite sur des données agricoles.

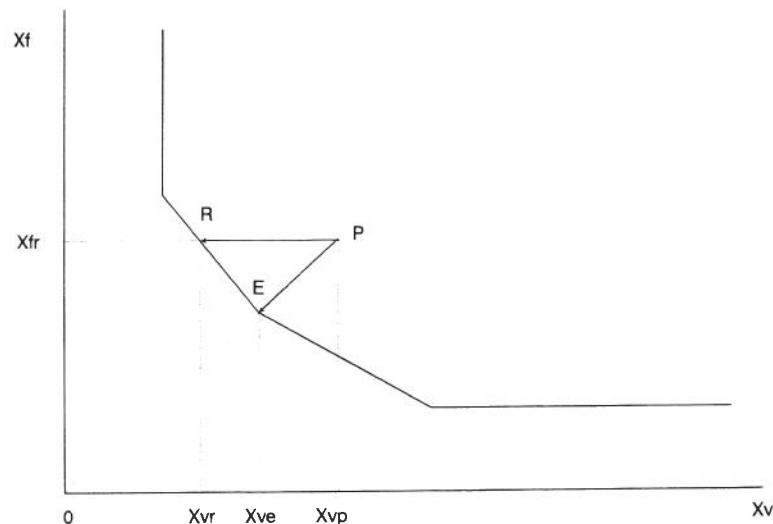
Figure 5.  
Mesure de l'efficacité technique par rapport aux frontières DEA et FDH



Parmi les extensions du modèle DEA, l'introduction de contraintes pour tenir compte des fixités de court terme de certains facteurs de production a été proposée par Banker et Morey (1986a). En effet, le modèle de Banker, Charnes et Cooper suppose que tous les facteurs de production peuvent s'ajuster lors de la résorption de l'inefficacité technique. L'introduction de fixité modifie la mesure de l'efficacité technique car seuls les facteurs variables vont pouvoir s'ajuster. La différence obtenue entre les mesures selon le degré de fixité des biens reflète les conséquences de ces contraintes techniques sur l'efficacité des firmes. Figure 6, le producteur *P* est comparé à l'observation *E* lorsque tous les facteurs de production peuvent s'ajuster. La consommation des facteurs variables  $x_{vp}$  peut alors être réduite de  $(x_{vp} - x_{vr})$ . Lorsque le niveau des facteurs fixes est  $x_{fr}$ , la réduction des facteurs variables permettant de rejoindre la frontière est alors  $(x_{vp} - x_{vr})$ , ce qui donne une plus petite mesure de l'efficacité technique. Piot et Vermersch (1993) ont appliqué ces notions à un échantillon de 188 exploitations céréalières du RICA pour l'année

1990. L'efficacité technique est de 0,89 en moyenne lorsque tous les facteurs de production peuvent être réduits et de 0,88 lorsque le facteur terre est supposé invariant.

Figure 6.  
Mesure de l'efficacité  
en présence de facteurs  
fixes



L'approche DEA analyse chaque firme séparément et mesure son efficacité technique par rapport à l'ensemble des firmes observées. Cependant, la nécessité de n'avoir qu'une seule observation pour chaque facteur et produit d'une entreprise conduit à une sensibilité de l'analyse par rapport aux erreurs de données (erreur de mesure, de saisie ...) et par rapport aux points extrêmes. Charnes *et al.* (1985) ont proposé une analyse de la sensibilité et de la stabilité de l'approche DEA ne demandant pas d'inversion de matrice comme l'analyse de sensibilité usuelle en programmation linéaire.

L'étude définit, dans un cadre monoproduit, un intervalle de variation à l'intérieur duquel les données peuvent varier sans modifier le niveau d'efficacité déjà atteint. La stabilité de l'analyse est caractérisée par la taille de l'intervalle de variation obtenu: plus il est grand, plus la solution est stable.

Parallèlement au développement des mesures primales de l'efficacité obtenues dans le cadre DEA, certains auteurs se sont attachés à développer des mesures duales de l'efficacité en introduisant un système de prix dans l'analyse, pour étudier la manière dont les agents allouent leurs ressources productives.

D'autres auteurs ont plutôt observé le comportement des agents en tenant compte du fait que le système de prix pouvait être différent entre eux. Ces approches reposent sur les hypothèses de minimisation du coût ou de maximisation du profit de manière plus explicite que précédemment et permettent d'obtenir une mesure de l'efficacité allocative des observations.

