



AgEcon SEARCH
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library

This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.

Help ensure our sustainability.

Give to AgEcon Search

AgEcon Search
<http://ageconsearch.umn.edu>
aesearch@umn.edu

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

Mohr, W.: Prognosen der Schweinepreise auf der Grundlage von Zeitreihenanalysen (Box-Jenkins-Methode). In: Henrichsmeyer, W.: Prognose und Prognosekontrolle. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Band 17, Münster-Hiltrup: Landwirtschaftsverlag (1980), S. 541-564.

PROGNOSEN DER SCHWEINEPREISE AUF DER
GRUNDLAGE VON ZEITREIHENANALYSEN
(Box-Jenkins-Methode)

von

W a l t e r M o h r, Kiel

1. Einleitung
 2. Grundlagen der Box-Jenkins-Technik
 - 2.1 Theoretische Aspekte
 - 2.2 Praktische Aspekte
 3. Analyse der Zeitreihe der Schweinepreise
 - 3.1 Eigenarten der Zeitreihe
 - 3.2 Konstruktion von ARIMA-Modellen
 4. Prognoseeigenschaften
 - 4.1 Prognosekriterien
 - 4.2 Diskussion der Prognoseauglichkeit der Modelle
-

1. Einleitung

Für Prognosen landwirtschaftlicher Größen bieten sich verschiedene Methoden an, z.B. ökonometrische Modelle, Modelle der Zeitreihenanalyse oder auch subjektivere Ansätze in Form von Expertenurteilen. Hier wird mit der univariaten Box-Jenkins-Methode eine sehr erfolgreiche Technik vorgestellt, die sich im Vergleich mit anderen Methoden der Zeitreihenanalyse oft als dominierend erwiesen hat (vgl. NEWBOLD, GRANGER, 8). Gegenüber ökonometrischen Ansätzen hat sie die Vorteile, daß die Durchführung weniger arbeitsaufwendig ist, weil z.B. keine erklärenden Variablen benötigt werden, und daß die Prognosequalität meist beträchtlich besser ausfällt,

weil das verwendete Instrumentarium sensibler ist.¹⁾ Im Vergleich zu Expertenurteilen, die häufig intuitiver Natur sind und meist in qualitativer Form abgegeben werden, ist die Box-Jenkins-Technik intersubjektiv nachvollziehbar und gibt numerische Prognosen. Sie hat sich auch hier für kurz- und mittelfristige Prognosen meist als zuverlässiger erwiesen.²⁾

In Anlehnung an THEIL (THEIL, 9, S. 1 ff) soll unter einer Prognose eine Voraussage verstanden werden, die durch Analyse relevanter Größen auf der Basis einer Theorie zustande kommt.

Die Eigenschaften spezieller, stochastischer Prozesse, insbesondere die Klasse der ARMA-Modelle liefert hier die theoretische Basis. Dazu kommt die äußerst flexible und praktikable Box-Jenkins-Technik, die es ermöglicht, Modelle herauszufinden und diese für die Prognose verwendbar zu machen.

Bei der Analyse der Größen (hier werden nur die Schweinepreise selbst benötigt) ist man bemüht, Gesetzmäßigkeiten aufzudecken. Z.B. kann man direkt aus dem Datenmaterial eine Trendkomponente, eine zyklische Komponente mit einer Länge von etwa 36 Monaten sowie saisonale Erscheinungen innerhalb eines Jahres erkennen.

Der Clou der hier zu diskutierenden Methode besteht jedoch darin, daß sich aufgrund theoretischer Zusammenhänge auch indirekte Schlüsse ziehen lassen. Die Ursprungsdaten werden dabei zu sogenannten Kenngrößen transformiert, z.B. zur Autokorrelationsfolge (AKF). Aus deren charakteristischen Verlauf kann man auf das dahinterstehende Modell zurückschließen.

