SCHRIFTEN DER GESELLSCHAFT FÜR WIRTSCHAFTS- UND SOZIALWISSENSCHAFTEN DES LANDBAUES E.V.

Uhlemann, P.: Möglichkeiten der Ableitung einer Investitionsfunktion für den landwirtschaftlichen Sektor. In: Reisch, E.: Quantitative Methoden in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Band 4, Münster-Hiltrup: Landwirtschaftsverlag (1967), S. 322-339.

Möglichkeiten der Ableitung einer Investitionsfunktion für den landwirtschaftlichen Sektor

Von P. UHLEMANN, Stuttgart-Hohenheim

1	Einleitung und Problemstellung	322
2	Das Erklärungsmodell	322
3	Für die Schätzung verfügbares Datenmaterial	323
4	Schätzmethode und Probleme ihrer Anwendung insbesondere auf Zeitreihen	324
4.1	Die Methode der kleinsten Quadrate	324
4.1.1	Zwei wesentliche Voraussetzungen ihrer Anwendung	324
4.2	Das Problem der Autokorrelation	324
4.2.1	Prüfung der Autokorrelation	324
4.2.1.1	Der zyklische Autokorrelationskoeffizient	324
4.2.1.2	Der nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient	325
4.2.1.3	Ein numerisches Beispiel	326
4.2.2	Methoden der Ausschaltung bzw. der Verringerung der Autokorrelation	327
4.2.2.1	Korrelation zwischen autokorrelierten Reihen	327
4.2.2.2	Behandlung von Einfachregressionen mit autokorrelierten Residuen	328
4.2.2.3	Ausschaltung des Trends in der Regressionsrechnung	329
	a) Regression mit Trendabweichungen	329
	b) Die Zeit als erklärende Variable in der Regressionsgleichung	330
4.2.2.4	Autoregressive Transformation	330
4.2.2.5	Differenzentransformation	332
4.2.2.6	Exkurs: Eine wesentliche Voraussetzung für die Anwendung der beschriebenen Verfahren	332
4.3	Multikollinearität und ihre Prüfung	332
4.3.1	Das Problem	332
4.3.2	Die Büschelkartenanalyse	333
4.3.2.1	Theoretische Grundlagen	333
4.3.2.2	Ein numerisches Beispiel	334
	a) Büschelkarte für die Beziehung zwischen x_1 und x_2	335
	b) Büschelkarte für die Beziehung zwischen x_1 und x_2 bei Einführung der weiteren Variablen x_3	335
5	Einige ausgewählte empirische Ergebnisse	337
5.1	Bruttomaschineninvestitionen	337
5.1.1	Einfachregressionen	337
5.1.2	Mehrfachregressionen	339

1 Einleitung und Problemstellung

In der Volkswirtschaftslehre gelten schon seit langem die Konsumausgaben der Haushalte einerseits und die Investitionsausgaben der Unternehmer andererseits als die wesentlichsten Bestimmungsgründe des Volkseinkommens bzw. der Beschäftigung.
In diesem Zusammenhang geht es um den Einfluß, den die Investitionen auf Einkommen und Beschäftigung ausüben, wobei zwischen kurz- und langfristigen Auswirkungen unterschieden werden muß. Kurzfristig bewirken zusätzliche Investitionen über den Multiplikatorprozeß vornehmlich einen Anstieg des Nominaleinkommens, man spricht deshalb vom Einkommenseffekt der Investitionen, langfristig führen sie, wenigstens solange die Vollbeschäftigung nicht erreicht ist, auch zur Erweiterung der Produktionskapazität einer Volkswirtschaft, was als Kapazitätseffekt der Investitionen bezeichnet wird.
Aus dieser zentralen Bedeutung der Investitionen für Beschäftigung und Wachstum der Wirtschaft ergab sich die Frage, wie die Investitionen ihrerseits bestimmt sind, d. h. die Frage nach der Beziehung zwischen der Höhe der Investitionen und den Investitionseinflußgrößen, die gemeinhin als Investitionsfunktion bezeichnet wird [6; 8; 9; 12].
Das Problem ist keineswegs neu und wurde von der theoretischen und empirischen Forschung gleichermaßen oft in Angriff genommen. Die Bemühungen haben allerdings bisher lediglich zu Teilerfolgen geführt, zu einer einheitlichen und allgemeingültigen Aussage ist es nicht gekommen, nicht zuletzt deshalb, weil eine Vielzahl der für die Fragestellung relevanten Faktoren psychologischer bzw. qualitativer Natur ist, die einer exakten theoretischen Formulierung im Sinne der Wirtschaftswissenschaften nur schwer zugänglich sind.
Trotz dieser wenig ermutigenden Voraussetzungen wurde der Versuch unternommen, ausgehend von der Theorie, einen Beitrag zur Ermittlung empirischer Investitionsfunktionen für den Sektor Landwirtschaft zu leisten.

2 Das Erklärungsmodell

Ohne auf die Theorie einzugehen, darf festgestellt werden, daß Gewinn, Liquidität, Preise, Abschreibungen in ihrer Funktion als Finanzierungsfaktor sowie mit einigem Vorbehalt der Zins als wesentlichste quantitativ erfaßbare Investitionseinflußgrößen gelten.
Diese Ansicht hatte zur Folge, daß die genannten Variablen auch am häufigsten in die bisher in zahlreichen Ländern und für die verschiedenartigsten Wirtschaftszweige geschätzten empirischen Investitionsfunktionen Eingang fanden.
Ebenso häufig findet sich der Versuch, das im Zusammenhang mit Konjunktur- und Wachstumsmodellen in der makroökonomischen Theorie behandelte Akzeleratortheorem zu erhärten.
Für die Investitionstätigkeit im landwirtschaftlichen Bereich dürfte auch die Zahl der in der Landwirtschaft Beschäftigten ein nicht unerheblicher Bestimmungsgrund sein, denn die auf Grund mangelhafter Einkommensverhältnisse ausgelöste starke Abwanderung landwirtschaftlicher Arbeitskräfte in andere Wirtschaftszweige, vornehmlich die Industrie, zwang bzw. zwingt die landwirtschaftlichen Unternehmer dazu, den Produktionsfaktor Arbeit weitgehend durch den Faktor Kapital zu substituieren, das bedeutet, vermehrt zu investieren.
Eine Investitionsfunktion für den landwirtschaftlichen Sektor muß deshalb die Zahl der verfügbaren Arbeitskräfte als erklärende Variable mit enthalten.

In Übereinstimmung mit der Theorie könnte eine Investitionsfunktion für die westdeutsche Landwirtschaft nach der Währungsreform etwa folgende Form haben:

$$I_{br} = I(G, Q, A, \frac{P_B}{P}, \frac{P_L}{P}, D, Z)$$

wobei

I_{br} = Bruttoinvestitionen
G = Gewinne
Q = aktuelle Liquidität
A = Zahl der Arbeitskräfte
P = Erzeugerpreise
P_B = Betriebsmittelpreise
P_L = Löhne
D = Abschreibungen
Z = Zinssatz

Wahlweise können monetäre Variablen mit einem einheitlichen Preisindex deflationiert und/oder mit einem „time-lag" versehen werden.

3 Für die Schätzung verfügbares Datenmaterial

Leider hat das angeführte Erklärungsmodell den entscheidenden Nachteil, daß eine Reihe der darin enthaltenen Einflußgrößen nicht oder nur sehr schwer zu ermitteln ist und deshalb in der offiziellen Statistik, auf die sich diese Untersuchungen stützen müssen, nicht ausgewiesen ist.
So sind weder die Höhe der in der Landwirtschaft erzielten Gewinne noch Art und Ausmaß der aktuellen Liquidität bekannt, außerdem fehlt eine hinreichend exakte Vorstellung über die tatsächliche Höhe der in den Erzeugerpreisen vergüteten Abschreibungsgegenwerte. So wird gemeinhin einfach angenommen, daß die Abschreibungen gleich den Ersatzinvestitionen sind, wodurch sich die Einführung der Abschreibungen als erklärende Variable in die Investitionsfunktion erübrigt. Schließlich ist es wegen der Vielfalt von Zinsverbilligungen schwierig, einen repräsentativen Fremdkapitalzinssatz für die Landwirtschaft zu ermitteln.
Als verfügbarer Ersatz für die Gewinn- und Liquiditätsvariable könnten die Verkaufserlöse, die „verfügbaren Einnahmen"[1]) oder die „verfügbaren Mittel"[1]) dienen, wobei die verfügbaren Mittel Gewinn- und Liquiditätssituation noch am treffendsten zum Ausdruck bringen dürften.
Als Zinsvariable wurde der durchschnittlich vom landwirtschaftlichen Investor aufgebrachte Fremdkapitalzinssatz gewählt, der aus den insgesamt in der westdeutschen Landwirtschaft gebundenen Fremdfinanzierungsmitteln (ausschließlich den nicht erfaßten Lieferantenkrediten) und der effektiven Höhe der Zinszahlungen errechnet wurde.
Weitere Variablen, die im Zusammenhang mit der Möglichkeit der Durchführung von Investitionen bzw. mit der Akzeleratorhypothese von Bedeutung für die Investitionstätigkeit sind und deshalb in einer Investitionsfunktion Berücksichtigung finden sollten, sind die von der Landwirtschaft erzeugten Produktmengen bzw. der Beitrag der Landwirtschaft zur volkswirtschaftlichen Wertschöpfung.
Die Daten über die Entwicklung der input und output Preise sowie der Zahl der in der

---

1) Die verfügbaren Einnahmen der Landwirtschaft im Jahr t errechnen sich wie folgt:
Verkaufserlöse im Jahr $t-1$
− gesamte Betriebsausgaben im Jahr $t-1$
+ Verkaufserlöse im Jahr t
− Betriebskosten im Jahr t
Die verfügbaren Mittel enthalten darüber hinaus die Nettoverschuldung des Jahres t.