## DEA et mesure de l'efficacité allocative

La mesure de l'efficacité allocative, selon la définition initiale de Farrell, consiste à se donner un système de prix  $w$  pour les facteurs de production et à rechercher la valeur du coût minimal pour le vecteur des prix  $w$  en résolvant le problème suivant:

$$C(y^0, w) = \min_x \{wx/x \in X(y^0)\} \quad (11)$$

avec  $X(y^0)$  l'ensemble des vecteurs  $x$  rendant possible la production de  $y^0$ . La comparaison de  $C(y^0, w)$  avec le coût  $C^0$  réellement observé pour le producteur permet de définir l'efficacité individuelle ( $EI$ ) de l'agent pour le système des prix  $w$  grâce au ratio:

$$EI(y^0, w) = \frac{C(y^0, w)}{C^0} \quad (12)$$

L'efficacité allocative ( $EA$ ) de cet agent est alors donnée par:

$$EA(y^0, w) = \frac{EI(y^0, w)}{b^0} \quad (13)$$

où  $b^0$  est la mesure de l'efficacité technique du producteur.

Cette approche, qui peut être généralisée au cas d'une maximisation du profit, fournit une information sur la manière dont le producteur alloue ses ressources productives, c'est-à-dire dans quelles proportions il établit son panier de biens pour un système de prix donné. Chaque producteur observé est supposé faire référence au même vecteur de prix  $w$  car l'on considère qu'il possède un comportement de *price-taker*. Les prix qui s'imposent à lui sont fournis par un marché compétitif sur lequel il n'a aucune influence. Or, dans la réalité, cette situation est peu observée. La plupart des agents se procurent leurs facteurs de production ou vendent leurs produits à des prix différents.

## Approche du comportement révélé et mesure de l'efficacité

L'approche du comportement révélé est issue des travaux d'Afriat (1967 et 1973) sur les consommateurs, et des travaux d'Hanoch et Rothschild (1972) et d'Afriat (1972) sur les producteurs. Les auteurs mettent en place des tests cherchant à vérifier la validité des hypothèses usuelles en théorie de la production sans paramétrisation particulière du modèle. En raisonnant dans un cadre multiproduits-multifacteurs et après avoir construit une enveloppe convexe des observations vérifiant certaines des restrictions souhaitées pour l'estimation d'une fonction particulière, les tests permettent de savoir si les observations dont on dispose sont com-

compatibles avec les restrictions que l'on veut imposer à la fonction de production que l'on cherche à estimer. Cependant, c'est Varian qui, en 1984, va développer une enveloppe des observations tenant compte du vecteur des prix auquel fait face chaque agent à partir du test de cohérence des observations avec le comportement d'optimisation postulé pour le producteur (Hanoch et Rothschild, 1972, p. 267). L'idée est que le comportement d'une firme est donné par la combinaison productive choisie par le producteur pour un système de prix donné. Si la firme a un comportement rationnel, elle choisira la combinaison productive conduisant au coût le plus faible. A cette condition, Varian (1984, p. 581) associe le nom d'*axiome faible de minimisation du coût* et la formalise comme suit :

$$\forall (x, y) \text{ tel que } y_j \geq y, \text{ alors } w_j x \geq w_j x_j \text{ pour } j = 1, \dots, J \quad (14)$$

avec  $(x_j, y_j)$  la combinaison productive de la firme  $j$  et  $(x, y)$  un autre choix possible pour le vecteur prix des inputs observé  $w_j$ . Dans une optique de maximisation du profit, on suppose que le choix du producteur rationnel conduit au profit le plus élevé possible pour le système des prix en vigueur. L'*axiome faible de maximisation du profit* (Varian, 1984, p. 583) est formalisé par :

$$\forall (x, y) p_j y_j - w_j x_j \geq p_j y - w_j x \text{ pour } j = 1, \dots, J \quad (15)$$

où  $p_j$  est le vecteur prix des produits.

Ces axiomes, s'ils sont vérifiés, permettent de construire une famille d'ensembles de possibilités de production compatibles avec les observations. Comme cette procédure ne caractérise pas un unique ensemble de production mais toute une famille, Varian va proposer un encadrement de celle-ci entre le plus petit et le plus grand des ensembles de la famille. La « fermeture intérieure » de la technologie est construite comme l'intersection de tous les ensembles vérifiant les axiomes et compatibles avec les données. Cette enveloppe constitue, par définition, le plus petit ensemble de la famille et coïncide avec l'enveloppe DEA. La « fermeture extérieure » de la technologie, qui est le plus grand des ensembles de la famille, est définie par la réunion de tous les éléments de la famille. L'inconvénient de cette approche est de ne pas admettre que les axiomes puissent être non vérifiés par un sous-ensemble d'observations. En effet, si cela se produit, les fermetures intérieure et extérieure de Varian ne peuvent être construites. En 1988, Banker et Maindiratta vont étendre cette approche en la reliant aux résultats de Farrell sur les mesures d'efficacité. L'idée développée ici est de construire des frontières intérieure et extérieure de la technologie de production à partir du sous-ensemble d'observations vérifiant les axiomes. Les autres firmes situées à l'intérieur de ces ensembles ne les vérifient pas, et présentent une inefficacité car leur comportement observé ne coïncide pas avec le comportement optimal obtenu pour le système de prix auquel ils font face.

