



AgEcon SEARCH
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library

This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.

Help ensure our sustainability.

Give to AgEcon Search

AgEcon Search
<http://ageconsearch.umn.edu>
aesearch@umn.edu

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

Kastner, W.: Erfahrungen bei der Schätzung gesamtbetrieblicher Produktionsfunktionen aus der Buchführungsstatistik. In: Reisch, E.: Quantitative Methoden in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Band 4, Münster-Hiltrup: Landwirtschaftsverlag (1967), S. 145-152.

Erfahrungen bei der Schätzung gesamtbetrieblicher Produktionsfunktionen aus der Buchführungsstatistik

Von Dr. W. KASTNER, München-Weihenstephan

1	Das Datenmaterial und seine Aufbereitung	145
1.1	Gewinnung der Stichprobenbetriebe	145
1.2	Definition der Variablen	146
2	Die Schätzung des Modells	147
3	Zur Auswertung von Betriebs-Produktionsfunktionen	149
4	Der Aussagewert von Betriebs-Produktionsfunktionen	152

Die Buchführungsstatistik liefert in ihrer heutigen Form eine Vielzahl von Daten für Betriebsvergleiche. Für die Ableitung sog. partieller Produktionsfunktionen, welche die input-output-Beziehungen in den einzelnen Betriebszweigen beschreiben, sind die Daten jedoch nicht genügend detailliert. Die durch den Bilanzstichtag hervorgerufene Trennung von Aufwand und zugehörigem Ertrag birgt zudem eine große Unsicherheit hinsichtlich der Güte des Untersuchungsmaterials in sich. Diese beiden Umstände waren Anlaß für die Schätzung von Betriebs-Produktionsfunktionen und die Wahl von Untersuchungsbetrieben aus dem Bayerischen Alpen- und Alpenvorland.

1 Das Datenmaterial und seine Aufbereitung

Im Gebiet des Alpen- und Alpenvorlandes werden überwiegend FI-Betriebe mit 60–80% Futterbau an der LN und FII-Betriebe mit 80–100% Futteranteil an der LN angetroffen. Diese beiden Bodennutzungssysteme haben eine starke Rindviehhaltung zur Folge, die eine ziemlich gleichartige Ausrichtung der gesamten Betriebsorganisation mit sich bringt. Es wurde deshalb vermutet, daß die Betriebe nach einer Unterteilung eine homogene Zusammensetzung des Rohertrages aufweisen und noch in ausreichender Anzahl zur Verfügung stehen. Nachdem eine bestimmte Produktionsrichtung an Art und Qualität der Produktionsmittel gewisse Ansprüche stellt, wird dadurch die Vergleichbarkeit der eingesetzten Produktionsmittel verbessert. In Grünlandbetrieben ist zudem die Trennung von Aufwand und zugehörigem Ertrag durch den Bilanzstichtag 1. Mai nicht so gravierend wie in Ackerbaubetrieben. Ziel der Datenaufbereitung muß sein, Betriebe zu finden, die auf derselben Produktionsfunktion mit qualitativ gleich guten Faktoren aber verschieden hohem Faktoreinsatz wirtschaften. Je besser diese Erfordernisse erreicht werden können, desto aussagekräftiger und für den einzelnen Betrieb zutreffender wird die geschätzte Produktionsfunktion sein.

1.1 Gewinnung der Stichprobenbetriebe

Das Ausgangsmaterial für die Untersuchung stellten die Buchführungsabschlüsse der Jahre 1959/60 und 60/61 [38; 39]. Insgesamt standen 749 über die beiden Jahre fast

gleichmäßig verteilte Betriebe zur Verfügung. Die aus diesem Material gewonnenen Stichprobenbetriebe genügen folgenden Anforderungen:

1. Die Einheitswerte liegen zwischen 800 und 1200 DM je ha LN.
2. Die Einnahmen aus Milch- und Rindviehverkauf nehmen einen Anteil von mehr als 65% vom Rohertrag abzüglich des Mietwertes der Wohnung ein.
3. Betriebe mit größerem Almanteil an der LN und umfangreicheren Rindviehverkäufen (Tbc-Sanierung) sind nicht enthalten.

Diese Anforderungen erfüllten 92 FI-Betriebe und 233 FII-Betriebe. Zur weiteren Charakterisierung des Datenmaterials diene folgende Tabelle:

TABELLE 1 Angaben zu den Stichproben (arithmet. Mittel)

	FI-Betriebe	FII-Betriebe
Betriebsgröße (ha)	14,81 (44,8)	15,65 (41,2)
AK je Betrieb	2,54 (40,9)	2,52 (35,9)
AK je 100 ha LN	17,2 (29,3)	16,1 (22,3)
Maschinenkapital je AK (DM)	7572 (69,6)	5892 (60,7)
Viehkaptal je AK (DM)	8288 (23,0)	9848 (21,0)
HF/RGV (Ar)	60,1 (21,2)	74,4 (25,4)
Rohertrag aus Milch in % des Rohertrages insges.	48,7 (16,7)	55,6 (17,6)

Anmerkung: Die Variationskoeffizienten sind in Klammern gesetzt.

Die Tabelle 1 zeigt nicht unerhebliche Unterschiede zwischen den beiden Bodennutzungssystemen. Aus diesem Grunde wurden getrennte Produktionsfunktionen geschätzt. Eine später durchgeführte statistische Prüfung bestätigte die Richtigkeit dieses Vorgehens (s. Anhang unter c).