Landwirtschaft beschäftigten Arbeitskräfte wurden der offiziellen Bundesstatistik entnommen. Bei den Arbeitskräften schien die übliche Differenzierung in ständig und nichtständig Beschäftige sowie in „Voll"-Arbeitskräfte auch für die hier verfolgten Zwecke sinnvoll.

4 Schätzmethode und Probleme ihrer Anwendung insbesondere auf Zeitreihen

Alle von uns geschätzten Investitionsfunktionen wurden mit Hilfe der Regressionsrechnung ermittelt, wobei wir uns ausschließlich der „Methode der kleinsten Quadrate" bedienten. Die dabei auftretenden methodischen Probleme verdienen einer genaueren Erläuterung.

4.1 *Die Methode der kleinsten Quadrate*

In Anbetracht der weiten Verbreitung dieser wohl häufigsten Schätzmethode kann von ihrer Darstellung Abstand genommen werden. Es soll der Hinweis genügen, daß sie darauf abzielt, die Summe der quadrierten Abweichungen von der Schätzung zu minimieren.

4.1.1 *Zwei wesentliche Voraussetzungen ihrer Anwendung*

Da es sich bei den für die angestellten Berechnungen verfügbaren statistischen Daten ausnahmslos um Zeitreihen handelt, soll die mit dieser Tatsache verbundene Problematik ausführlich erörtert werden.
Zwei wesentliche Voraussetzungen der Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate, die gerade bei Regressionen mit Zeitreihen oft nicht erfüllt sind, bestehen in dem Postulat, daß die Schätzung frei von Autokorrelation und Multikollinearität sein muß.

4.2 *Das Problem der Autokorrelation*

Eine statistische Reihe (im Falle der Regressionsrechnung die Reihe der Residuen) ist frei von Autokorrelation, wenn ihre benachbarten Glieder im wahrscheinlichkeitstheoretischen Sinne voneinander unabhängig sind.

4.2.1 *Prüfung der Autokorrelation*

Zur Prüfung der Autokorrelation berechnet man den ersten und zugleich wichtigsten Autokorrelationskoeffizienten für die beiden Reihen $x_1, x_2, x_3 \ldots$ und $x_2, x_3, x_4 \ldots$, also den Korrelationskoeffizienten zwischen der Zeitreihe und ihren um „lag eins" verschobenen Werten.
Hierbei ist zu unterscheiden zwischen dem zyklischen und dem nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten.

4.2.1.1 *Der zyklische Autokorrelationskoeffizient*

Bei der Berechnung des zyklischen Autokorrelationskoeffizienten wird davon ausgegangen, daß sich die Zeitreihe nach dem letzten Glied x_n noch einmal wiederholt, sodaß das letzte Wertepaar aus dem letzten und ersten Glied der Zeitreihe besteht. Für einen beliebigen lag l ist es der Korrelationskoeffizient zwischen den Reihen

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \text{ und } x_{1+l}, x_{2+l}, x_{3+l}, \ldots x_{n+l}$$

Der erste zyklische Autokorrelationskoeffizient ($l = 1$) errechnet sich dann wie folgt:

$$r_1 = \frac{x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+\ldots+x_nx_1-\left(\sum\limits_{t=1}^{n} x_t\right)^2\Big/n}{\sum\limits_{t=1}^{n} x_t^2-\left(\sum\limits_{t=1}^{n} x_t\right)^2\Big/n} \tag{1}$$

Stammt die Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit, in der keine Autokorrelation vorliegt, so ist die Verteilung des zyklischen Autokorrelationskoeffizienten bekannt [1].

Es wäre nun aber offenbar sinnlos, den ersten empirischen zyklischen Autokorrelationskoeffizienten zu berechnen, da man bei lag 1 im Nenner u. a. das Produkt der Werte x_n und x_1 abzüglich des Mittelwertes der Reihe erhalten würde, also $(x_n-\bar{x})(x_1-\bar{x})$. Dieses Produkt ist wirtschaftlich völlig irrelevant, könnte aber gerade bei kurzen Zeitreihen, die die Regel darstellen, für den numerischen Wert des Autokorrelationskoeffizienten von ausschlaggebender Bedeutung sein [14, S. 290].

4.2.1.2 *Der nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient*

Aus diesem Grund berechnen wir den ersten empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten, der mathematische entsprechend definiert ist:

$$r_1^* = \frac{\sum\limits_{t=1}^{n-1} x_tx_{t+1}-\left(\sum\limits_{t=1}^{n-1} x_t\right)\left(\sum\limits_{t=2}^{n} x_t\right)\Big/(n-1)}{\sqrt{\left[\sum\limits_{t=1}^{n-1} x_t^2-\left(\sum\limits_{t=1}^{n-1} x_t\right)^2\Big/(n-1)\right]\left[\sum\limits_{t=2}^{n} x_t^2-\left(\sum\limits_{t=2}^{n} x_t\right)^2\Big/(n-1)\right]}} \tag{2}$$

Für die Prüfung dieses wirtschaftlich sinnvollen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten, dessen Verteilung unbekannt ist, verwendet man die von Anderson [1, S. 8] entwickelten Tafeln für die Verteilung des ersten zyklischen Autokorrelationskoeffizienten. Die Berechtigung zu diesem Vorgehen wird von der Tatsache abgeleitet, daß bei sehr großem — theoretisch unendlich großem — n die beiden Autokorrelationskoeffizienten identisch sind.

Zum Beweis berechnen wir den ersten zyklischen Autokorrelationskoeffizienten (r_1) einer Reihe mit n Gliedern und — der Einfachheit wegen — dem Mittelwert $\bar{x} = 0$:

$$r_1 = \frac{C}{V}$$

wobei C = Autokovarianz und
$V = \sigma^2$ = Streuung

Mathematisch ausgedrückt:

$$C = \frac{x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+\ldots+x_{n-1}x_n+x_nx_1}{n}$$

$$V = \frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2+\ldots+x_n^2}{n}$$

Der erste nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient (r_1^*) derselben Reihe errechnet sich analog:

$$r_1^* = \frac{C^*}{\sqrt{V_1^*V_2^*}}$$

wobei

$$C^* = \frac{x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+\ldots+x_{n-1}x_n}{n-1}$$

oder

$$C^* = \frac{nC}{n-1} - \frac{x_nx_1}{n-1}$$

Bei sehr großem n unterscheidet sich der erste Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung offenbar sehr wenig von C, währen sich der zweite Ausdruck nicht viel von 0 unterscheiden wird:

$$\lim_{n\to\infty} C^* = C$$

Die Quadratwurzel der Streuung errechnet sich wie folgt:

$$V_1^* = \sigma_1^{2*} = \frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2+\ldots+x_{n-1}^2}{n-1}$$

$$= \frac{nV}{n-1} - \frac{x_n^2}{n-1}$$

$$V_2^* = \sigma_2^{2*} = \frac{x_2^2+x_3^2+x_4^2+\ldots+x_n^2}{n-1}$$

$$= \frac{nV}{n-1} - \frac{x_1^2}{n-1}$$

Auch hier nähern sich V_1^* und V_2^* mit steigender Zahl der Glieder der Reihe für V an:

$$\lim_{n\to\infty} V_1^* = \lim_{n\to\infty} V_2^* = V$$

so daß $\sqrt{V_1^*V_2^*} = V$.

Folglich gilt:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{C^*}{\sqrt{V_1^*V_2^*}} = \frac{C}{V} = r_1^* = r_1$$

Dieses Ergebnis berechtigt uns, für die Prüfung des nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten die Verteilung des zyklischen Autokorrelationskoeffizienten heranzuziehen.

4.2.1.3 *Ein numerisches Beispiel*

Zur Prüfung der Autokorrelation in einer Regression zieht man die Residuen der Regressionsgleichung heran.
Hierzu betrachten wir die Beziehung zwischen den gesamten Bruttoinvestitionen (x_{1t}) und den verfügbaren Einnahmen (x_{2t}) in der westdeutschen Landwirtschaft nach der Währungsreform.
Die Regressionsgleichung lautet:

$$x_1 = -757{,}2+0{,}5125x_2$$

Der Korrelationskoeffizient (r) ist mit 0,979 statistisch hoch gesichert.