Comme les enveloppes sont construites en tenant compte des systèmes de prix, les mesures d'efficacité sont définies comme le ratio du coût optimal calculé par rapport aux fermetures vérifiant l'*axiome faible de minimisation du coût* au coût observé ou comme le ratio du profit observé au profit optimal calculé par rapport aux fermetures vérifiant l'*axiome faible de maximisation du profit*. La valeur de ces mesures sera égale à 1 si la firme appartient à l'un des sous-ensembles d'observations sur lesquels reposent les fermetures, c'est-à-dire si elle est efficace; elle aura une valeur inférieure à 1 dans le cas contraire. L'efficacité individuelle des agents va se répartir en une composante technique et une composante allocative. Comme ces mesures sont relatives à l'enveloppe technologique par rapport à laquelle elles sont évaluées, deux mesures peuvent être obtenues à chaque fois (Banker et Maindiratta, 1988, p. 1321), car nous avons deux frontières de référence. La première, ou « limite inférieure » de l'efficacité, est calculée par rapport à la fermeture extérieure de la technologie et donne la plus petite mesure de l'efficacité de chaque firme. La seconde, ou « limite supérieure » de l'efficacité, fournit la plus grande mesure d'efficacité et est calculée par rapport à la fermeture intérieure de la technologie.

## APPLICATION À LA TECHNOLOGIE CÉRÉALIÈRE FRANÇAISE

Nous présentons ici une estimation non paramétrique fondée sur des données individuelles du RICA pour l'année 1990. L'échantillon utilisé comprend 188 exploitations dont le produit brut est composé en moyenne pour plus de 70% de céréales. Cette base de données a déjà été utilisée dans le cadre d'une étude sur l'évolution des rendements céréaliers dans le contexte de la réforme de la Politique agricole commune (Piot et Vermersch, 1993).

Nous supposons que la technologie agricole comporte deux produits: l'output céréalier, agrégation des produits bruts associés aux différentes céréales produites sur l'exploitation et l'output « autres productions » composé du produit brut total diminué du produit brut céréalier: il s'agit essentiellement d'oléoprotéagineux dont la technologie de production est voisine de celle des céréales, voire de productions animales et fourragères relativement marginales sur l'exploitation. Pour ces deux produits, le mode d'agrégation consiste à les exprimer en francs 1990. Nous considérons cinq facteurs de production:

- La superficie allouée à la production céréalier.
- La superficie allouée aux autres productions.

Ces deux variables sont exprimées en hectares. A titre d'illustration, 74% de la surface agricole utilisée est affectée en moyenne à la production de céréales, les productions dominantes étant le blé et le maïs grain.

- Le travail exprimé en UTA<sup>(5)</sup>.
- L'équipement matériel mesuré par une approximation du capital utilisé au cours de l'année 1990. Outre les dotations aux amortissements, cette variable comprend les frais d'entretien et de location du matériel ainsi que les coûts associés à l'appartenance de l'exploitation agricole à une CUMA.
- Les consommations intermédiaires comprenant les engrains, les produits phytosanitaires, les semences ...

Le tableau 1 présente un résumé statistique de ces variables.

Tableau 1. Résumé statistique des variables utilisées

Code		Moyenne	Ecart-type	Minimum	Maximum
$Y_1$	Produit céréalier (F)	487 172	303 618	36 392	1 494 657
$Y_2$	Autres productions (F)	199 014	141 786	393	804 672
$X_1$	Terre céréalière (ha)	59,5	32,4	9,8	214,9
$X_2$	Autres terres (ha)	22,4	18,1	0,5	131,5
$X_3$	Travail (UTA)	1,3	0,5	0,8	5,0
$X_4$	Matériel (F)	136 443	83 788	17 268	497 766
$X_5$	Consommations intermédiaires (F)	225 426	125 972	42 233	768 865