Infolge der strengen Selektion des Materials liegt der Gedanke nahe, daß das Datenmaterial ziemlich homogenisiert wurde. Es ist jedoch auch anzunehmen und die relativ geringen Streuungen der Kennwerte in Tabelle 1 weisen darauf hin, daß die Varianzen der Variablen eingeengt wurden. Dieser Umstand hat eine Vergrößerung der Stichprobenfehler der geschätzten Regressionskoeffizienten zur Folge. Instabile Parameter bringen jedoch unsichere ökonomische Schlußfolgerungen mit sich. Somit werden bei der Auswahl des Untersuchungsmaterials zwei konträre Ziele verfolgt: die Gewinnung eines homogenen Stichprobenmaterials und eine breite Streuung der unabhängigen Variablen.

1.2 Definition der Variablen

In der Literatur sind Auswahl und Messung der Variablen für die Schätzung von Produktionsfunktionen nicht einheitlich. Es finden sich sehr verschiedene Formulierungen, die jeweils von der gestellten Aufgabe und dem verfügbaren Datenmaterial abhängig sind [4, S. 145f; 8; 13; 14; 13, S. 554f; 15; 16; 17; 27; 29]. Auf die besonderen Schwierigkeiten der Messung der Variablen wird bei HEADY und DILLON [13, S. 218f] und bei NEANDER [24] eingegangen. BRADFORD und JOHNSON [4, S. 144; 18] geben weitere Hinweise. Um in der vorliegenden Untersuchung zu möglichst detaillierten Aussagen zu gelangen, wurden zunächst folgende Variablen definiert:

Z_1 = der Faktor Boden, gemessen in ha LN, um die Pferdefutterfläche korrigiert. Diese Flächen liefern Produktionsmittel und keine direkten oder indirekten Produkte wie z. B. Futterflächen, die der Milcherzeugung dienen. Mangels entsprechender An-

gaben wurde die in Abzug gebrachte Fläche durch Multiplikation der ha Hauptfrucht-futterfläche je RGV (HF je RGV) mit den Pferde-Großvieheinheiten ermittelt. Zum Ausgleich wurde das Konto Arbeitshilfsmittel mit 730 DM je Pferde-GV belastet. Diesen Betrag gibt NEUMANN [25] als jährliche Futterkosten an. Die um die Pferde-futterfläche reduzierte Fläche wird im folgenden weiterhin mit LN bezeichnet.

Z_2 = der Arbeitsaufwand der Betriebe wurde den Buchführungsaufzeichnungen ent-nommen und in Arbeitskraft-Monaten gemessen. Auf den folgenden Seiten wird der Arbeitsaufwand mit AK-M bezeichnet.

Z_3 = die Summe aus den Aufwendungen für Saatgut, Düngemittel, Pflanzenschutz in DM.

Z_4 = die Ausgaben für den Futtermittelzukauf in DM.

Z_5 = der Aufwand für Arbeitshilfsmittel (Treibstoffe, Öle, Fette, Strom und Heiz-stoffe, Maschinenmiete und Fuhrlohn) vermehrt um die Kosten des Pferdefutters in DM.

Z_6 = der Aufwand an allgemeinen Viehunkosten und allgemeinen Betriebskosten in DM.

Z_7 = der Zinsanspruch des im Jahresdurchschnitt vorhandenen Zuchtviehkapitals in DM.

Die Berechnung wurde in der Weise vorgenommen, daß aus den Betriebsbögen der Zuchtviehbestand entnommen und nach den Richtwerten des Grünen Berich-tes [40, S. 123] je Rindvieh-GV mit 1100 DM, je Zuchtschweine-GV mit 1300 DM bewertet wurde. Für das gesamte Zuchtviehkapital wurde ein Zinssatz von 4 v. H. veranschlagt.

Z_8 = Wert des im Jahresdurchschnitt vorhandenen Mast- und Jungviehs in DM, be-wertet nach den eben genannten Sätzen. Die Trennung von Zuchtvieh und Mast- und Jungvieh ist deshalb erfolgt, weil Zuchtvieh als langfristiges Anlagekapital aufzufassen ist, während der wachsende Viehstapel über den Verkauf bzw. den Zuwachs jede ihm festgelegte DM im Wirtschaftsjahr wieder einbringen soll.

Z_9 = Der Zeitwert des Maschinenkapitals vermehrt um das Pferdekapital in DM. Je Pferde-GV wurden nach den Richtwerten des Grünen Berichtes [40, S. 123] 850 DM eingesetzt. Diese Variable wird im folgenden mit Maschinenkapital bezeichnet. Der Aufwand für Abschreibung und Unterhalt der Maschinen ist in Z_5 nicht enthalten, da die Produktivität des Maschinenkapitals diese Kosten decken soll.

Y = die Summe aus dem Rohertrag des Betriebes und Z_8 , vermindert um den Miet-wert der Wohnung und den Viehzukauf in DM. Nachdem für Y kein definierter Begriff existiert, wird diese Variable „Ertrag“ genannt.

Der Aufwand für Gebäude ist in keiner der Variablen aufgeführt, da diese Ausgaben nicht direkt produktiv sind [18]. Infolgedessen ist der Mietwert der Wohnung von Y abzusetzen. Von den Ausgaben für den Viehzukauf kann nicht generell erwartet wer-den, daß sie in demselben Wirtschaftsjahr Einnahmen in gleicher Höhe bringen. Sie blieben deshalb unberücksichtigt.

Die Anzahl von 9 unabhängigen Variablen führte jedoch zu wenig sinnvollen Schät-zungsergebnissen. Infolgedessen wurde sie mittels Aggregation schrittweise verringert.

2 Die Schätzung des Modells

Für die Wahl der Form der Funktion gibt die Wirtschaftstheorie keine bestimmten Hinweise. Es können aber einige Kriterien aufgestellt werden, die auch für die Beurteil-ung der Ergebnisse entscheidend sind.

Die Funktion soll für jede partielle Faktorvariation abnehmenden Ertragszuwachs gestatten. Negative und zunehmende Grenzerträge sind unrealistisch, weil anzunehmen ist, daß Buchführungsbetriebe im rationellen Produktionsbereich wirtschaften. Diesen Überlegungen entspricht die Hypothese, daß die Produktionsfunktion durch eine Potenzfunktion (Cobb-Douglas-Funktion) darstellbar ist.