Wir berechnen die Residuen der Regressionsgleichung:

		Residuen
x_1 beob.	x_1 err.	$z_t = x_1\text{beob.} - x_1\text{err.}$
2 634	1 803	831
3 134	2 823	311
4 121	4 436	− 315
4 355	5 165	− 810
4 651	5 420	− 769
5 603	5 842	− 239
5 882	6 037	− 155
6 561	6 598	− 37
7 276	7 242	34
7 912	8 249	− 337
9 231	9 007	224
9 482	9 168	314
10 495	9 471	1024
10 744	10 049	695
10 986	11 764	− 778

Der erste empirische nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient beträgt nach Formel (2):

$$r_1^* = \frac{1\,740\,039-(-46\,095)}{\sqrt{(4\,011\,581-42\,461)(3\,928\,353-50\,041)}} = +0{,}455$$

Für seine Prüfung verwenden wir als Annäherung die Verteilung des zyklischen Autokorrelationskoeffizienten.

Der Autokorrelationskoeffizient ist gesichert. Bei $n-1 = 14$ Freiheitsgraden dürfen wir mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% (1%) einen Wert von 0,335 (0,485) erwarten, wenn in der Grundgesamtheit keine Autokorrelation vorliegt. Die Hypothese, daß die Grundgesamtheit autokorreliert ist, kann demnach nicht verworfen werden. Die Anwendung der klassischen Methoden der Statistik und damit auch der Methode der kleinsten Quadrate ist in diesem Fall unmöglich.

4.2.2 *Methoden der Ausschaltung bzw. Verringerung der Autokorrelation*

4.2.2.1 *Korrelation zwischen autokorrelierten Reihen*

Ergibt die Autokorrelationsprüfung wie im angeführten Beispiel ein positives Ergebnis, so ist natürlich auch die klassische Methode der Prüfung des Korrelationskoeffizienten nicht erlaubt, da dessen tatsächliche Verteilung nicht bekannt ist.

Orcutt und James [11] haben deshalb auf Grundlagen Bartletts [2] aufbauend ein Testverfahren für den Korrelationskoeffizienten zwischen autokorrelierten und in etwa einfachen Markoff-Prozessen entsprechenden statistischen Reihen entwickelt, das auf der einfachen Überlegung basiert, daß eine Reihe autokorrelierter Beobachtungen nicht so viele Freiheitsgrade wie Werte enthält.

Zur Berechnung der angenäherten Zahl der wirklichen Freiheitsgrade werden zunächst die ersten empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten (r_1^* und $r_1'^*$) der beiden Reihen ermittelt und in die von Orcutt und James (11, S. 406) entwickelte Formel

$$V = \frac{(1+r_1^* r_1'^*)}{n(1-r_1^* r_1'^*)} - \frac{2r_1^* r_1'^*(1-r_1^{*n} r_1'^{*n})}{n^2(1-r_1^* r_1'^*)^2}$$

eingesetzt.

Dieses V drückt die angenäherte Streuung des einfachen Korrelationskoeffizienten (r) zwischen den beiden Reihen aus.
Ist $V \geq 0{,}25$, so ist die Autokorrelation der betreffenden Reihen zu stark, als daß das beschriebene Verfahren anwendbar wäre. Nur wenn $V < 0{,}25$, ermitteln wir die Annäherung an die effektive Zahl der Freiheitsgrade, die nicht als $n-2$ angenommen werden darf, wie es bei der Prüfung des einfachen Korrelationskoeffizienten nicht autokorrelierter Reihen geschieht, sondern als $n'-2$, wobei

$$n' = \frac{V+1}{V}$$

Der zu n′ gehörige t — Wert errechnet sich analog dem t-Wert für n nach der Formel:.

$$t_r = r\sqrt{\frac{n'-2}{1-r^2}}$$

Mit diesem t-Wert wird nun die Hypothese, daß in der normalverteilten Grundgesamtheit keine Beziehung zwischen den beiden Zeitreihen besteht, geprüft.

4.2.2.2 *Behandlung von Einfachregressionen mit autokorrelierten Residuen*

Sind die Residuen einer mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ermittelten Einfachregression autokorreliert, so ist zwar der geschätzte Regressionskoeffizient dennoch erwartungstreu, der Standardfehler des Koeffizienten muß jedoch bei gleicher Zahl der Freiheitsgrade korrigiert werden.
Eine Methode zur Ermittlung des Korrekturfaktors wurde von Wold and Jureen [15] entwickelt.
Sind $r_1, r_2, r_3 \ldots$ die Autokorrelationskoeffizienten der Restwerte einer Regressionsgleichung und $R_1, R_2, R_3 \ldots$ die Autokorrelationskoeffizienten der unabhängigen Variablen jeweils für zunehmende „lags“, so ergibt sich der Korrekturfaktor (f) wie folgt:

$$f = \sqrt{1+2r_1R_1+2r_2R_2+2r_3R_3+\ldots} \tag{1}$$

Nehmen wir nun an, daß sowohl die unabhängige Variable als auch die Residuen der Regressionsgleichung einem Markoff-Prozeß folgen, und daß die relevanten Parameter durch den empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten r^* im Falle der Residuen und durch den empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten R^* im Falle der unabhängigen Variablen geschätzt werden, so erhalten wir:

$$r_1 = r_1^*, r_2 = r_1^{*2}, r_3 = r_1^{*3}, \ldots \text{ etc. sowie}$$
$$R_1 = R_1^*, R_2 = R_1^{*2}, R_3 = R_1^{*3}, \ldots \text{ etc.}$$

Setzen wir $r_1^*R_1^* = T; r_1^{*2}R_1^{*2} = T^2; r_1^{*3}R_1^{*3} = T^3 \ldots$ etc.
in Formel (1) ein, so erhalten wir

$$f = \sqrt{1+2T+2T^2+2T^3+\ldots}$$
$$= \sqrt{1+2T(1+T+T^2+T^3+\ldots)}$$

Die unendliche geometrische Reihe in der Klammer ergibt

$$\frac{1}{1-T}$$

somit gilt:

$$f = \sqrt{1+2T\left(\frac{1}{1-T}\right)} = \sqrt{1+\frac{2T}{1-T}}$$

oder

$$f=\sqrt{\frac{1}{1-T}[(1-T)+2\,T]}=\sqrt{\frac{1}{1-T}(1+T)}$$

$$f=\sqrt{\frac{1+T}{1-T}}$$

Schließlich ist der t-Wert des ursprünglichen Regressionskoeffizienten, der sich aus dem Quotienten aus Regressionskoeffizient und dessen Standardfehler errechnet, mit dem ermittelten Faktor (f) zu multiplizieren:

$$t^*=t\cdot f$$

Dieses t^* ist annähernd verteilt wie Students t und wird zur Sicherheitsprüfung und zur Berechnung von Vertrauensgrenzen verwendet, wobei sich für jedes positive T der Vertrauensbereich für den Regressionskoeffizienten erweitert.

4.2.2.3 *Ausschaltung des Trends in der Regressionsrechnung*

Die Autokorrelation bei Zeitreihen beruht häufig auf der Wirkung eines Trends. Es liegt deshalb nahe, diesen Trend zu eliminieren, um so die Autokorrelation zu beseitigen oder zumindest zu verringern.

Oft genügt schon die Bildung von ersten Differenzen, um den systematischen Teil vor allem von kurzen Zeitreihen zu beseitigen, deshalb kann es auch nicht verwundern, daß sich die Differenzentransformation (siehe weiter unten) in der Praxis gut bewährt hat. Trotzdem sollen hier andere, der einfachen Differenzentransformation überlegene Verfahren der Trendbereinigung zur Erörterung kommen.

a) Regression mit Trendabweichungen

Die erste Möglichkeit der Ausschaltung bzw. Verringerung der Autokorrelation durch Trendbereinigung ist die Regression mit den Trendabweichungen der Zeitreihen.

Zu diesem Zweck werden mittels der Methode der kleinsten Quadrate zunächst die Trends aller in einer Regressionsgleichung

$$x_{1t}=k_1+k_2x_{2t}+k_3x_{3t}+\ldots.+k_nx_{nt}$$

verwendeten Variablen berechnet:

$$\begin{aligned}x_{1t}&=a_1+b_1\;x_{pt}\\x_{2t}&=a_2+b_2\;x_{pt}\\x_{3t}&=a_3+b_3\;x_{pt}\\&\;\vdots\\x_{nt}&=a_n+b_n\;x_{pt}\end{aligned}$$

wobei die x_{it} die Variablen und x_{pt} die Zeit sind.