1) Vgl. die Literaturhinweise in (MAKRIDAKIS, HIBON, 6, S. 98/99)

2) Vgl. folgende Untersuchungen aus dem betriebswirtschaftlichen Bereich:
(MABERT, 5)
(BROCKHOFF, 3, insb. S. 146-151)
(LANGBEHN, MOHR, 4, insb. S. 305-307)

Die zugehörige Theorie und die allgemeine Vorgehensweise nach Box und Jenkins sollen in groben Zügen im ersten Abschnitt dargestellt werden. Anschließend wird die Reihe der Schweinepreise mittels dieser Technik untersucht. Im letzten Abschnitt werden die Prognoseeigenschaften anhand spezieller Kriterien diskutiert.

2. Grundlagen der Box-Jenkins-Technik

2.1 Theoretische Aspekte

Die von Box und Jenkins (BOX, JENKINS, 2) entwickelte Technik zur Modellkonstruktion bei univariaten Zeitreihen zeichnet sich u.a. dadurch aus, daß sie auf abgesicherten mathematisch-statistischen Grundlagen basiert und für die praktische Anwendung gut geeignet ist.

Man geht von der Vorstellung aus, daß die Beobachtungswerte einer Zeitreihe als Realisationen eines stochastischen Prozesses interpretiert werden können. Mittels einer iterativen, datenbezogenen Vorgehensweise wird nun versucht, Prozesse bzw. Modelle zu finden, die die vorliegende Zeitreihe approximativ erzeugt haben könnten. Außerdem wird angenommen, daß diese Prozesse linear und im Zeitablauf stabil, d.h. stationär bzw. homogen nichtstationär, sein sollen. Als Modellklasse werden ARMA (autoregressive-moving-average) Prozesse verwendet. Diese sind lineare, inhomogene stochastische Differenzgleichungen mit konstanten Koeffizienten, die wie folgt formuliert werden können:³⁾

$$X_t + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_m X_{t-m} = U_t + \theta_1 U_{t-1} + \dots + \theta_n U_{t-n} .$$

Hierbei bezeichnet X_t die um ihren Mittelwert verringerte,

3) Für den Rückwärtsverschiebungsoperator B gilt: $B^k X_t = X_{t-k}$. Häufig wird dann folgende Kurzschreibweise für die ARMA-Modelle verwendet:

$$\begin{aligned} \phi_m(B) X_t &= \theta_n(B) U_t && \text{mit den Operatorpolynomen} \\ \phi_m(B) &= 1 + \phi_1 B + \dots + \phi_m B^m \\ \theta_n(B) &= 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_n B^n \end{aligned}$$

relevante Variable (hier: Mastschweinepreise), während U_t eine Restgröße darstellt. Die wesentlichen Modellannahmen besagen, daß X_t sowie U_t (schwach) stationär sein müssen und U_t zusätzlich unkorreliert sein soll. Die linke bzw. rechte Seite der Gleichung beinhalten den autoregressiven bzw. moving-average Teil. Als Spezialfälle sind daher mit $m=0$ bzw. $n=0$ reine AR- bzw. MA-Prozesse in der obigen Modellklasse enthalten.

Häufig stößt man auf Zeitreihen, die starke Trend- und/oder Saisonmuster aufweisen und nicht mehr als stationär anzusehen sind. In diesen Fällen kann die obige Klasse derart erweitert werden, daß geeignete Differenzen W_t anstelle von X_t stationär sein sollen und erhält dann die sogenannten saisonalen ARIMA-Modelle. Man verwendet dabei meist einfache, saisonale oder gemischte Differenzenfilter:

$$W_t = \begin{cases} \nabla_1^1 X_t = (1-B) X_t & = X_t - X_{t-1} \\ \nabla_s^1 X_t = (1-B^s) X_t & = X_t - X_{t-s} \\ \nabla_1^1 \nabla_s^1 X_t = (1-B)(1-B^s) X_t = X_t - X_{t-1} - X_{t-s} + X_{t-s-1} \end{cases} .$$

Die Größe s ist gleich der Länge der Saison, z.B. bei Monatswerten oft 12 oder Vielfache davon.