Das Modell hat daher die Form:

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \dots X_k^{\beta_k} \varepsilon \quad (1)$$

Nach der Logarithmierung von (1) kann zur Schätzung die Methode der kleinsten Quadrate verwendet werden. Die Schätzfunktion lautet dann:

$$\ln Y = \ln b_0 + b_1 \ln X_1 + b_2 \ln X_2 + \dots + b_k \ln X_k + \ln \varepsilon \quad (2)$$

Ein bei den vielen Versuchen aufgetretenes Ergebnis sei im folgenden angeführt. Die FI-Betriebe waren nach der LN und den Arbeitskräften stratifiziert worden, indem ein 3×2 Feld gleich stark besetzt wurde. Die Stichprobe umfaßte dann nur noch 66 Beobachtungen. Eine Stratifizierung war vorgenommen worden, weil der Faktor Arbeit mehrmals einen negativen Regressionskoeffizienten aufgewiesen hatte.

Nach der Entlogarithmierung wurde die Funktion

$$Y = 14,647 Z_1^{0,1378} Z_2^{0,04461} Z_3^{0,02173} Z_4^{0,063382} (Z_5 + Z_6)^{0,05516} Z_7^{0,38217} Z_8^{0,35708} Z_9^{0,08275} \quad (3)$$

erhalten.

Das multiple Bestimmtheitsmaß erreichte einen Wert von $R^2 = 0,9946$. Darauf errechneten sich für die geometrischen Mittelwerte der Variablen folgende Grenzproduktivitäten:

TABELLE 2 Grenzproduktivitäten, Standardfehler der Koeffizienten und *t*-Werte

	Grenzproduktivität ¹⁾ DM	Fehler	<i>t</i> -Werte
LN (ha)	27,39	0,06635	0,20774
AK-M	47,71	0,04988	0,89439
Saatgut, Düngemittel, Pflanzenschutz (DM)	0,59	0,02686	0,80916
Futtermittelzukauf (DM)	1,14	0,02850	2,23889
Arbeitshilfsmittel, allg. Vieh- und Betriebskosten (DM)	0,78	0,04922	1,12074
Zins des Zuchtviehkapitals (DM)	20,56	0,06728	5,67990
Mast- und Jungviehkapital (DM)	1,40	0,04445	8,03304
Maschinenkapital (DM)	0,19	0,03503	2,36224

¹⁾ Die Grenzproduktivität des *j*-ten Faktors folgt aus (3) zu:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_j} = b_j \frac{Y}{X_j}$$

Von acht Koeffizienten sind in Tabelle 2 vier nicht signifikant. Die Grenzproduktivitäten der Variablen „Zinsanspruch des Zuchtviehkapitals“ und des „Jungviehkapitals“ erscheinen überschätzt, die der Variablen Z_1 , Z_3 und Z_5 unterschätzt zu sein. Das Ergebnis wurde deshalb abgelehnt. Eine der Ursachen scheint die im Verhältnis zum Stichprobenumfang große Anzahl an Koeffizienten zu sein. Ohne Variablen, die im

Beispiel zwar nicht statistisch gesichert, aber sachlich gesehen von Einfluß sind, aus der Hypothese zu entlassen, kann der Weg der Aggregation beschriftet werden.

Die Zusammenfassung von Produktionsmitteln wirft allerdings neue Probleme auf. So muß bei der arithmetischen Aggregation unterstellt werden, daß die relative Zusammensetzung innerhalb des Aggregates einigermaßen konstant ist. Die bei den Zwischenergebnissen immer wieder aufgetretenen hohen Interkorrelationen unterstützen diese Annahme. Wenn bei der Aggregation anstelle der arithmetischen geometrische Summen gebildet werden, ist an die Schätzung unverzerrter Regressionskoeffizienten die Bedingung geknüpft, daß der Umfang der einzelnen Aggregatsbestandteile von der Größe der Elastizitäten unabhängig ist, z. B. die Elastizitäten der aggregierten Variablen alle gleich groß sind. Dies ist jedoch unwahrscheinlich [10].

Nach einigen weiteren Versuchen brachte die stärkste Aggregation erst annehmbare Ergebnisse. Die Variablen sind dabei wie folgt definiert:

$$X_1 = Z_1 \text{ (ha LN)},$$

$$X_2 = Z_2 \text{ (AK-M)},$$

$$X_3 = Z_3 + Z_4 + Z_5 + Z_6 + Z_7 + Z_8$$

im folgenden bezeichnet mit „Ertragssteigernde Produktionsmittel“,

$X_4 = Z_9$ (DM Maschinenkapital)

$Y_{1,2} = Y$ (DM Ertrag); die Unterscheidung mit Hilfe der Indizes bezieht sich auf die Stichprobe der FI-Betriebe (Y_1) und die der FII-Betriebe (Y_2).

Die Produktionsfunktionen der FI-Betriebe (PF-I) und der FII-Betriebe (PF-II) lauten:

$$Y_1 = 40,981 X_1^{0,26261} X_2^{0,7925} X_3^{0,51315} X_4^{0,07819} \quad (4)$$

und

$$Y_2 = 14,078 X_1^{0,15585} X_2^{0,00769} X_3^{0,69422} X_4^{0,06135} \quad (5)$$

Die wichtigsten statistischen Maßzahlen sind im Anhang unter a) und b) zusammengestellt.

3 Zur Auswertung von Betriebs-Produktionsfunktionen

Beide Funktionen sind statistisch gut gesichert, ebenso alle Koeffizienten mit Ausnahme derer für den Faktor Arbeit. Die partiellen Regressionskoeffizienten, die in einer Potenzfunktion gleichzeitig partielle Elastizitäten sind, zeigen erwartungsgemäß jeweils abnehmenden Ertragszuwachs an.