Daran anschließend werden die Abweichungen von den einzelnen Trendlinien ermittelt:

$$\begin{aligned}u_{1t}&=x_{1t}\text{ beobachtet}-x_{1t}\text{ geschätzt}=x_{1t}\text{ beob.}-(a_1+b_1\;x_{pt})\\u_{2t}&=x_{2t}\text{ beobachtet}-x_{2t}\text{ geschätzt}=x_{2t}\text{ beob.}-(a_2+b_2\;x_{pt})\\u_{3t}&=x_{3t}\text{ beobachtet}-x_{3t}\text{ geschätzt}=x_{3t}\text{ beob.}-(a_3+b_3\;x_{pt})\\&\;\vdots\\u_{nt}&=x_{nt}\text{ beobachtet}-x_{nt}\text{ geschätzt}=x_{nt}\text{ beob.}-(a_n+b_n\;x_{pt})\end{aligned}$$

Mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate wird dann die Regression

$$u_{1t} = k_1 + k_2 u_{2t} + k_3 u_{3t} + \ldots + k_n u_{nt}$$

geschätzt.

Die Regressionsgleichung enthält jetzt nur noch die Tendabweichungen der einzelnen Variablen.

Abschließend wird erneut Korrelation und Autokorrelation durch Berechnung des Korrelationskoeffizienten (r) und des ersten empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten der Residuen der Regressionsgleichung (r_1^*) geprüft.

Obgleich durch diese Verfahrensweise die Autokorrelation regelmäßig ausgeschaltet oder doch sehr verringert wird, hat die Methode einen nicht unwesentlichen Nachteil. Mit dem Trend werden nämlich auch ökonomische Beziehungen zwischen den Variablen ausgeschaltet, was häufig dazu führt, daß die Korrelation nach der Trendausschaltung statistisch nicht mehr gesichert ist.

b) Die Zeit als erklärende Variable in der Regressionsgleichung

Um diese Gefahr zu umgehen, aber auch um die umständliche und aufwendige Rechenarbeit der Trendbereinigung zu vermeiden, kann auf eine von FRISCH und WAUGH [5] aufgestellte These, wonach es unnötig sei, zuerst sämliche Trends sowie Trendabweichungen zu berechnen, zurückgegriffen werden. Eine Regression mit der zusätzlich explizit eingeführten Zeitvariablen, so führen die genannten Autoren aus, sei einer multiplen Regression mit Trendabweichungen völlig äquivalent.

Lautet die ursprüngliche Regressionsgleichung demnach

$$x_{1t} = b_1 + b_2 x_{2t} + b_3 x_{3t} + \ldots + b_n x_{nt},$$

so können wir einfach schreiben:

$$x_{1t} = b_1 + b_2 x_{2t} + b_3 x_{3t} + \ldots + b_n x_{nt} + b_p x_{pt}$$

wobei x_{pt} die Zeitvariable bezeichnet.

Nach dem Theorem von Frisch und Waugh sind nun die Koeffizienten der Regressionsgleichung mit den Trendabweichungen mit den Koeffizienten dieser Regressionsgleichung identisch:

$$k_2 = b_2;\ k_3 = b_3;\ \ldots;\ k_n = b_n$$

Auch hier wird abschließend wieder die Autokorrelation der Residuen an Hand des ersten empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten geprüft.

Es leuchtet ein, daß letztere Methode bedeutend einfacher zu handhaben ist, als die Methode der Regression mit den Trendabweichungen. Da beide Methoden aber mathematisch äquivalent sind, ist zu erwarten, daß die Autokorrelation mit Hilfe der einfacheren Methode im selben Maß verringert bzw. ganz ausgeschaltet wird wie durch die Regression mit den Trendabweichungen.

4.2.2.4 *Autoregressive Transformation*

Ein weiteres Verfahren, die Autokorrelation der Residuen einer Regressionsgleichung auszuschalten oder doch zu verringern, ohne den Nachteil der Gefahr, auch stochastische Zusammenhänge zu eliminieren, ist die sog. autoregressive Transformation.

Auch bei diesem Verfahren wird von einer mittels der Methode der kleinsten Quadrate geschätzten Regressionsgleichung

$$x_{1t} = k_1 + k_2 x_{2t} + k_3 x_{3t} + \ldots + k_n x_{nt} + \eta_t$$

ausgegangen.

Die Verteilung der Zufallsvariablen η_t habe nun zwar den Mittelwert 0 und eine endliche Streuung, sie sei jedoch autokorreliert und folge einem einfachen Markoff-Prozeß, d. h. sie ist durch eine stochastische lineare Differenzgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten definiert und hat die Form:

$$\eta_t = A\eta_{t-1} + \varepsilon_t$$

wobei A den konstanten Koeffizienten darstellt.
Die Zufallsvariable (ε_t) ist hierbei nicht autokorreliert.
Sämtliche Variablen der Regressionsgleichung werden nun auf Vorschlag von COCHRANE and ORCUTT [3] mit dieser Konstanten A multipliziert und wie folgt transformiert:

$$\begin{aligned} u_{1t} &= x_{1t} - Ax_{1t-1} \\ u_{2t} &= x_{2t} - Ax_{2t-1} \\ u_{3t} &= x_{3t} - Ax_{3t-1} \\ \vdots \;\; & \;\; \vdots \qquad \vdots \\ u_{nt} &= x_{nt} - Ax_{nt-1} \end{aligned}$$

Mit den transformierten Variablen u_{1t} bis u_{nt} schätzen wir dann die Funktion

$$u_{1t} = m_1 + m_2u_{2t} + m_3u_{3t} + \ldots + m_nu_{nt} + \varepsilon_t$$

In dieser Gleichung ist die autokorrelierte Zufallsvariable (η_t) der ursprünglichen Regressionsgleichung durch die — wie wir annehmen dürfen — nicht oder zumindest nicht signifikant autokorrelierte stochastische Zufallsvariable (ε_t) ersetzt, womit es gleichzeitig gestattet ist, zur Schätzung der Funktion die Methode der kleinsten Quadrate heranzuziehen.
Die Schwierigkeit bei der Anwendung der autoregressiven Transformation in der Empirik liegt nun darin begründet, daß die Konstante A nur in den seltensten Fällen bekannt ist.
Als Ausweg wird deshalb zunächst die Regressionsgleichung

$$x_{1t} = k_1 + k_2x_{2t} + k_3x_{3t} + \ldots + k_nx_{nt}$$

geschätzt und der erste empirische nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient (r_1^*) der Residuen dieser Funktion berechnet.
Als Annäherung an die unbekannte Konstante (A) setzt man dann

$$A = r_1^*$$

Mit diesem Wert werden die Variablen der untersuchten Beziehung in der beschriebenen Weise transformiert und die Regressionsgleichung der transformierten Werte geschätzt.
Abschließend wird erneut der erste empirische nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient der Residuen der transformierten Regressionsgleichung getestet. Ist er statistisch nicht mehr gesichert, so ist der Zweck der autoregressiven Transformation erreicht, andernfalls ist das beschriebene Verfahren zu wiederholen.
Es versteht sich natürlich von selbst, daß der Korrelationskoeffizient der transformierten Regressionsgleichung ebenfalls signifikant sein muß, wenn aus der geschätzten Funktion eine Beziehung abgeleitet werden soll. Trotzdem ist dieser Hinweis am Platz, denn die Erfahrung lehrt, daß der einfache bzw. multiple Korrelationskoeffizient durch die Transformation der Datenreihen in aller Regel etwas absinkt.
Da die autoregressive Transformation sowohl auf Einfach- als auch Mehrfachregressionen gleichermaßen anwendbar ist, was bei einem Teil der beschriebenen Methoden nicht der Fall war und außerdem, obgleich rechentechnisch unkompliziert, fast ausnahmslos zum gewünschten Erfolg führt, empfiehlt sich ihre Anwendung in der Empirie

ganz besonders, zumal der erste empirische nichtzyklische Korrelationskoeffizient der Residuen der Regressionsgleichung durch die vorausgegangene Autokorrelationsprüfung schon zur Verfügung steht.

4.2.2.5 *Differenzentransformation*

Ein der autoregressiven Transformation sehr ähnliches Verfahren ist die Differenzentransformation, die ebenfalls oft zu dem gewünschten Erfolgt führt.
Hierbei wird die Transformationskonstante A gleich eins gesetzt, sodaß sich bei der Transformation der ursprünglichen Variablen einfach deren erste Differenzen ergeben:

$$\begin{aligned} u_{1t} &= x_{1t}-x_{1t-1} \\ u_{2t} &= x_{2t}-x_{2t-1} \\ u_{3t} &= x_{3t}-x_{3t-1} \\ \vdots\ \ & \quad \vdots \qquad \vdots \\ u_{nt} &= x_{nt}-x_{nt-1} \end{aligned}$$

Im Anschluß wird auch hier die Funktion

$$u_{1t} = m_1+m_2u_{2t}+m_3u_{3t}+\ldots+m_nu_{nt}$$

geschätzt.
Da dieses Verfahren in etwa der Ausschaltung eines linearen Trends entspricht, führt es in der Regel ebenfalls zu einer starken Reduzierung der Autokorrelation von Zeitreihen.