Les scores moyens d'efficacité technique obtenus pour ces 188 exploitations à l'aide du modèle de Charnes, Cooper et Rhodes (CCR) à rendements d'échelle constants et du modèle de Banker, Charnes, Cooper (BCC) à rendements d'échelle variables sont respectivement de 0,783 et 0,891. En d'autres termes, une résorption totale de l'inefficacité technique autorisée sur tous les facteurs conduirait respectivement à une réduction de 21,7% et 10,9% de ceux-ci, tout en maintenant constant le volume des produits. La comparaison des scores d'efficacité obtenus avec les différentes hypothèses de rendements d'échelle permet de caractériser l'efficacité d'échelle de chaque exploitation. Le tableau 2 présente les résultats obtenus pour les dix premières exploitations de l'échantillon RICA que nous avons utilisé.

En moyenne, sur l'ensemble de l'échantillon, l'efficacité d'échelle est de  $0,783/0,891 = 0,878$ . Cependant, comme l'illustre le tableau 2, il existe de grandes différences entre les exploitations agricoles. L'exploitation 3 est techniquement efficace quelle que soit l'hypothèse faite sur les rendements d'échelle. Elle présente donc une efficacité d'échelle comme l'entreprise 9, qui, elle, présente la même inefficacité technique quelle que soit l'enveloppe des observations considérée. Enfin, nous pouvons remarquer que l'exploitation 5 est techniquement efficace lorsque les rendements d'échelle sont variables, et ne l'est plus lorsqu'ils sont constants. Cette in-

<sup>(5)</sup> Une UTA (unité de travailleur annuelle) est équivalente à 2 200 heures de travail par an à raison de 8 heures par jour pendant l'exercice soit 275 jours de 8 heures. Pour un temps partiel, on calcule une UTA partielle qui correspond au temps de travail divisé par 2 200 heures.

efficacité est entièrement due à l'échelle de production actuelle de l'entreprise agricole qui est dans une situation de rendements d'échelle soit croissants, soit décroissants.

Tableau 2.  
**Mesures de l'efficacité technique et d'échelle**

Exploitations	Mesure de l'efficacité technique de CCR	Mesure de l'efficacité technique de BCC	Mesure de l'efficacité d'échelle
1	0,944	1,000	0,944
2	0,632	0,862	0,733
3	1,000	1,000	1,000
4	0,601	0,715	0,840
5	0,982	1,000	0,982
6	0,454	0,890	0,510
7	0,865	0,929	0,931
8	0,451	0,602	0,749
9	0,812	0,812	1,000
10	0,882	0,984	0,896

Pour obtenir une notion d'efficacité parétienne, nous avons vu que plusieurs méthodes pouvaient être mises en œuvre. Nous en présenterons deux: celle proposée par Charnes, Cooper et Rhodes (1978) associant à la mesure de l'efficacité de Farrell des variables d'écart, et celle mettant en place une mesure non radiale de l'efficacité proposée par Färe et Lovell (1978). Les tableaux 3 et 4 présentent les résultats obtenus pour les dix premières exploitations de notre échantillon.

Tableau 3. **Mesure radiale de l'efficacité technique avec l'hypothèse de rendements d'échelle variables**

Exploitations	Efficacité technique	Exploitations de référence <sup>(a)</sup>					Variables d'écart				
		$Y_1$	$Y_2$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$			
1	1,000	1 (1)									
2	0,862	3 (0,138)	98 (0,087)	99 (0,161)	137 (0,594)	161 (0,020)			3,3		8 008
3	1,000	3 (1)									
4	0,715	93 (0,061)	109 (0,122)	142 (0,290)	153 (0,337)	175 (0,189)	10 862				27 922
5	1,000	5 (1)									
6	0,890	95 (0,031)	137 (0,603)	142 (0,027)	153 (0,212)	161 (0,127)	31 512				15 967
7	0,929	40 (0,002)	73 (0,036)	98 (0,378)	99 (0,428)	161 (0,155)	12,16				115
8	0,602	77 (0,199)	98 (0,177)	142 (0,030)	170 (0,540)	185 (0,054)	7,3	0,04			
9	0,812	93 (0,310)	109 (0,455)	129 (0,091)	159 (0,139)	173 (0,004)	22 211	1,4			
10	0,984	77 (0,276)	98 (0,311)	142 (0,155)	159 (0,129)	185 (0,128)	26,3	12,5			

(a) Entre parenthèses, valeur du  $\lambda$  affecté à l'exploitation de référence