In beiden Funktionen liegt die Summe der Elastizitäten unter 1,0. Die Prüfung der Hypothese, daß sie jeweils gleich 1,0 ist, ergab deren Ablehnung (Anhang unter d). Daraus ist zu schließen, daß in beiden Stichproben — eine unverzerrte Schätzung der Niveauelastizität vorausgesetzt — eine optimale Betriebsgröße existiert.

Nach GRILICHES [10] ist jedoch eine Unterschätzung der Niveauelastizität zu erwarten, wenn der Faktor „Betriebsleitung“ in der Produktionsfunktion unberücksichtigt bleibt.

Die betriebswirtschaftlich interessierende Frage, wie weit sich der Durchschnittsbetrieb in der Stichprobe im ökonomischen Gleichgewicht befindet, wird durch den Vergleich der Grenzproduktivitäten mit den Grenzkosten beantwortet (Tab. 3).

Als Bodenpreis wurde der Richtwert der Buchführungsstatistik [39] für den Zinsanspruch des Boden- und Gebäudekapitals angesetzt. Als Nettopachtpreis für die Pacht ganzer Betriebe dürfte er unter den Parzellenpachtpreisen liegen.

Die Arbeitskosten entsprechen dem Lohnanspruch einer männlichen Arbeitskraft im

TABELLE 3 Durchschnittlicher Einsatz an Produktionsmitteln, deren Grenzproduktivitäten und Grenzkosten

Produktionsmittel	FI-Betriebe		FII-Betriebe		Kosten (P_i) DM
	Einsatzmenge	Grenzproduktivitäten DM	Einsatzmenge geom. Mittel	Grenzproduktivitäten DM	
Boden (ha)	13,39	549,1	14,49	301,4	80
Arbeit (Monate)	27,84	79,7	28,45	7,6	360
Ertragssteigernde Produktionsmittel (DM)	12 420	1,16	13 074	1,49	1,08
Maschinenkapital (DM)	13 593	0,16	11 469	0,15	0,27

Jahre 60/61 [39]. Als Preis der ertragssteigernden Produktionsmittel sind in Tabelle 3 1,08 DM eingesetzt. In ihm sind 6% Zinsen und 2% Risikozuschlag enthalten.

Für das Maschinenkapital beträgt der Aufwand für Abschreibung und Unterhalt im 5- bis 25-ha-großen Futterbaubetrieb nach NEUMANN [25] 10% vom Neuwert. Wenn der Zeitwert in den Buchführungsabschlüssen im Durchschnitt dem halben Neuwert entspricht, ergibt sich — einschließlich der Kosten von 1% vom Neuwert für Unterbringung und Versicherung und 5% Zinsen vom halben Neuwert — ein Preis je DM Maschinenkapital von 0,27 DM.

In beiden Stichproben weichen die Grenzproduktivitäten von den zugehörigen Kosten ab. Wegen des Stichprobenfehlers ist zu untersuchen, ob die Abweichungen nicht zufallsbedingt sind.

TABELLE 4 95% Vertrauensgrenzen der Grenzproduktivitäten des Durchschnittsbetriebes (PF-I)

Produktionsmittel	Grenzproduktivität DM	Vertrauensgrenzen DM
Boden (ha)	549,1	766,7 bis 331,6
Arbeit (AK-M)	79,7	173,8 bis (-14,4)
Ertragssteigernde Produktionsmittel (DM)	1,16	1,36 bis 0,95
Maschinenkapital (DM)	0,16	0,28 bis 0,04

Nach Tabelle 4 liegt die Grenzproduktivität des Bodens zwischen 767 DM und 332 DM. Die Vertrauensgrenzen der AK-M schließen Null mit ein, da diese Variable nicht mit $P < 5\%$ signifikant ist. Die Kosten beider Faktoren liegen außerhalb der Grenzen und weichen somit wesentlich von den Grenzproduktivitäten ab. Dagegen beinhalten die Vertrauensbereiche die Grenzkosten der ertragssteigernden Produktionsmittel und des Maschinenkapitals. Bezüglich dieser beiden Produktionsmittel weicht der Durchschnittsbetrieb *ceteris paribus* mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% nicht vom Optimum ab. TRIFON [34] hält diese Interpretation für wenig sinnvoll, indem er feststellt, daß jeweils nur ein Produktionsmittel betrachtet wird, während für die Erfüllung

der Optimumsbedingung die simultane Betrachtung aller Faktoren erforderlich ist. Tatsächlich sind die Grenzproduktivitäten nach Anmerkung 1 wechselseitig voneinander abhängig. Wenn z. B. der AK-Besatz verringert wird, um eine Annäherung der Grenzproduktivitäten an die Grenzkosten zu erreichen, würden sich die Grenzproduktivitäten der beiden „optimal“ eingesetzten Faktoren ändern und umgekehrt.

Nach HEADY und DILLON [13, S. 562] ist eine statistische Hypothesenprüfung möglich, indem die Werte der Elastizitäten c_j berechnet werden, für welche die Grenzproduktivitäten den Grenzkosten gleich sind. Die Methode liefert im Prinzip dasselbe Ergebnis wie die Berechnung von Vertrauensgrenzen in Tabelle 4.

Für den Durchschnittsbetrieb der PF-II soll sein:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_1} = \frac{\bar{Y}_2}{\bar{X}_1} c_1 = P_1 \quad (6)$$

$$c_1 = \frac{\bar{X}_1 P_1}{\bar{Y}_2}$$

Daraus folgt für den t -Test:

$$t = \frac{b_1 - c_1}{s_{b1}}; FG = 228 \quad (7)$$

Da der zweiseitige t -Test angewandt wurde, ist der absolute Wert von t maßgebend. In der Tabelle 5 sind die Ergebnisse zusammengestellt. Die t -Werte zeigen signifikante Abweichungen der b_j von den Hypothesen c_j . Daraus ist der Schluß zu ziehen, daß die Betriebe im Mittel das Betriebsoptimum verfehlen.