Eine weitere Vereinfachung läßt sich erreichen, wenn bei saisonalen ARIMA-Modellen die Operatorpolynome $\phi_m(B)$ und $\theta_n(B)$ jeweils als Produkt eines einfachen und eines saisonalen Polynoms mit weniger Parametern formuliert werden können.

Die Basis der Box-Jenkins-Analyse bildet die Aussage, daß jedem (zulässigen) ARMA-Modell umkehrbar eindeutig ganz spezielle Verläufe bzgl. bestimmter Kenngrößen zugeordnet sind. Diese sind charakteristische Größen, die wesentliche Informationen über den erzeugenden Prozeß besitzen. Hier soll nur die Autokorrelationsfolge ⁴⁾ (AKF) p_k angesprochen werden.

Die Kenngrößen sind unbekannt und müssen aus den Zeitreihenwerten x_1, \dots, x_n berechnet werden. Die geschätzten Autokovarianzen lauten

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} (x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x}) \quad \text{für } k=0,1,\dots \quad \text{und } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i .$$

Aus der geschätzten AKF $\hat{p}_k = \hat{\gamma}_k / \hat{\gamma}_0$ können nun Rückschlüsse auf den erzeugenden Prozeß gezogen werden.

2.2 Praktische Aspekte

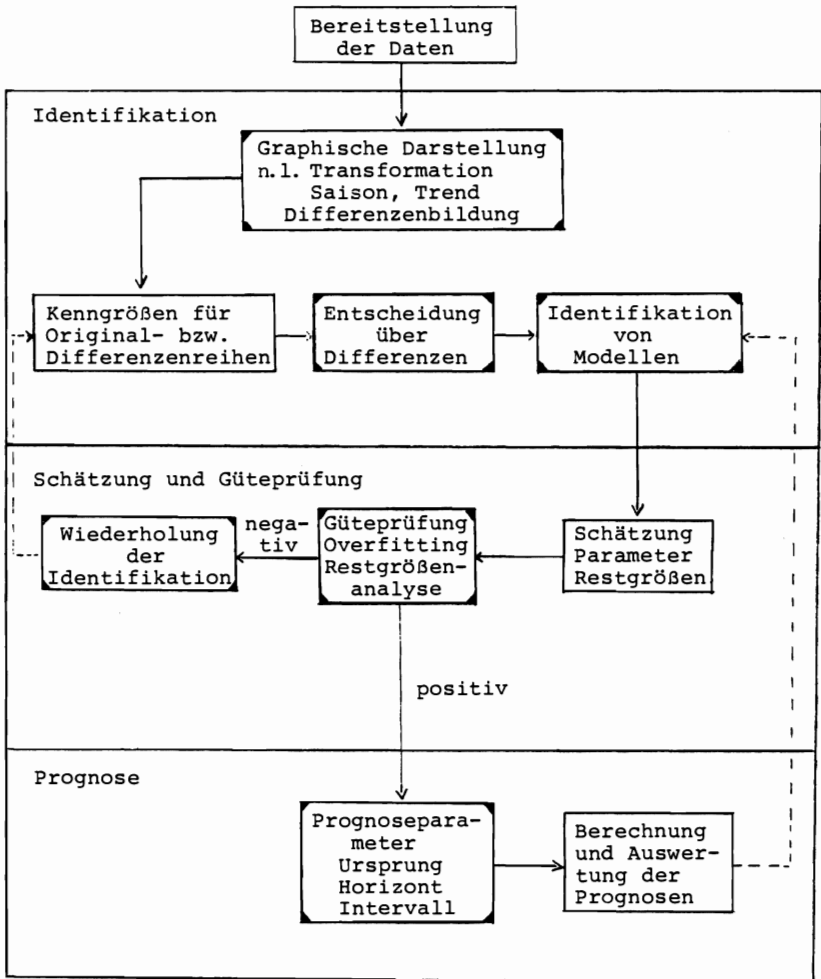
Bei der praktischen Durchführung der Box-Jenkins-Technik sind im Dialog mit einem Rechner drei Phasen mindestens einmal zu durchlaufen (vgl. Schaubild 1).