Les exploitations 1, 3 et 5 sont techniquement efficaces en faisant l'hypothèse de rendements d'échelle variables. Le score d'efficacité est de 1 et les variables d'écart ont toutes des valeurs nulles. Le score le moins bon du tableau 3 est celui de l'entreprise 8 qui est de 0,602. Cette exploitation est comparée aux exploitations 77 ( $\lambda = 0,199$ ), 98 ( $\lambda = 0,177$ ), 142 ( $\lambda = 0,030$ ), 170 ( $\lambda = 0,540$ ) et 185 ( $\lambda = 0,054$ ), qui sont les observations situées sur la frontière de production techniquement les plus proches de l'entreprise 8. Elles produisent le même output en utilisant près de 40 % de facteurs en moins. La présence de variables d'écart sur les facteurs de production «terre céréalière» ( $X_1$ ) et «autres terres» ( $X_2$ ) montre que la dotation de l'entreprise est sous-utilisée pour ces facteurs. Les contraintes du programme linéaire correspondant à ces deux biens ne sont pas saturées. Donc, pour améliorer son niveau de production et d'utilisation de facteurs, l'exploitation 8 doit étudier les pratiques agricoles de 77, 98, 142, 185 mais surtout des 170 car c'est cette entreprise qui possède le poids le plus important ( $\lambda_{170} = 0,540$ ). De telles caractérisations peuvent être obtenues pour toutes les autres exploitations.

Tableau 4. Mesure non radiale de l'efficacité technique avec l'hypothèse de rendements d'échelle variables

Exploitations technique	Efficacité	Exploitations de référence <sup>(a)</sup>					Efficacité spécifique par facteur				
		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$					
1	0,980	40 (0,064)	77 (0,338)	109 (0,039)	117 (0,090)	172 (0,468)	0,906	0,995	1,000	1,000	0,997
2	0,654	117 (0,571)	142 (0,077)	159 (0,177)	161 (0,174)		0,584	0,189	1,000	0,989	0,508
3	1,000	3 (1)					1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
4	0,582	129 (0,013)	159 (0,987)				0,529	0,283	0,800	0,846	0,449
5	1,000	5 (1)					1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
6	0,605	150 (0,359)	153 (0,386)	172 (0,254)			0,568	0,269	1,000	0,710	0,481
7	0,817	98 (0,556)	109 (0,003)	117 (0,126)	142 (0,012)	159 (0,302)	0,660	0,707	1,000	1,000	0,718
8	0,431	150 (0,393)	153 (0,216)	159 (0,391)			0,314	0,088	0,695	0,617	0,442
9	0,729	93 (0,306)	129 (0,483)	159 (0,210)			0,724	0,200	1,000	0,883	0,840
10	0,805	77 (0,051)	98 (0,252)	117 (0,229)	142 (0,176)	159 (0,191)	0,611	0,413	1,000	1,000	1,000

<sup>(a)</sup> Entre parenthèses, valeur du  $\lambda$  affecté à l'exploitation de référence

Le tableau 4 présente les résultats obtenus par une mesure non radiale de l'efficacité technique dans un contexte de rendements d'échelle variables. En moyenne, l'efficacité technique des 188 exploitations de l'échantillon est de 0,772, avec une moyenne par facteur respectivement égale à 0,753 pour la terre céréalière, 0,526 pour les autres terres, 0,917 pour le travail, 0,905 pour le matériel et 0,760 pour les consommations intermédiaires. Certains facteurs de production sont utilisés de manière plus efficace que d'autres. Des ajustements seront donc plus faciles à obtenir sur les facteurs ayant un petit score d'efficacité par rapport aux autres afin d'améliorer le score d'efficacité global de l'exploitation agricole. Nous pouvons remarquer que les facteurs travail et matériel qui ont les plus hauts scores d'efficacité n'avaient pas de variables d'écart strictement positives dans le tableau 3. Dans le tableau 4, seules les exploitations 3 et 5 restent techniquement efficaces. Le score le moins bon est celui de l'entreprise 8 avec 0,431. Cette exploitation est désormais comparée aux observations 150 ( $\lambda = 0,393$ ), 153 ( $\lambda = 0,216$ ) et 159 ( $\lambda = 0,391$ ) situées sur la portion efficace de la frontière de production. Pour améliorer sa situation, elle devra se référer aux pratiques agricoles de ces dernières sachant que certains facteurs de production peuvent être ajustés plus facilement que d'autres comme la superficie affectée à la production céréalière ( $X_1$ ), et aux autres productions ( $X_2$ ) ainsi que les consommations intermédiaires ( $X_5$ ). Notons, dans le tableau 3, la présence de variables d'écart pour les deux premiers facteurs cités. Dans le cas de l'entreprise 9, dont le score d'efficacité de 0,729 est proche de la moyenne de l'ensemble des exploitations de l'échantillon, les entreprises de référence sont les numéros 93, 129 et 159. Le facteur travail est utilisé de manière techniquement efficace puisque le score qui lui est affecté est de 1. Une amélioration de l'efficacité technique de cette exploitation pourra se faire si elle diminue les autres facteurs utilisés, respectivement de 27,6% (terre céréalière), 80% (autres terres), 11,7% (matériel) et 16% (consommations intermédiaires) tout en conservant inchangé le volume des biens produits.