TABELLE 5 Prüfung der Abweichungen der Grenzproduktivitäten von den betreffenden Grenzkosten

Produktionsmittel	b_j	c_j	s_{b_j}	t -Werte
Boden	0,15585	0,04137	0,03623	3,16
Arbeit	(0,00769)	0,36556	0,03292	(10,87)
Ertragssteigernde Produktionsmittel	0,69422	0,50397	0,03112	6,11
Maschinenkapital	0,06135	0,11052	0,02091	2,35

$$P = 5\% : t = 1,95; \quad P = 1\% : t = 2,60; \quad P = 0,1\% : t = 3,34$$

Wenn man dem Argument TRIFON's folgend für die PF-I das totale Gleichgewicht berechnet, ergibt sich folgende Betriebsorganisation:

$$\begin{aligned} \text{LN} &= 27\,582 \text{ ha} & \text{Ertragssteigernde Produktionsmittel} &= 3\,992\,400 \text{ DM} \\ \text{AK} &= 154 & \text{Maschinenkapital} &= 2\,433\,300 \text{ DM} \end{aligned}$$

Der Ertrag beläuft sich auf 8 402 800 DM, der Gewinn auf 561 475 DM. Letzterer ist aus

$$\hat{G}_1 = \hat{Y}_1 - P_1 X_1 - P_2 X_2 - P_3 X_3 - P_4 X_4 \quad (8)$$

geschätzt worden.

Wenn der Landpreis auf 240 DM erhöht wird, folgt:

$$\begin{aligned} \text{LN} &= 122 \text{ ha} & \text{Ertragssteigernde Produktionsmittel} &= 53\,156 \text{ DM} \\ \text{AK} &= 2,0 & \text{Maschinenkapital} &= 32\,400 \text{ DM} \end{aligned}$$

Ertrag und Gewinn betragen 111 880 DM bzw. 7 476 DM. Beide „optimalen“ Ergebnisse sind völlig unrealistisch und liegen außerhalb des Beobachtungsbereiches der Stichprobe. Sie machen weiterhin eine Eigenschaft der Potenzfunktion deutlich, daß es nämlich relativ großer Veränderungen im Faktoreinsatz bedarf, um entsprechende Reaktionen der Grenzproduktivitäten hervorzurufen. Die Funktion ist unempfindlich. Sie neigt im Bereich unterhalb der Mittelwerte zur Überschätzung und oberhalb zur Unterschätzung der Grenzproduktivitäten. Dies zeigt sich auch an folgendem Beispiel: Der Durchschnittsbetrieb der FII-Stichprobe müßte die ertragssteigernden Produktionsmittel um das 2,85 fache erhöhen, damit sich dieser Faktor im Gleichgewicht befindet. Selbst wenn der betreffende Regressionskoeffizient einen unverzerrten Schätzwert darstellte, dürfte eine Überschätzung der Faktormenge vorliegen.

Die geschätzten Grenzproduktivitäten erreichen in beiden Beispielen sinnvolle Größenordnungen. Die absoluten Werte sind jedoch unsicher. Die Schätzung optimaler input-Niveaus für verschiedene betriebliche Situationen ist mit der gleichen Unsicherheit behaftet.

4 Der Aussagewert von Betriebs-Produktionsfunktionen

Die folgenden Aussagen über die Nützlichkeit gesamtbetrieblicher Produktionsfunktionen beziehen sich allein auf den mikroökonomischen Bereich.

Neben den Einwänden, die WEINSCHENCK [35, S. 14—44] gegen die Konzeption der neoklassischen Theorie und damit die Produktionsfunktionsanalyse vorbringt, nämlich die beliebige Teilbarkeit und Substituierbarkeit der Produktionsmittel, können einige weitere Schwächen des Verfahrens angeführt werden. Selbst relativ homogene Betriebe wirtschaften an verschiedenen Punkten mehrerer partieller Produktionsfunktionen. Die Betriebs-Produktionsfunktion ist deshalb eine Durchschnittsfunktion, von welcher der Einzelbetrieb ganz erheblich abweichen kann. Mögliche Spezifikationsfehler wie: die Wahl der Funktionsform, Meßfehler in den unabhängigen Variablen, die Nichtbeachtung relevanter Variablen, qualitative Unterschiede der Faktoren zwischen den Stichprobenbetrieben und das Problem der Multikollinearität beeinträchtigen die Schätzung unverzerrter Regressionskoeffizienten. Damit werden die betriebswirtschaftlichen Aussagemöglichkeiten eingeengt. Der Stichprobenfehler bringt weitere Unsicherheiten in den Kalkül; d. h. der Optimalpunkt der Betriebsorganisation weist eine Streuung auf. Die Aggregation von Daten auf der Ertrags- wie auf der Aufwandsseite der Funktion macht es unmöglich, detaillierte Fragestellungen zu beantworten. Die Ursache für ein Abweichen vom Optimum ist nicht allein im unökonomischen Einsatz der Faktorkategorie zu suchen, sondern auch in deren suboptimaler Zusammensetzung. Ebenso kann die Verwendung eines Faktors oder eines Komplexes deshalb das Optimum verfehlen, weil eine suboptimale Zusammensetzung der Produkte vorliegt, an deren Produktion sie beteiligt sind.