a) Zunächst erfolgt die Grobidentifikation, d.h. die Zeitreihe wird anhand der graphischen Darstellung analysiert, insbesondere wird auf ausgeprägte Trend- und/oder Saisonstrukturen geachtet, die eventuell spezielle Differenzenbildung erforderlich machen. Ferner muß entschieden werden, ob eine nicht-lineare Transformation der Ausgangsdaten sinnvoll ist. Anschließend erfolgt die eigentliche Identifikation, d.h. mittels der aus den Daten geschätzten Kenngrößen wird auf das theoretische ARMA-Modell geschlossen, das die Reihe erzeugen könnte. Es sind also die Ordnungen des Differenzen-, autoregressiven- und moving-average Operators festzulegen. Oft erhält man mehrere konkurrierende Ansätze.

b) In der zweiten Phase werden die ϕ - bzw. θ -Koeffizienten sowie die Restgrößenwerte für U_t berechnet. Dabei wird im wesentlichen derjenige Koeffizientenvektor ausgewählt, der die Summe der geschätzten Restgrößenquadrate minimiert, und zwar nach einem iterativen Verfahren, das auf dem Marquardt-Algorithmus basiert. Bei der nachfolgenden Güteprüfung werden die Modellkoeffizienten auf Signifikanz überprüft und

4) Eine vollständige Darstellung findet man in (MOHR, 7)

Schaubild 1: Flußdiagramm zur univariaten Box-Jenkins-Analyse



Berechnungen (objektiv und automatisch)



Entscheidungen, vom Sachverstand abhängig (subjektiv)

untersucht, ob die Restgrößen die angenommene ideale Rauschstruktur besitzen.

c) Auf der letzten Stufe werden Prognosewerte ermittelt, indem man die Zufallsgrößen X_t und U_t in der Modellgleichung durch bedingte Erwartungswerte, d.h. unter Berücksichtigung der Realisationen x_1, \dots, x_n ersetzt. Es werden Punkt- und Intervallprognosen für verschiedene Schrittweiten erstellt und spezielle Prognosemaße errechnet.

Die Auswahl geeigneter Modelle wird anhand von drei Kriterien vorgenommen. Am wichtigsten wird die Prognosegüte eingestuft, es folgen Maße für die Modellanpassung an das Datenmaterial, wie die Restgrößenvarianz und die Güte der Restgrößen, und schließlich die Signifikanz und Unkorreliertheit der geschätzten Modellkoeffizienten.

3. Analyse der Zeitreihe der Schweinepreise

3.1 Eigenarten der Zeitreihen

Aus der graphischen Darstellung sind u.a. folgende Eigenschaften zu erkennen (vgl. Schaubild 2).

- (i) Der Verlauf zeigt einen leicht steigenden Trend.
- (ii) Es liegt eine zyklische Komponente vor, die jedoch hinsichtlich der Länge und des Musters variiert und somit stochastischer Natur ist.
Die Länge zwischen zwei Minimum- bzw. zwei Maximumwerten beträgt im Mittel 36 Monate, wobei größere Abweichungen vorkommen.
- (iii) Man kann saisonale Gesetzmäßigkeiten innerhalb eines Jahres feststellen. Für die Monate Dezember bis April ist i.d.R. eine fallende Tendenz zu beobachten. Besonders wahrscheinlich ist jeweils das Absinken von März bis April.
Für den Abschnitt von Juni bis September ist hingegen i.d.R. eine steigende Tendenz vorherrschend. Hier kommt