## CONCLUSION

L'approche non paramétrique analyse séparément l'efficacité de chaque firme. Cette dernière est mesurée par rapport à l'ensemble des observations sans qu'aucune hypothèse a priori sur la forme fonctionnelle de la fonction ne soit spécifiée. Des améliorations ont été faites de manière à assouplir certaines hypothèses du modèle de Banker, Charnes et Rhodes (1984). De même, certaines extensions au modèle DEA permettent l'introduction de fixités sur certains facteurs ou produits, ainsi que des mesures de l'efficacité non radiales fournissant ainsi une mesure spécifique par facteur. Bien que facilement généralisable au cas multiproduits, cette approche reste sensible à la présence de points atypiques et

aux erreurs de mesure dans l'échantillon. Une alternative est d'intégrer des transformations stochastiques dans le modèle DEA (Sengupta, 1990). Les scores d'efficacité peuvent aussi être biaisés par des variables omises. Certains auteurs proposent d'intégrer les variables exogènes à l'activité de production dans le modèle DEA (Banker et Morey, 1986b), tandis que d'autres suggèrent une analyse en deux étapes avec, dans un premier temps, une approche DEA basée sur les facteurs sous le contrôle de l'entreprise et, dans un second temps, une explication des scores d'efficacité obtenus à l'aide d'un modèle tobit, en prenant pour variables explicatives les facteurs non soumis au contrôle du producteur (Ray, 1988).

L'efficacité d'un producteur pouvant varier au cours du temps comme elle diffère d'un producteur à l'autre à un moment donné, Charnes *et al.*(1985) proposent une analyse sur données de panel fournissant une information sur la tendance d'efficacité de chaque producteur, à l'aide d'un modèle appelé *DEA windows*. Par ailleurs, Tulkens (1986) mesure l'efficacité de chaque producteur par rapport aux possibilités de productions présentes et passées en utilisant un modèle FDH séquentiel permettant la caractérisation d'un progrès technique local.

Depuis ces dernières années, la distinction entre paramétrique et non paramétrique tend à s'estomper. En effet, certains auteurs ont cherché à combiner les deux approches en une procédure semi-paramétrique qui comprend deux étapes. D'abord, l'efficacité des observations de l'échantillon est caractérisée au moyen d'une méthode non paramétrique puis sur le sous-ensemble des firmes efficaces, un modèle est estimé à l'aide des méthodes paramétriques usuelles. Simar (1992) utilise l'approche FDH en première étape avant d'estimer une frontière de production par les moindres carrés ordinaires.

## BIBLIOGRAPHIE

AFRIAT (S.N.), 1967 — The construction of utility function from expenditure data, *International Economic Review*, 8, pp. 67-77.

AFRIAT (S.N.), 1972 — Efficiency estimation of production functions, *International Economic Review*, 13, 3, octobre, pp. 568-598.

AFRIAT (S.N.), 1973 — On a system of inequalities in demand analysis: an extension of the classical method, *International Economic Review*, 14, pp. 460-472.