Mit der Kalkulationsmethode wird für verschiedene Situationen, in denen jeweils bestimmte Faktoren willkürlich konstant gehalten werden, der wirtschaftlich maximal mögliche output bestimmt. Wenn aber auf der Ertragsseite mehrere Produkte zusammengefaßt sind, entsteht die Frage der optimalen Zuteilung der fixen Produktionsmittel auf die gegebenen Produktionsalternativen. Dies Problem und damit das der optimalen Gestaltung der Produktionsrichtung bleibt ungelöst. In der Produktionsfunktions-Analyse ist das Produktionsprogramm von den Marktpreisen der variablen Faktoren, die auch Kapazitäten sein können, abhängig. Vergleichsweise richtet sich das Hauptinteresse der linearen Optimierung auf die betriebspezifischen Kapazitäten. Diese ist sozusagen introvertiert, jene extrovertiert.

Literatur

1. ALLEN, R. G. D.: *Mathematik für Volks- und Betriebswirte*. Berlin 1956
2. BACHMANN, K.: *Theories and Techniques in Aggregative Analysis in Farm Management*. *J. Farm Econ.* 34, S. 787 (1952)
3. BERINGER, CH.: *Problems of Finding a Method to Estimate Marginal Value Productivities for Input and Investment Categories on Multiple-Enterprise Farms*. In: *Literaturverzeichnis Nr. 14*, S. 98
4. BRADFORD, L. A., and G. L. JOHNSON: *Farm Management Analysis*, 2. Aufl. London 1960
5. BRZOZA, A.: *The Application of Production in Economic-Agricultural Investigations*. In: DIXEY, R. N. (Hrsg.), *Internal Explorations of Agricultural Economics*. Ames, Iowa 1964
6. DORFMAN, R., SAMUELSON, P. A. and R. M. SOLOW: *Linear Programming and Economic Analysis*. New York—Toronto—London 1958
7. EFROYMSOM, M. A.: *Multiple Regression Analysis*. In: RALSTON, A. and H. S. WILF (Hrsg.), *Mathematical Methods of Digital Computers*, 2. Aufl. New York—London 1962, S. 191
8. EISGRUBER, L. M.: *Die Ableitung von Produktionsfunktionen aus Betriebsdaten*. In: *Bedeutung und Anwendung ökonomischer Methoden in der agrarwirtschaftlichen Forschung*. Veröff. d. Ges. für Wirtschaftswissenschaften des Landbaues e. V., 2, Hilstrup 1963, S. 77
9. FOX, K. A. and J. F. COONEY, jun.: *Effects of Intercorrelation upon Multiple Correlation and Regression Measures*. U. S. Department of Agriculture, Agricultural Marketing Service. Washington 1954
10. GRILICHES, Z.: *Specification Bias in Estimates of Production Functions*. *J. Farm Econ.* 39 S. 8 (1957)
11. Ders.: *Estimates of the Aggregate Agricultural Production Function from Cross-Sectional Data*. *J. Farm Economics* 45 S. 419 (1963)
12. HAVER, C. B.: *Economic Interpretation of Production Function Estimates*. In: *Literaturverzeichnis Nr. 14*, S. 146
13. HEADY, E. O. and J. L. DILLON: *Agricultural Production Functions*. Ames, Iowa 1961
14. HEADY, E. O., JOHNSON G. L. and L. S. HARDIN, (Hrsg.): *Resource Productivity, Returns to Scale and Farm Size*. Ames, Iowa 1956
15. HEADY, E. O., and R. SHAW: *Resource Returns and Productivity Coefficients in Selected Farming Areas of Iowa, Montana and Alabama*. Res. Bul. 425, Ames, Iowa 1955
16. HEADY, E. O., and E. R. SWANSON: *Resource Productivity in Iowa Farming*. Res. Bul. 388, Ames, Iowa 1952
17. HILDEBRAND, J. R.: *Some Difficulties with Empirical Results from Whole Farm Cobb-Douglas-Type Production Functions*. *J. Farm Econ.* 42 S. 897 (1960)
18. JOHNSON, G. L.: *Classification and Accounting Problems in Fitting Production Functions to Farm Record and Survey Data*. In: *Literaturverzeichnis Nr. 14*, S. 90
19. JOHNSTON, J.: *Econometric Methods*. New York—San Francisco—Toronto—London 1963
20. KEHRBERG, E. W. and E. REISCH: *Wirtschaftslehre der landwirtschaftlichen Produktion*. München—Basel—Wien 1964
21. KONIJN, H. S.: *Estimation of an Average Production Function from Surveys*. *The Economic Record* 35 S. 118 (1959)
22. LU, J. Y.: *Tolerance Interval for Multiple Regression*. *J. Farm Econ.* 42, S. 910 (1960)
23. MUNDLAK, Y.: *Specification and Estimation of Multiproduct Production Functions*. *J. Farm Econ.* 45 S. 433 (1963)
24. NEANDER, E.: *Probleme der Formulierung und Interpretation von Produktionsfunktionen landwirtschaftlicher Betriebe*. *Agrarwirtschaft* 14 S. 81 (1965)
25. NEUMANN, H.: *Der Wirtschaftserfolg bäuerlicher Familienbetriebe in Abhängigkeit von ihrer Arbeitswirtschaft und Mechanisierung*. Diss. München-Weihenstephan 1959
26. SCHNEIDER, E.: *Einführung in die Wirtschaftstheorie*. II. Teil, *Wirtschaftspläne in der Verkehrswirtschaft*, 8 Aufl Tübingen 1963
27. SCULLY, J. J. and E. R. SWANSON: *Inter-Area Productivity Comparisons in Irish Agriculture*. *The Farm Economist* 10 S. 284 (1964)