Schaubild 2: Schweinepreise Klasse C (o. MWST)
von Januar 1964 bis Dezember 1978

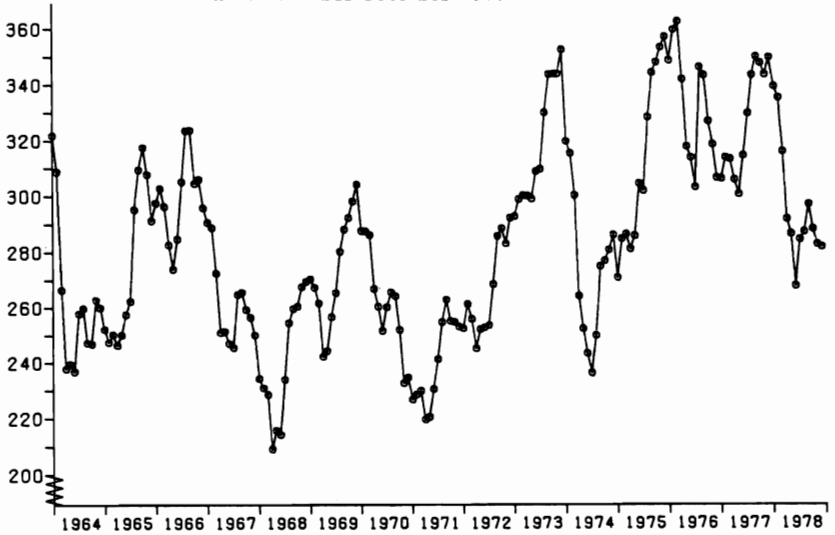


Schaubild 3: Erste Differenzen der Schweinepreise mit 2-Sigma-Bereich von Januar 1964 bis Dezember 1978