4.2.2.6 *Exkurs: Eine wesentliche Voraussetzung für die Anwendung der beschriebenen Verfahren*

Wie an den betreffenden Stellen bereits jeweils erwähnt wurde, können einige der behandelten Verfahren zur Ausschaltung bzw. Verringerung der Autokorrelation wie z. B. die Korrelation zwischen autokorrelierten Reihen, die autoregressive Transformation und die Behandlung von Einfachregressionen mit autokorrelierten Residuen nur zur Anwendung kommen, wenn die zugrundeliegenden Daten sogenannten Markoff-Prozessen folgen, d. h. es muß sich um stochastische Prozesse handeln, die durch eine lineare Differenzgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten gekennzeichnet sind und folgende Form haben:

$$x_t = ax_{t-1}+\varepsilon_t$$

wobei a das konstante Glied und ε_t eine Zufallsvariable darstellt, die nicht autokorreliert sein darf.

4.3 *Multikollinearität und ihre Prüfung*

4.3.1 *Das Problem*

Wie beim Autokorrelationsproblem kann es in empirischen ökonometrischen Untersuchungen geschehen, daß eine ökonomisch sinnvolle Interpretation der Ergebnisse nicht möglich ist, weil gewisse Umstände die Anwendung der klassischen ökonometrischen Methoden — in diesem Fall die Methode der kleinsten Quadrate — verbieten.
Ein weiterer solcher Umstand ist das Vorliegen von Multikollinearität bzw. Interkorrelation, d. h. Korrelation zwischen den unabhängigen Variablen einer Regressionsgleichung.

Multikollinearität in einer Regressionsgleichung von der Form

$$x_1 = k_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + \eta$$

bedeutet demnach, daß noch eine exakte lineare Beziehung

$$x_2 = a_0 + a_3 x_3 + \eta$$

besteht.

Die wenigen bekannten Prüfungsmethoden für die Multikollinearität haben nun den Nachteil, daß sie lediglich auf große Stichproben anwendbar sind [14, S. 259 ff]. Wir greifen deshalb auf ein Verfahren zurück, das schon im Jahre 1934 von Frisch [4] entwickelt und vor allem von Ruist [13] und Haavelmo [7] übernommen wurde, später aber weitgehend aus der ökonometrischen Literatur verschwand [10, S. 146].

Diese Vernachlässigung ist wohl vor allem auf zwei nachteilige Umstände zurückzuführen, die Frischs Methode anhaften.

Erstens ist sie mit umfangreicher Rechenarbeit verbunden, zum zweiten handelt es sich um eine graphische Lösung, die der subjektiven Beurteilung großen Raum läßt [14, S. 260]. Trotzdem erscheint sie gerade für unsere verhältnismäßig kleinen Stichproben als Prüfungsmethode gut geeignet.

Für das Verfahren, das von Frisch mit „Konfluenz-Analyse“ bezeichnet wurde, hat sich später der Terminus „Büschelkartenanalyse“ bzw. für den angelsächsischen Sprachbereich „bunch-map-analysis“ eingebürgert.

4.3.2 *Die Büschelkartenanalyse*

4.3.2.1 *Theoretische Grundlagen*

Wir gehen aus von einer multiplen Regressionsgleichung von der Form

$$x_1 = k_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + k_4 x_4 + \ldots + k_n x_n + \eta$$

Nach Messung des Zusammenhangs zwischen den einzelnen Variablen ergibt sich folgende symmetrische, auf der Hauptdiagonalen mit Einsen besetzte Korrelationsmatrix n-ter Ordnung:

$$R = \begin{bmatrix} r(x_1, x_1) & r(x_1, x_2) & r(x_1, x_3) & r(x_1, x_4) & \ldots & r(x_1, x_n) \\ r(x_2, x_1) & r(x_2, x_2) & r(x_2, x_3) & r(x_2, x_4) & \ldots & r(x_2, x_n) \\ r(x_3, x_1) & r(x_3, x_2) & r(x_3, x_3) & r(x_3, x_4) & \ldots & r(x_3, x_n) \\ r(x_4, x_1) & r(x_4, x_2) & r(x_4, x_3) & r(x_4, x_4) & \ldots & r(x_4, x_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r(x_n, x_1) & r(x_n, x_2) & r(x_n, x_3) & r(x_n, x_4) & \ldots & r(x_n, x_n) \end{bmatrix}$$

Aus dieser Korrelationsmatrix werden nun sogenannte Adjunkten gebildet, indem die Determinante derjenigen Untermatrix einer quadratischen Matrix A, die nach Streichung der i-ten Zeile und j-ten Spalte verbleibt, mit dem Vorzeichen $(-1)\ i+j$ versehen wird. Dieses Verfahren führt dazu, daß die Vorzeichen aller Determinanten, deren Summe aus Zeilen- und Spaltenindex gerade ist, positiv, deren Summe ungerade ist, negativ sind.

Für eine quadratische Matrix von der Ordnung 4 ergibt sich folgendes Bild:

$$\begin{bmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{bmatrix}$$

Die aus obiger Korrelationsmatrix auf die beschriebene Weise abgeleitete Adjunktenmatrix n-ter Ordnung lautet:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & R_{14} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & R_{24} & \dots & R_{2n} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & R_{34} & \dots & R_{3n} \\ R_{41} & R_{42} & R_{43} & R_{44} & \dots & R_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{n1} & R_{n2} & R_{n3} & R_{n4} & \dots & R_{nn} \end{bmatrix}$$

Aufgrund der Adjunktenmatrix werden folgende Koeffizienten der nach x_1 als abhängiger Variablen aufgelösten Regressionsgleichung gebildet:

$$b_{kj} = -\frac{R_{kj}}{R_{kk}}$$

Hierbei durchlaufen sowohl k als auch j die Folge 1 bis n.
Durch Austausch der Variablen errechnet sich ein Koeffizient, der durch seine Nähe zum Regressionskoeffizienten eine Aussage über die Stärke des Zusammenhangs zwischen den betreffenden Variablen macht und die Bezeichnung Umkehrkoeffizient (tilling-coefficient) trägt. So betrachtet, sind die normalen Regressionskoeffizienten Spezialfälle der Umkehrkoeffizienten.
Diese Umkehrkoeffizienten lauten

$$b_{ij}^{(k)} = -\frac{R_{kj}}{R_{ki}}$$

wobei i, j und k die Folge 1 bis n durchlaufen.
$b_{ij}^{(k)}$ ist der zu x_j gehörige Koeffizient bei Auflösung der Regressionsgleichung mit x_k als abhängiger Variabler nach x_i. Er repräsentiert gleichzeitig die Steigung eines Strahles, der im Koordinatensystem eingezeichnet wird. Die Endpunkte dieses Strahls sind R_{ki} (=Abszissenwert) und $-R_{kj}$ (=Ordinatenwert). Liegen die Endpunkte eines Strahls im 2. Quadranten (3. Quadranten) des Koordinatensystems, so wird er in den 4. Quadranten (1. Quadranten) gespiegelt.
Das charakteristische der Büschelkartenanalyse ist nun, daß die Zahl der Variablen ständig erhöht wird, so daß sich ein „Büschel" von Strahlen ergibt, dessen Veränderung jeweils beobachtet wird. Von einem im Sinne der Analyse positiven Ergebnis kann gesprochen werde, wenn sich die Strahlen des Büschels durch Einführung einer weiteren Variablen einander annähren und verlängern, da in diesem Fall keine Korrelation zwischen den unabhängigen Variablen gegeben ist.