- ALI (A.I.), SEIFORD (L.M.), 1993 — The mathematical programming approach to efficiency analysis, *in*: FRIED (H.O.), LOVELL (C.A.K), SCHMIDT (S.S.) eds., pp. 120-159.
- BANKER (R.D.), 1984 — Estimating most productive scale using data envelopment analysis, *European Journal of Operational Research*, 17, pp. 35-44.
- BANKER (R.D.), CHARNES (A.), COOPER (W.W.), 1984 — Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis, *Management Science*, 30, 9, pp. 1078-1092.
- BANKER (R.D.), MAINDIRATTA (A.), 1986 — Piecewise loglinear estimation of efficient production surfaces, *Management Science*, 33, 1, pp. 126-135.
- BANKER (R.D.), MAINDIRATTA (A.), 1988 — Nonparametric analysis of technical and allocative efficiencies in production, *Econometrica*, 56, 6, janvier, pp. 315-1332.
- BANKER (R.D.), MOREY (R.), 1986a — Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs, *Operations Research*, 34, 4, juillet-août, pp. 513-521.
- BANKER (R.D.), MOREY (R.), 1986b — The use of categorial variables in data envelopment analysis, *Management Science*, 32, 12, décembre, pp. 1613-1627.
- BATTESE (G.E.), 1992 — Frontier production functions and technical efficiency: a survey of empirical applications in agricultural economics, *Agricultural Economics*, 7, pp. 185-208.
- BAUER (P.W.), 1990 — Recent developments in the econometric estimation of frontiers, *Journal of Econometrics*, 46, 1/2, octobre-novembre, pp. 39-56.
- BOL (G.), 1988 — On the definition of efficiency measures : a note, *in*: EICHHORN (W.), ed., *Measurement in Economics*, Physica-Verlag, pp. 167-169.
- CHARNES (A.), COOPER (W.W.), 1962 — Programming with linear fractional functionals, *Naval Research Logistics Quarterly*, 9, pp. 181-185.
- CHARNES (A.), COOPER (W.W.), RHODES (E.), 1978 — Measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research*, 2, 6, novembre, pp. 429-444.
- CHARNES (A.), CLARK (C.T.), COOPER (W.W.), GOLANY (B), 1985 — A developmental study of data envelopment analysis in measuring the efficiency of maintenance units in the US Air Forces, *Annals of Operations Research*, 2, pp. 95-112.

- CHARNES (A.), COOPER (W.W.), GOLANY (B.), SEIFORD (L.), STUTZ (J.), 1985 — Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions, *Journal of Econometrics*, 30, 1/2, octobre-novembre, pp. 91-107.
- CHARNES (A.), COOPER (W.W.), LEWIN (A.Y.), MOREY (R.C.), ROUSSEAU (J.), 1985 — Sensibility and stability analysis in DEA, *Annals of Operations Research*, 2, pp. 139-156.
- DEBREU (G.), 1951 — The coefficient of ressource utilization, *Econometrica*, 19, 3, juillet, pp. 273-292.
- DEPRINS (D.), SIMAR (L.), TULKENS (H.) 1984 — Measuring labor efficiency in post offices, in: MARCHAND (M.), PESTIEAU (P.) TULKENS (H.), *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurement*, North Holland, Amsterdam.
- FÄRE (R.), GROSSKOPF (S.), 1983 — Measuring congestion in production, *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 43, pp. 257-271.
- FÄRE (R.), GROSSKOPF (S.), LOVELL (C.A.K.), 1985 — *The Measurement of Efficiency of Production*, Boston, Kluwer - Nijhoff.
- FÄRE (R.), LOVELL (C.A.K.), 1978 — Measuring the technical efficiency of production, *Journal of Economic Theory*, 19, 1, octobre, pp. 150-162.
- FÄRE (R.), LOVELL (C.A.K.), ZIESCHANG (K.), 1983 — Measuring the technical efficiency of multiple output production technologies, in: EICHHORN (W.), HENN (R.), NEUMANN (K.) SHEPHERD (R.W.) eds, *Quantitative Studies on Production and Prices*, Würzburg and Vienna, Physica-Verlag.
- FARRELL (M.J.), 1957 — The measurement of productive efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society*, series A, 120, part 3, pp. 253-281.
- FARRELL (M.J.), FIELDHOUSE (M.), 1962 — Estimating efficient production functions under increasing return to scale, *Journal of the Royal Statistical Society*, series A, 120, part 2, pp. 257-271.
- FØRSUND (F.R.), LOVELL (C.A.K.), SCHMIDT (P.), 1980 — A survey of frontier production functions and their relationship to efficiency measurement, *Journal of Econometrics*, 13, 1, mai, pp. 5-25.
- FRIED (H.O.), LOVELL (C.A.K.), SCHMIDT (S.S.) eds., 1993 — *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Oxford university press.
- GREENE (W.H.), 1993 — The econometric approach to efficiency analysis, in: FRIED (H.O.), LOVELL (C.A.K.), SCHMIDT (S.S.) eds., pp. 68-119.