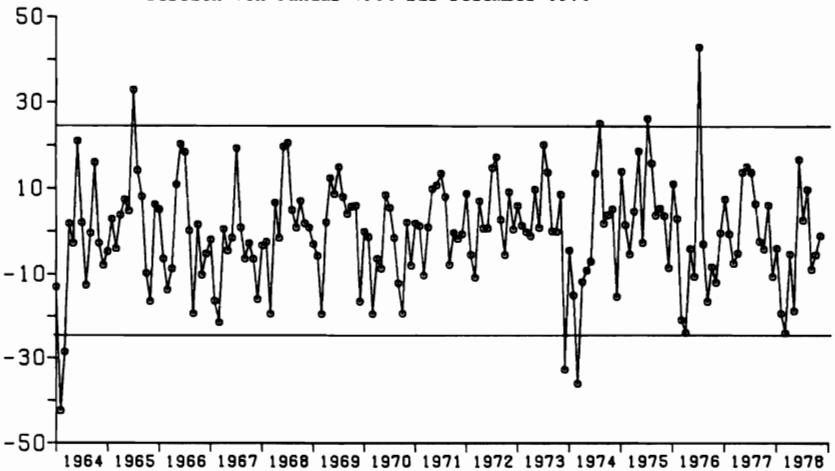


Schaubild 4a: Autokorrelationsfolge für $W_t = X_t$

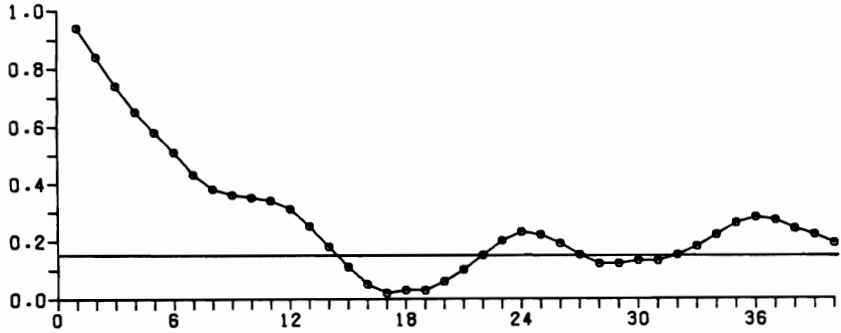


Schaubild 4b: Autokorrelationsfolge für $W_t = (1-B)X_t$

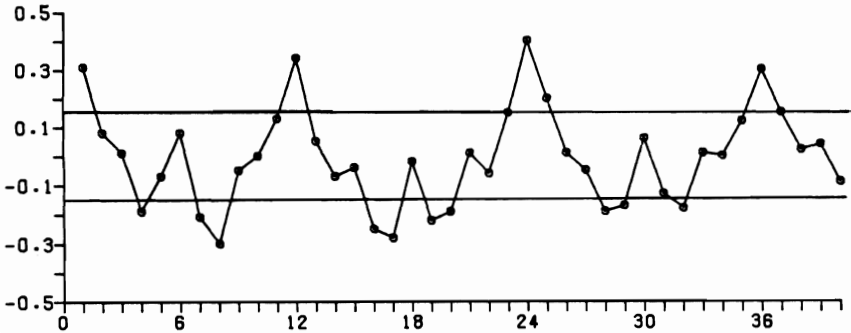
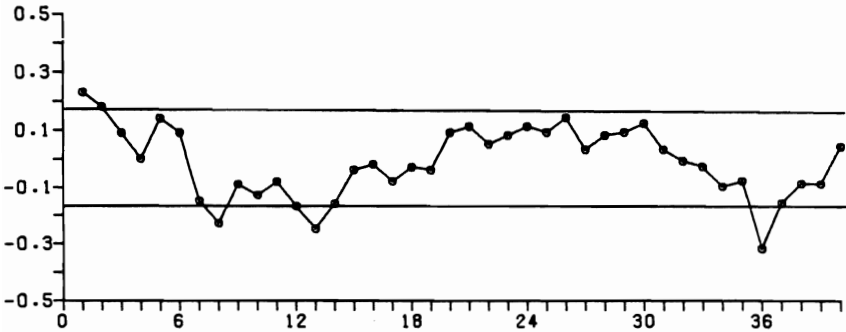


Schaubild 4c: Autokorrelationsfolge für $W_t = (1-B)(1-B^{36})X_t$



es fast immer von Juli auf August zu einem Anstieg.

- (iv) Je zwei aufeinanderfolgende Werte liegen meist relativ dicht nebeneinander (vgl. Schaubild 3).

Nach diesen eher deskriptiven Eigenschaften der vorgelegten Zeitreihe soll jetzt stellvertretend für die übrigen Kenngrößen die Autokorrelationsfolge diskutiert werden (vgl. Schaubild 4a). Die AKF der Originalreihe ist besonders im ersten Teilstück kaum gedämpft und verläuft wie eine geometrische Folge mit einem Quotienten von etwa 0.9. Dieser Sachverhalt deutet darauf hin, daß die Bildung erster Differenzen der Form $W_t = (1-B)X_t = X_t - X_{t-1}$ sinnvoll ist, was auch nachdrücklich durch die anderen Kenngrößen unterstrichen wird.

Ferner verläuft die AKF (gedämpft) schwingungsförmig, wobei die Periodenlänge etwa bei 36 Monaten liegt. Die saisonalen Effekte zeigen sich u.a. in relativ großen Werten für Lags, die Vielfache von 12 sind.

3.2 Konstruktion von ARIMA-Modellen

i) Grobidentifikation

Bei der obigen Zeitreihe wird eine nichtlineare Transformation vom Box-Cox Typ nicht für nötig gehalten. Differenzbildung ist dann sinnvoll, wenn eine starke Reduzierung der Varianz erreicht wird und die Differenzen bei der Schätzung einfacher Modelle signifikant bestätigt werden. Ferner sollen die Strukturen der Kenngrößen klarer hervortreten und weniger signifikante Werte vorkommen. Es können Differenzenfilter von folgender Bauart verwendet werden:

$$W_t = \nabla_{s_1, s_2}^{d_1, d_2} X_t = (1-B^{s_1})^{d_1} (1-B^{s_2})^{d_2} X_t .$$

Dabei ist $s_1=1$, während sich für s_2 die Periodenlängen 12 oder 36 anbieten. Im direkten Vergleich sind die Werte für $s_2=36$ günstiger. In Tabelle 1 sind die Varianzen für verschiedene Differenzenfilter zusammengestellt. Es zeigt sich,

daß der einfache Differenzenfilter ∇_1^1 eine beträchtliche Varianzverringerung bewirkt und von keinem komplexeren Differenzenfilter dominiert wird. Das Bestimmtheitsmaß liegt bei $R^2 = 1 - \sigma_w^2 / \sigma_x^2 = 1 - 151 / 1270 = 0.88$.