4.3.2.2 *Ein numerisches Beispiel*

Wir untersuchen die Beziehung zwischen den Bruttoinvestitionen in der westdeutschen Landwirtschaft (x_1) einerseits und den verfügbaren Mitteln (x_2) und Arbeitskräften (x_3) andererseits.
Die Regressionsgleichung lautet:

$$x_1 = 625{,}2 + 0{,}3689 x_2 - 0{,}8916 x_3 + \eta$$

Der multiple Korrelationskoeffizient beträgt 0,995, d. h. die genannte Beziehung ist verhältnismäßig störungsfrei.
Die Büschelkartenanalyse soll zeigen, ob zwischen den unabhängigen Variablen der Regressionsgleichung Multikollinearität vorliegt. Hierfür werden zunächst Büschelkar-

ten für die einfachen Beziehungen zwischen den drei Variablen der Regressionsgleichung erstellt.

a) Büschelkarte für die Beziehung zwischen x_1 und x_2

Der einfache Korrelationskoeffizient beträgt 0,994, die Korrelationsmatrix lautet:

$$R = \begin{pmatrix} r(x_1, x_1) & r(x_1, x_2) \\ r(x_2, x_1) & r(x_2, x_2) \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}994 \\ 0{,}994 & 1 \end{pmatrix}$$

und die daraus abgeleitete adjungierte Matrix:

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}994 \\ -0{,}994 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Umkehrkoeffizienten bzw. Steigungen der beiden Strahlen errechnen sich wie folgt:

$$b^{(x_1)}_{x_1x_2} = \qquad -\frac{R_{12}}{R_{11}} = -\frac{-0{,}994}{1} = +0{,}994$$

$$b^{(x_2)}_{x_1x_2} = \frac{1}{b^{(x_1)}_{x_1x_2}} = -\frac{R_{22}}{R_{12}} = -\frac{1}{-0{,}994} = +1{,}006$$

Die Ordinaten der Endpunkte der Strahlen lauten:
für $b^{(x_1)}_{x_1x_2}$: Abszissenwert 1, Ordinatenwert 0,994
für $b^{(x_2)}_{x_1x_2}$: Abszissenwert $-0{,}994$, Ordinatenwert -1
Die Ermittlung der Büschel für die Beziehungen zwischen x_1 und x_3 bzw. zwischen x_2 und x_3 erfolgt analog und kann hier unterbleiben.

b) Büschelkarte für die Beziehung zwischen x_1 und x_2 bei Einführung der weiteren Variablen x_3

Um die Veränderung der Büschel durch die Einführung einer weiteren erklärenden Variablen aufzeigen zu können, muß das Verfahren mit drei Variablen wiederholt werden.
Die Korrelationsmatrix für alle drei Variablen lautet:

$$R = \begin{pmatrix} r(x_1, x_1) & r(x_1, x_2) & r(x_1, x_3) \\ r(x_2, x_1) & r(x_2, x_2) & r(x_2, x_3) \\ r(x_3, x_1) & r(x_3, x_2) & r(x_3, x_3) \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}994 & -0{,}988 \\ 0{,}994 & 1 & -0{,}986 \\ -0{,}988 & -0{,}986 & 1 \end{pmatrix}$$

Hierzu bilden wir wieder die adjungierte Matrix

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix}$$

wobei die Determinanten folgende Vorzeichen haben:

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

Durch Bildung der Determinanten der Untermatrizen errechnen sich folgende Adjunkten:

$$R_{11} = r(x_2, x_2)\, r(x_3, x_3) - r^2(x_2, x_3) = 1 - 0{,}972 = +0{,}028$$

$$R_{12} = -\, r(x_2, x_1)\, r(x_3, x_3) + r(x_3, x_1)\, r(x_2, x_3) = -0{,}994 + [(-0{,}988)(-0{,}986)] = -0{,}020$$

$$R_{13} = r(x_2, x_1)\, r(x_3, x_2) - r(x_3, x_1)\, r(x_2, x_2) = -0{,}980 + 0{,}988 = +0{,}008$$

$$R_{22} = r(x_1, x_1)\, r(x_3, x_3) - r(x_3, x_1)\, r(x_1, x_3) = 1 - 0{,}976 = +0{,}024$$

$$R_{23} = -r(x_1, x_1)\, r(x_3, x_2) + r(x_3, x_1)\, r(x_1, x_2) = -(-0{,}986 + 0{,}982) = +0{,}004$$

$$R_{33} = r(x_1, x_1)\, r(x_2, x_2) - r(x_2, x_1)\, r(x_1, x_2) = 1 - 0{,}988 = +0{,}012$$

Die Adjunktenmatrix lautet demnach:

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 0{,}028 & -0{,}020 & 0{,}008 \\ -0{,}020 & 0{,}024 & 0{,}004 \\ 0{,}008 & 0{,}004 & 0{,}012 \end{pmatrix}$$

Aus der Adjunktenmatrix werden die Büschelkarten für die 2-fach Korrelationen gebildet.

Die Steigungen der Strahlen für die Beziehung zwischen x_1 und x_2 bei Einführung der Variablen x_3 betragen:

$$b^{(x_1)}_{x_1 x_2} = -\frac{R_{12}}{R_{11}} = -\frac{-0{,}020}{0{,}028} = +0{,}714$$

$$b^{(x_2)}_{x_1 x_2} = -\frac{R_{22}}{R_{12}} = -\frac{0{,}024}{-0{,}020} = +1{,}200$$

$$b^{(x_3)}_{x_1 x_2} = -\frac{R_{32}}{R_{13}} = -\frac{0{,}004}{0{,}008} = -0{,}500$$

Die Ordinaten der Endpunkte der Strahlen lauten

bei $b^{(x_1)}_{x_1 x_2}$: Abszissenwert 0,028; Ordinatenwert 0,020
bei $b^{(x_2)}_{x_1 x_2}$: Abszissenwert −0,020; Ordinatenwert −0,024
bei $b^{(x_3)}_{x_1 x_2}$: Abszissenwert 0,008; Ordinatenwert −0,004

Die Büschelkarten für die Beziehungen zwischen x_1 und x_3 bei Einführung der Variablen x_2 und für die Beziehung zwischen x_2 und x_3 bei Einführung von x_1 lassen sich wieder analog ermitteln.

Da unser Interesse der Beziehung zwischen x_1 als abhängiger Variabler und x_2 und x_3 als unabhängigen Variablen gilt, beschränken wir uns bei den restlichen beiden Beziehungen auf die graphische Darstellung der Büschel.

Abb. 1 enthält alle 6 möglichen Büschel, die unter Berücksichtigung der Quadranten und Endpunkte jeweils in ein Koordinatensystem eingezeichnet wurden.

Die Büschelkarten a und a', b und b', c und c' gehören jeweils zusammmen.

Die Büschelkartenanalyse zeigt eine starke Interkorrelation zwischen den jeweils unabhängigen Variablen. Das Büschel öffnet sich und die Strahlen verkürzen sich in allen drei Fällen bei der Hereinnahme der zusätzlichen Variablen.

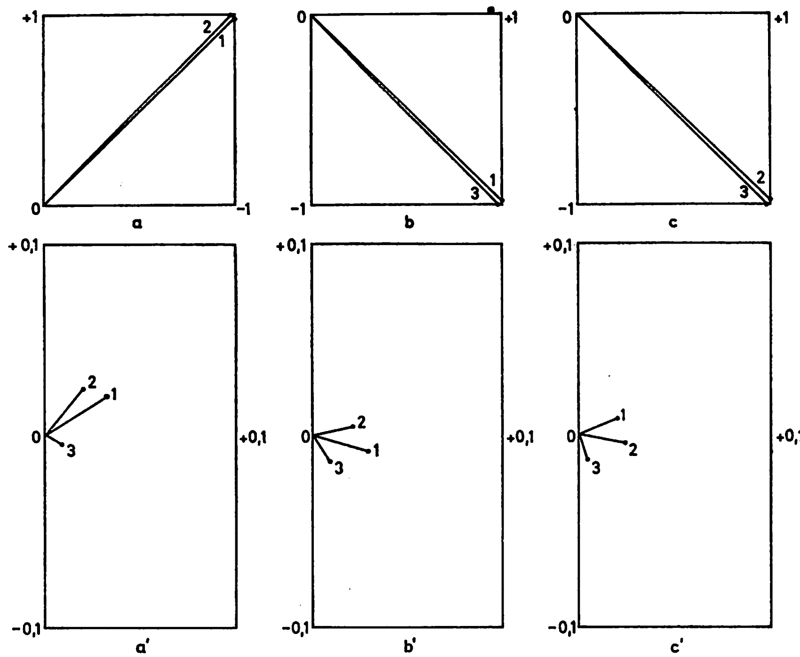


Abb. 1 Büschelkartenanalyse für die 2-fach Regression $x_1 = k_1 + k_2x_2 + k_3x_3$

wobei x_1 = Bruttoinvestitionen	Strahl 1 = Bruttoinvestitionen
x_2 = verfügbare Mittel	Strahl 2 = verfügbare Mittel
x_3 = Zahl der Arbeitskräfte	Strahl 3 = Zahl der Arbeitskräfte

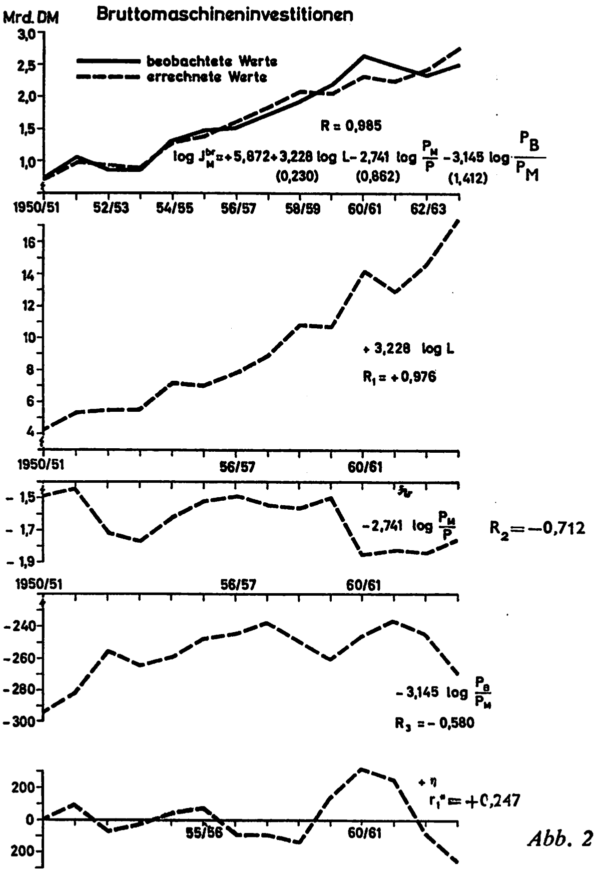
5 Einige ausgewählte empirische Ergebnisse

5.1 *Bruttomaschineninvestitionen*

Von der Vielzahl der angestellten empirischen Berechnungen können hier nur einige wenige kurz erläutert werden, wobei wir uns auf der Seite der abhängigen Variablen auf die Bruttomaschinenivestitionen beschränken wollen.