- HALLAM (A.), 1992 — A brief overview of nonparametric methods in economics, *Northeastern Journal of Agricultural and Resource Economics*, 21, 2, octobre, pp. 98-112.
- HANOCH (G.), ROTSCILD (M.), 1972 — Testing the assumptions of production theory: a nonparametric approach, *Journal of Political Economy*, 80, mars-avril, pp. 256-275.
- KAO (C.), CHANG (P.L.), HWANG (S.N.), 1993 — Data envelopment analysis in measuring the efficiency of forest management, *Journal of Environmental Management*, 38, pp. 73-83
- KARLIN (S.), 1959 — *Mathematical Methods and Theory in Games, Programming and Economics*, MA, Addison-Wesley.
- KOOPMANS (T.C.), 1951 — An analysis of production as an efficient combination of activities, in: KOOPMANS (T.C.), ed., *Activity Analysis of Production and Allocation*, Cowles Commission for research in economics, Monograph n° 13, New York, John Wiley and Sons, Inc.
- LEE (H.), 1992 — Recent applications of nonparametric programming methods, *Northeastern Journal of Agricultural and Resource Economics*, 21, 2, octobre, pp. 113-120.
- LOVELL (C.A.K), 1993 — Production frontiers and productive efficiency, in: FRIED (H.O.), LOVELL (C.A.K), SCHMIDT (S.S.) eds., pp. 6-67.
- PETERSEN (N.C.), 1990 — Data envelopment analysis on a relaxed set of assumptions, *Management Science*, 36, 3, mars, pp. 305-314.
- PIGOU (A.C.), 1920 — *The Economics of Welfare*, London, Mc Millan.
- PIOT (I.), VERMERSCH (D.) — Modelling the future of cereal yields: from technical inefficiency to price efficiency, International workshop, *The technology of primary production modelling agricultural supply response for policy analysis. The state of the art*, Rennes, juillet 1-2, 1993, 22 p. (à paraître).
- RAY (S.C.), 1988 — Data envelopment analysis, nondiscretionary inputs and efficiency: an alternative interpretation, *Socio-economic Planning Sciences*, 22, 4, pp. 167-176.
- RUSSELL (R.R.), 1988 — On the axiomatic approach to the measurement of technical efficiency, in: EICHHORN (W.), ed., *Measurement in Economics*, Physica-Verlag, pp. 207-217.
- SAMUELSON (P.A.), 1965 — *Les fondements de l'analyse économique*, Paris, Gauthier-Villars.

- SEIFORD (L.M.), THRALL (R.M.), 1990 — Recent developments in DEA: the mathematical programming approach to frontier analysis, *Journal of Econometrics*, 46, 1/2, octobre-novembre, pp. 7-38.
- SENGUPTA (J.K.), 1990 — Transformations in stochastic DEA models, *Journal of Econometrics*, 46, 1/2, octobre-novembre, pp. 109-123.
- SHEPHARD (R.W.), 1953 — *Cost and Production Functions*, Princeton, Princeton University Press.
- SHEPHARD (R.W.), 1970 — *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton, Princeton University Press.
- SIMAR (L.), 1992 — Estimating efficiencies from frontier models with panel data: a comparison of parametric, non-parametric and semi-parametric model with bootstrapping, *Journal of Productivity Analysis*, 3, 1/2, juin, pp. 171-203.
- THILRY (B.), TULKENS (H.), 1989 — Productivité, efficacité et progrès technique, notions et mesures dans l'analyse économique, Travaux et actes de la commission n° 5 du 8<sup>e</sup> Congrès des économistes belges de langue française, *Efficacité et management*, pp. 17-51.
- TIMMER (C.P.), 1971 — Using a probabilistic frontier production function to measure technical efficiency, *Journal of Political Economy*, 79, 4, juillet-août, pp. 776-794.
- TULKENS (H.), 1986 — La performance productive d'un service public: définition, méthodes de mesures et application à la Régie des postes en Belgique, *L'actualité économique. Revue d'analyse économique*, 62, 2, juin, pp. 306-335.
- TULKENS (H.), 1989 — Efficacité et management, Travaux et actes de la commission n° 5 du 8<sup>e</sup> Congrès des économistes belges de langue française, Centre universitaire de formation permanente CIFOP, Charleroi, Belgique.
- TULKENS (H.), 1993 — On FDH efficiency analysis: some methodological issues and application to retrait banking, courts and urban transit, *Journal of Productivity Analysis*, 4, 1/2, pp. 183-210.
- VARIAN (H. R.), 1984 — The nonparametric approach to production analysis, *Econometrica*, 52, 3, mai, pp. 579-597.
- VERMERSCH (D.), BONNIEUX (F.), RAINELLI (P.), 1993 — Abatement of agricultural pollution and economic incentives: the case of intensive livestock farming in France, *Environmental and Resource Economics*, 3, pp. 285-296.