28. SWANSON, E. R.: Profit Maximization and Measures of Farm Success. *J. Farm Econ.* 35, S. 628 (1953)
29. Ders.: Determining Optimum Size of Business from Production Functions. In: Literaturverzeichnis Nr. 14, S. 133
30. SWANSON, E. R. und V. I. WEST: Statistical Analysis of Feeder Cattle Returns. *J. Farm Econ.* 45 S. 147 (1963)
31. TINTNER, G.: Significance Tests in Production Function Research. In: Literaturverzeichnis Nr. 14, S. 126
32. Ders.: *Econometrics*, 3. Aufl. New York—London 1959.
33. Ders.: *Handbuch der Ökonometrie*. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1960
34. TRIFON, R.: Tests of Economic Significance and Validity in the Use of Aggregative Production Functions. Unveröff. Manuskript, Department of Agricultural Economics, University of Manitoba 1964
35. WEINSCHENCK, G.: *Die optimale Organisation des landwirtschaftlichen Betriebes*. Hamburg und Berlin 1964
36. WEST, V. I.: Sampling Farms for Research in Size of Business, In: Literaturverzeichnis Nr. 14, S. 121
37. WRAGG, S. R.: The Integration of Technical Experimentation and Production Economics in Agriculture. In: *Inter-Disciplinary Cooperation in Technical and Economic Agricultural Research*. OECD Documentation in Food and Agriculture 50, S. 11
38. *Buchführungsergebnisse des Wirtschaftsjahres 1959/60*. Bayer. Staatsministerium f. ELF, München 1961
39. *Buchführungsergebnisse des Wirtschaftsjahres 1960/61*. Bayer. Staatsministerium f. ELF, München 1963
40. *Grüner Bericht und Grüner Plan 1962*. Bundesministerium f. ELF. München—Basel—Wien 1962

Anhang

a) Zusammenstellung statistischer Maßzahlen der PFI ($n_1 = 92$)

Mittelwerte der Variablen (geometrische Mittel):

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{Y}_1
13,39 (ha)	27,839 (AK-M)	12 420 (DM)	13 593 (DM)	27 994 (DM)

Matrix der Abweichungsquadrate und Abweichungsprodukte:

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1
X_1	17,70101	12,52409	16,08664	12,81082	14,8976
X_2		16,09013	13,89383	8,94492	12,3932
X_3			22,78210	15,58533	18,2349
X_4				28,16626	14,2731
Y_1					16,6036

Schätzfunktion:

$$\ln \hat{Y}_1 = 3,1315 + 0,26261 \ln X_1 + 0,07925 \ln X_2 + 0,51315 \ln X_3 + 0,07819 \ln X_4$$

Daraus folgt nach Entlogarithmierung:

$$\hat{Y}_1 = 40,981 X_1^{0,26261} X_2^{0,07925} X_3^{0,51315} X_4^{0,07819}$$

Summe der Elastizitäten:

$$\sum a_j = 0,9332$$

Fehler der Koeffizienten:

s_{a0}	s_{a1}	s_{a2}	s_{a3}	s_{a4}
0,90397	0,05255	0,04729	0,04693	0,02915

t-Werte

4,11	4,99	1,68	10,93	2,68
------	------	------	-------	------

Schranken für t bei 87 FG:

$P = 10\%: t = 1,66$	$P = 1\%: t = 2,62$
$P = 5\%: t = 1,98$	$P = 0,1\%: t = 3,39$

Varianzanalyse:

	SQ	FG
Gesamt	16,603637	91
Regression	15,367649	4

$$\text{Rest} \quad 1,235988 = SQ_{r,1} \quad 87$$

Das multiple Bestimmtheitsmaß R_1^2 der PFI ergibt sich zu (28, S. 118):

$$R_1^2 = \frac{15,367649}{16,603637} = 0,9255$$

Die Signifikanzprüfung der Regressionsgleichung, d. h. der Hypothese, daß $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$ ist (39, S. 122f.), erfolgt mittels der F-Verteilung:

$$F_1 = \frac{R_1^2 \cdot k}{(1 - R_1^2) \cdot (n - k - 1)} ; k = \text{Anzahl der unabhängigen Variablen}$$

$$F_1 = \frac{0,9255:4}{0,0745:87} = 270,29$$

Mit 4 und 87 Freiheitsgraden ist der Tafelwert für $P = 1,0\%$ von 3,55 weit überschritten. Die Beziehung ist hoch gesichert.

b) Zusammenstellung statistischer Maßzahlen der PFII ($n_2 = 233$)

Mittelwerte der Variablen (geometrische Mittel):

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{Y}_2
14,49 (ha)	28,452 (AK-M)	13 074 (DM)	11 469 (DM)	28 018 (DM)

Matrix der Abweichungsquadrate und Abweichungsprodukte:

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_2
X_1	35,71353	19,91641	27,08746	30,18591	26,3759
X_2		28,81015	19,25177	15,60492	17,6479
X_3			42,39136	32,71973	35,8062
X_4				71,85278	31,9478
Y_2					35,1867

Schätzfunktion:

$$\ln \hat{Y}_2 = 2,64466 + 0,15585 \ln X_1 + 0,00769 \ln X_2 + 0,69422 \ln X_3 + 0,06135 \ln X_4$$

Daraus folgt nach Entlogarithmierung:

$$\hat{Y}_2 = 14,078 X_1^{0,15585} X_2^{0,00769} X_3^{0,69422} X_4^{0,06135}$$

Summe der Elastizitäten:

$$\sum b_j = 0,9191$$

Fehler der Koeffizienten:

s_{b0}	s_{b1}	s_{b2}	s_{b3}	s_{b4}
0,41816	0,03623	0,03292	0,03112	0,02091

t-Werte:

6,32	4,30	0,23	22,30	2,93
------	------	------	-------	------

Schranken für t bei 228 FG:

$P = 10\% : t = 1,64$	$P = 1\% : t = 2,60$
$P = 5\% : t = 1,97$	$P = 0,1\% : t = 3,34$

Varianzanalyse:

	SQ	FG
Gesamt	35,186 768	232
Regression	31,063 952	4
Rest	4,122 816 = SQ_{r2}	228

Das multiple Bestimmtheitsmaß R_2^2 der PFII ergibt sich zu:

$$R_2^2 = \frac{31,063952}{35,186768} = 0,8828$$

Die Signifikanzprüfung der Regressionsgleichung zeigt:

$$F_2 = \frac{0,8828: 4}{0,1172:228} = 429,38$$

Mit 4 und 228 Freiheitsgraden ist der Tafelwert für $P = 1,0\%$ von 3,40 weit überschritten. Die Beziehung ist hoch gesichert.

c) Prüfung der Hypothese, daß die Koeffizienten in den zwei Produktionsfunktionen gleich groß sind

JOHNSTON [39, S. 136f.] gibt ein Prüfverfahren an, das auf der F-Verteilung basiert. Es gestattet die Hypothese zu prüfen, ob $(a_0 a_1 a_2 a_3 a_4) = (b_0 b_1 b_2 b_3 b_4) = (c_0 c_1 c_2 c_3 c_4)$ ist. Die c_j ($j = 0, 1, 2, 3, 4$) sind die Koeffizienten der gemeinsamen Funktion PFIII aus den $n_1 = 92$ Beobachtungen der FI-Betriebe und den $n_2 = 233$ Beobachtungen der FII-Betriebe.

$$F = \frac{Q_3: (k+1)}{Q_2: (n_1+n_2-2(k+1))} \text{ mit } (k+1) \text{ und}$$

$n_1+n_2-2(k+1)$ Freiheitsgraden. Hierbei ist k die Anzahl der unabhängigen Variablen.

$$Q_3 = SQ_{r3} - Q_2$$

SQ_{r3} bezeichnet die Summe der quadrierten Abweichungen von der gemeinsamen Regressionsgleichung PF III.

$$Q_2 = SQ_{r1} + SQ_{r2}$$

SQ_{r1} und SQ_{r2} sind die Summen der quadrierten Abweichungen von den geschätzten Produktionsfunktionen PF I bzw. PF II. Aus dem Anhang unter a) und b) können die Werte für SQ_{r1} und SQ_{r2} entnommen werden.

SQ_{r3} ergibt sich aus der Varianzanalyse der gemeinsamen Funktion PF III: Varianzanalyse der PF III:

	SQ	FG
Gesamt	51,806 641	324
Regression	46,200 175	4
Rest	5,606 466 = SQ_{r3}	320

für Q_2 und Q_3 errechnen sich folgende Werte:

$$Q_2 = 1,235988 + 4,122816 = 5,358804$$

$$Q_3 = 5,606566 - 5,358804 = 0,247662$$

Es folgt für F :

$$F = \frac{0,247662: 5}{5,358804: 315} = 2,91$$

Die Tafelwerte von F für $P = 2,5\%$ und $P = 1\%$ sind bei 5 und 315 Freiheitsgraden 2,57 bzw. 3,08. Die Hypothese, daß $(a_0 a_1 a_2 a_3 a_4) = (b_0 b_1 b_2 b_3 b_4) = (c_0 c_1 c_2 c_3 c_4)$, muß also mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $P < 2,5\%$ abgelehnt werden.

d) Prüfung der Hypothese konstanter Niveaelastizität

Der Test wird nach einer von WILKS (zit. 83, S. 218f.) entwickelten Methode durchgeführt. Sie benutzt die F-Verteilung.

$$F = \frac{SQ_R - SQ_r}{SQ_r : (n-k-1)} \text{ mit } 1 \text{ und } n-k-1 \text{ Freiheitsgraden.}$$

Hierbei bezeichnet SQ_r die Summe der Abweichungsquadrate von der geschätzten Produktionsfunktion. Die Werte für SQ_r sind aus den Varianzanalysen im Anhang unter a) und b) zu entnehmen.

SQ_R ist die Summe der quadrierten Abweichungen von der unter der Bedingung $B = 1$ geschätzten Regressionsgleichung. Die neuen Regressionskoeffizienten sollen allgemein mit $C_j (j = 1, 2, \dots, k)$ bezeichnet werden.

$$SQ_R = \sum y^2 - C_1 \sum x_1 y - C_2 \sum x_2 y - \dots - C_k \sum x_k y - B \lambda$$

λ bezeichnet einen Lagrange-Multiplikator. $\sum y^2$ und $\sum x_j y$ sind aus der Matrix der Abweichungsquadrate und Abweichungsprodukte im Anhang unter a) bzw. b) zu entnehmen.

1. Ergebnisse für PF I:

Regressionskoeffizienten A_j unter der Hypothese $\sum_{j=1}^4 A_j = 1$:

$$\begin{array}{ll} A_1 = 0,283049 & A_4 = 0,093833 \\ A_2 = 0,119825 & \lambda_A = -0,911726 \\ A_3 = 0,503293 & \end{array}$$

Es ergibt sich:
$$F = \frac{1,296812 - 1,235988}{1,235988 : 87} = 4,28$$

Der Tafelwert von F für $P = 5\%$ mit 1 und 87 Freiheitsgraden ist 3,95. Die Hypothese $\sum_{j=1}^4 A_j = 1$ muß mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $P < 5\%$ abgelehnt werden.

2. Ergebnisse für PFII:

Regressionskoeffizienten B_j unter der Hypothese $\sum_{j=1}^4 B_j = 1$:

$$\begin{array}{ll} B_1 = 0,172417 & B_4 = 0,067113 \\ B_2 = 0,055774 & \lambda_B = -2,006826 \\ B_3 = 0,704696 & \end{array}$$

F ergibt sich zu:
$$F = \frac{4,285048 - 4,122816}{4,122816 : 228} = 8,97.$$

Der Tafelwert von F für $P = 1\%$ mit 1 und 228 Freiheitsgraden ist 6,76. Die Hypothese $\sum_{j=1}^4 B_j = 1$ ist mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $P < 1\%$ abzulehnen.