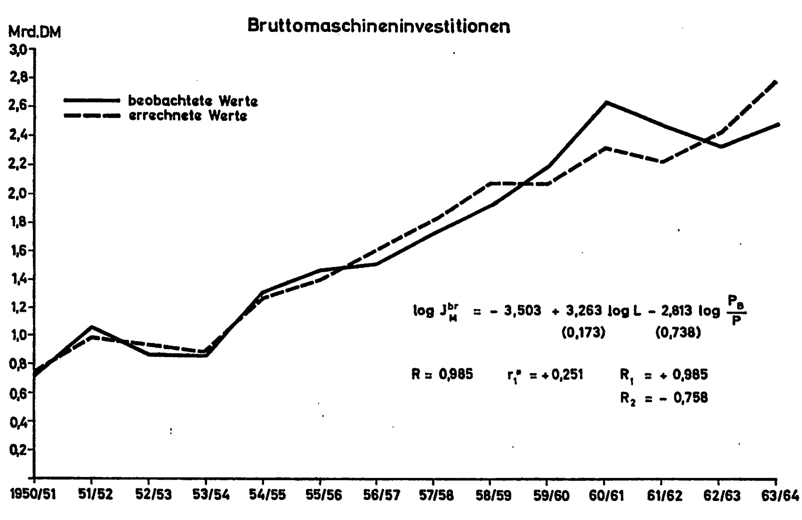
5.1.1 *Einfachregressionen*

Bei den Einfachregressionen erbrachten von den verfügbaren Variablen die landwirtschaftliche Erzeugung bzw. Wertschöpfung, die Zahl der Arbeitskräfte, die Verkaufserlöse, verfügbaren Mittel und- Einnahmen — in dieser Reihenfolge — die besten Ergebnisse, wobei es sich zeigte, daß eine Deflationierung der Variablen nicht von Vorteil ist. Ebensowenig konnten eingeführte „time-lags" die Resultate verbessern.
Da die Maschinenivestitionen wie die meisten erklärenden Variablen einen statistisch sehr gut gesicherten Trend aufweisen, waren die Einfachregressionen vielfach stark autokorreliert. Die Autokorrelation konnte jedoch — vornehmlich mit Hilfe der autoregressiven Transformation — fast ausnahmslos beseitigt werden, ohne daß die Korrelation entscheidend darunter litt.
Eine Abhängigkeit der Maschineninvestitionen vom Zins konnte nicht nachgewiesen werden. Weder der durchschnittlich vom landwirtschaftlichen Investor aufgebrachte



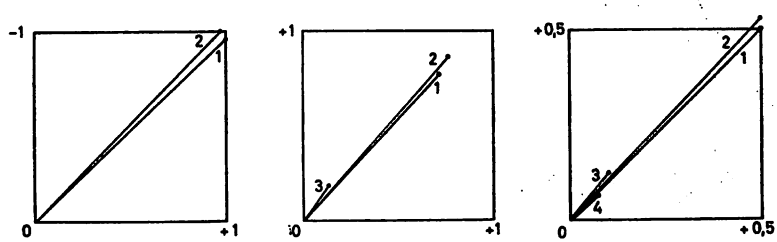
Mrd. DM
Bruttomaschineninvestitionen
beobachtete Werte
errechnete Werte
R = 0,985
log J_M^{br} = +5,872 + 3,228 log L − 2,741 log $\frac{P_M}{P}$ − 3,145 log $\frac{P_B}{P_M}$
(0,230) (0,862) (1,412)
1950/51
52/53
54/55
56/57
58/59
60/61
62/63
+ 3,228 log L
R_1 = + 0,976
56/57
60/61
−2,741 log $\frac{P_M}{P}$
R_2 = −0,712
−3,145 log $\frac{P_B}{P_M}$
R_3 = − 0,580
r_1^* = +0,247
55/56
60/61

Abb. 2



Mrd.DM
Bruttomaschineninvestitionen
beobachtete Werte
errechnete Werte
log J_M^{br} = − 3,503 + 3,263 log L − 2,813 log $\frac{P_B}{P}$
(0,173) (0,738)
R = 0,985
r_1^* = + 0,251
R_1 = + 0,985
R_2 = − 0,758
1950/51
51/52
52/53
53/54
54/55
55/56
56/57
57/58
58/59
59/60
60/61
61/62
62/63
63/64

Abb. 3



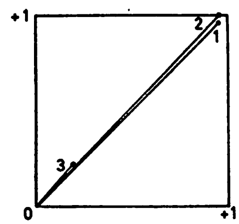


Abb. 4

Strahl 1 = Bruttomaschineninvestitionen
Strahl 2 = Erzeugung in GE
Strahl 3 = Index Maschinenpreise/Index Erzeugerpreise
Strahl 4 = Index Betriebsmittelpreise/Index Maschinenpreise

Strahl 1 = Bruttomaschineninvestitionen
Strahl 2 = Erzeugung in GE
Strahl 3 = Index Betriebsmittelpreise/Index Erzeugerpreise

Zins, noch der Diskontsatz zeigten eine statistisch gesicherte Beziehung, wobei der Diskontsatz erst durch die notwendige Autokorrelationsausschaltung als erklärende Variable ausschied.

5.1.2 *Mehrfachregressionen*

Der Schätzung multipler Regressionen waren durch sehr häufig auftretende Multikollinearität enge Grenzen gesetzt. Es zeigte sich nämlich, daß sich Variablen, die in der Einfachregression gute Ergebnisse brachten, in der Mehrfachregression ausnahmslos nicht vertrugen. So konnten z. B. die ausschlaggebenden Variablen verfügbare Mittel und -Arbeitskräfte nicht gleichzeitig als erklärende Variablen auftreten.
Unter Berücksichtigung des ersten empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten der Residuen (r_1^*), der Interkorrelation sowie der Standardfehler der Regressionskoeffizienten (Ausdrücke in Klammern) bzw. der partiellen Korrelationskoeffizienten ($R_{1,2,3}\ldots$) ergaben die folgenden beiden Funktionen den höchsten multiplen Korrelationskoeffizienten von 0,985:

$$1.\ \log I_M^{br} = +5{,}872 + \underset{(0{,}230)}{3{,}228} \log L - \underset{(0{,}862)}{2{,}741} \log \frac{P_M}{P} - \underset{(1{,}412)}{3{,}145} \log \frac{P_B}{P_M}\ ^{1)}$$

$$r_1^* = +0{,}247;\ R_1 = +0{,}976,\ R_2 = -0{,}712,\ R_3 = -0{,}580$$

$$2.\ \log I_M^{br} = -3{,}503 + \underset{(0{,}173)}{3{,}263} \log L - \underset{(0{,}738)}{2{,}813} \log \frac{P_B}{P}$$

$$r_1^* = +0{,}251;\ R_1 = +0{,}985,\ R_2 = -0{,}758$$

Die Büschelkartenanalyse zeigt in beiden Fällen keine Interkorrelation. Die Strahlen verkürzen sich im ersten Fall zwar etwas, rücken jedoch noch enger zusammen (vgl. Abb. 4, S. 339).

---

[1]) Zur Erklärung der Variablen vgl. S. 341

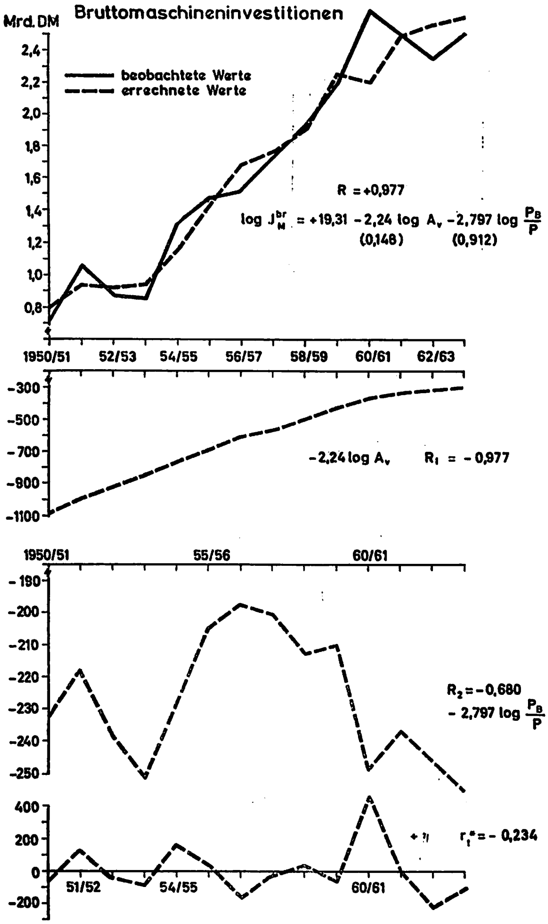


Abb. 5

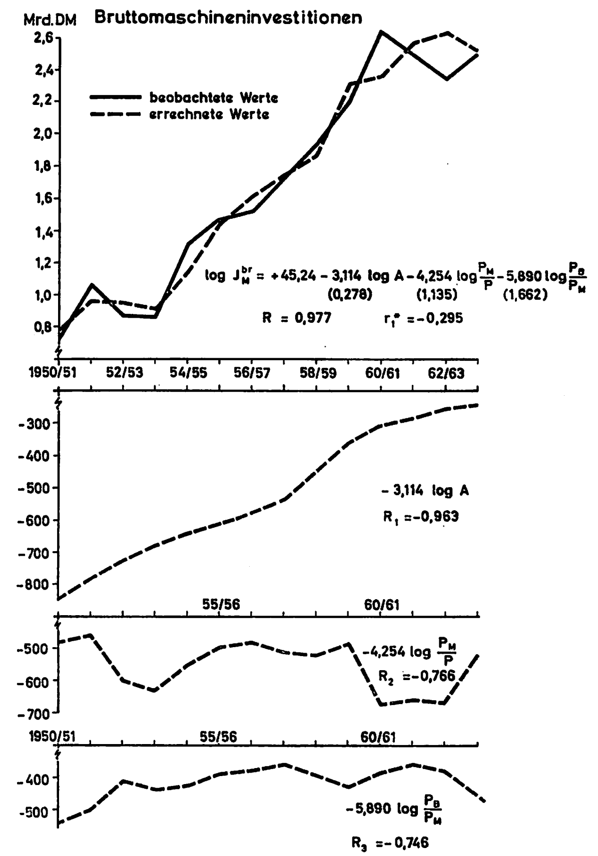


Abb. 6

Die Abbildungen 2 und 3 auf Seite 338 zeigen die Anpassung der Funktionen an die beobachteten Werte.

Einen ähnlich starken Einfluß auf die Maschinenivestitionen haben die Zahl der „Voll"-Arbeitskräfte und die realen Betriebsmittelpreise (vgl. Abb. 5):

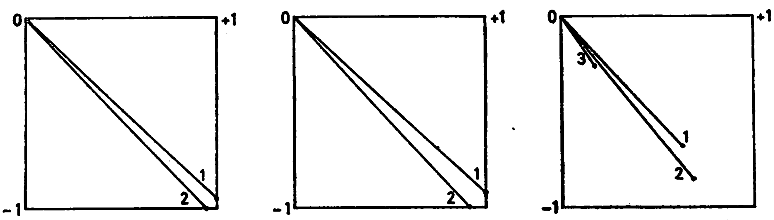
$$3.\ \log I_M^{br} = +19{,}31 - \underset{(0{,}148)}{2{,}388} \log A_v - \underset{(0{,}912)}{2{,}797} \log \frac{P_B}{P}$$

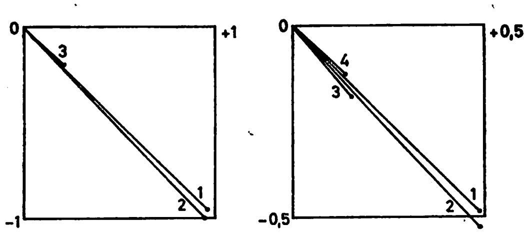
$$R = 0{,}977;\ r_1^* = -0{,}234;\ R_1 = -0{,}977,\ R_2 = -0{,}680$$

Auch die Zahl der gesamten Arbeitskräfte erklärt zusammen mit den realen Maschinenpreisen und dem Verhältnis aus Betriebsmittel- und Maschinenpreisen die Entwicklung der Maschineninvestitionen recht gut (vgl. Abb. 6):

$$4.\ \log I_M^{br} = +45{,}25 - \underset{(0{,}278)}{3{,}114} \log A - \underset{(1{,}135)}{4{,}254} \log \frac{P_M}{P} - \underset{(1{,}662)}{5{,}890} \log \frac{P_B}{P_M}$$

$$R = 0{,}977;\ r_1^* = -0{,}295;\ R_1 = -0{,}963,\ R_2 = -0{,}766,\ R_3 = -0{,}746$$





Strahl 1 = Bruttomaschineninvestitionen
Strahl 2 = Zahl der Voll-Arbeitskräfte
Strahl 3 = Index Betriebsmittelpreise/ Index Erzeugerpreise
Strahl 4 = Index Betriebsmittelpreise/ Index Maschinenpreise

Abb. 7

Strahl 1 = Brutomaschineninvestitionen
Strahl 2 = Zahl der gesamten Arbeitskräfte
Strahl 3 = Index Maschinenpreise/Index Erzeugerpreise

Die Büschelkartenanalyse (vgl. Abb. 7) zeigt, daß auch in diesen beiden Fällen die Hereinnahme der zusätzlichen Variablen in die Funktion nicht schädlich ist.
Obzwar die Reihe der empirischen Ergebnisse fortgesetzt werden könnte, möge dieser kurze Auszug, der einen kleinen Einblick in die Erfahrungen mit den angewandten Methoden gibt, genügen. Abschließend darf jedenfalls festgestellt werden, daß sich das Interkorrelationsproblem bei der Ableitung empirischer Investitionsfunktionen als ungleich schwerwiegender als das Autokorrelationsproblem erweist. Während die Autokorrelation, soweit sie überhaupt auftrat, fast ausnahmslos beseitigt werden konnte, erzwingt das Auftreten von Multikollinearität eine Reduzierung der Zahl der erklärenden Variablen in den geschätzten Funktionen und beeinträchtigt so die Ermittlung von Investitionsfunktionen auf der Basis eines theoretisch abgeleiteten Erklärungsmodells erheblich.

In den Regressionsgleichungen verwendete Symbole

I_M^{br} = Bruttomaschinenivestitionen
L = landwirtschaftliche Erzeugung in *GE*
P = Erzeugerpreise
P_B = Betriebsmittelpreise
P_M = Maschinenpreise
A = Zahl der Arbeitskräfte
A_v = Zahl der „Voll"-Arbeitskräfte

Literatur

1. Anderson, R. L.: Distribution of the Serial Correlation Coefficient. Ann. Math. Stat. *13*, Nr. 1, 1 (1942)
2. Bartlett, M. S.: On the Theoretical Specification and Sampling Properties of Autocorrelated Time Series. J. Roy. Stat. Soc., Suppl. *8*, Nr. 1, 27 (1946)
3. Cochrane, D. and G. H. Orcutt: Application of Least Squares Regression to Relationship Containing Autocorrelated Error Terms. J. Amer. Stat. Assoc. *44*, 32 (1949)

4. FRISCH, R.: Statistical Confluence Analysis by Means of Complete Regression Systems. Oslo 1934
5. Ders. und F. V. WAUGH: Partial Time Regression as Compared with Individual Trends. Econometrica *1*, 387 (1933)
6. GUTENBERG, E.: Untersuchungen über die Investitionsentscheidungen industrieller Unternehmungen. Köln und Opladen 1959
7. HAAVELMO, T.: The Probability Approach in Econometrics. Beiheft zur Econometrica, *12*, Kap. V (1944)
8. KRELLE, W.: Die Investitionsfunktion, Jahrb. f. Nationalökonomie und Statistik *172*, 345 (1960)
9. LORENZ, D.: Probleme und Ansätze einer kapazitätsorientierten Investitionspolitik. Wirtschaftswiss. Abhdlg. Heft 8. Berlin 1958
10. MENGES, G.: Ökonometrie. Wiesbaden 1961
11. ORCUTT, G. H., and S. F. JAMES: Testing the Significance of Correlations between Time Series. Biometrica *37*, 397 (1948)
12. PREISER, E.: Investition und Zins. In: Bildung und Verteilung des Volkseinkommens, 3. Aufl., S. 171 ff., Göttingen 1963
13. RUIST, E.: Standard Errors of the Tilling Coefficients used in Confluence Analysis. Econometrica *14*, 235 (1946)
14. TINTNER, G.: Handbuch der Ökonometrie. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1960
15. WOLD, H. and L. JURBEN: Demand Analysis. New York 1952