Tabelle 1: Varianzen alternativer Differenzenfilter

$d_2 \backslash d_1$	0	1
0	1270	1520
1	151	168

Die Schätzung einfacher Modelle bestärkt die bisher erhaltenen Ergebnisse.

$$\begin{aligned}
 (1 + \phi_1 B) X_t &= U_t & ; \hat{\phi}_1 &= -0.94 \text{ (0.02)} , \hat{\sigma}_u^2 &= 145.6 \\
 (1 + \phi_{36} B^{36}) X_t &= U_t & ; \hat{\phi}_{36} &= -0.53 \text{ (0.08)} , \hat{\sigma}_u^2 &= 1054.1 \\
 (1 + \phi_1 B) (1 + \phi_{36} B^{36}) X_t &= U_t & ; \hat{\phi}_1 &= -0.95 \text{ (0.02)} , \hat{\phi}_{36} &= -0.65 \text{ (0.06)} , \\
 & & & & \hat{\sigma}_u^2 &= 110.5 \quad \text{(MO)}
 \end{aligned}$$

In Klammern sind die jeweiligen Standardfehler angegeben. Man erkennt, daß ϕ_1 hinreichend dicht bei -1 liegt, während dies nicht für ϕ_{36} gilt. Das dritte Modell (MO) soll später zu Vergleichszwecken herangezogen werden, weil schon bei zwei Parametern eine sehr kleine Restgrößenvarianz erreicht wird.

Wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden, wird durch Anwendung des gemischten Differenzenoperators $\nabla_{1,36}^{1,1} = (1-B)(1-B^{36})$ die Anzahl der signifikanten Lags in der Autokorrelationsfolge weiter verringert. Dieses ist eine zweite, jedoch nicht zwingende Alternative.

ii) Folgerungen aus dem Verlauf der Autokorrelationsfolge

Die AKF für den einfachen Differenzenfilter hat eine relativ klare Struktur. Der schwingungs- oder W-förmige Verlauf bis zum Lag 12 wiederholt sich fast ungedämpft (vgl. Schaubild 4b).

Diese Symmetrie bzgl. der Vielfachen von 12 läßt sich approximativ durch ein multiplikatives MA-Modell mit $s_2=12$ erzeugen.

$$(1-B)X_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \theta_3 B^3 + \theta_4 B^4) (1 + \theta_{12} B^{12} + \theta_{24} B^{24} + \theta_{36} B^{36}) U_t \quad (M1)$$

Man kann diesen Ansatz noch erweitern, indem man beim ersten Faktor bis zur Ordnung 8 geht und im zweiten Faktor noch $\theta_{48} B^{48}$ hinzunimmt.

$$(1-B)X_t = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_8 B^8) (1 + \theta_{12} B^{12} + \dots + \theta_{48} B^{48}) U_t \quad (M2)$$

Als drittes Modell wird aus den bisher verwendeten Bausteinen ein gemischter ARIMA-Ansatz formuliert.

$$(1-B) (1 + \phi_1 B + \dots + \phi_8 B^8) X_t = (1 + \theta_{12} B^{12} + \theta_{24} B^{24} + \theta_{36} B^{36}) U_t \quad (M3)$$

Schließlich wird wegen des schwingungsförmigen Verlaufs der AKF ein großes AR-Modell herangezogen, das ebenfalls in den beiden vorangegangenen Untersuchungen die besten Prognoseergebnisse erzielt hat. Das Modell enthält 20 signifikante Lags bis zur Ordnung 37, was auch durch die AKF optisch gestützt wird.

$$(1-B) (1 + \phi_1 B + \dots + \phi_{37} B^{37}) X_t = U_t \quad (M4)$$

Die zum gemischten Differenzenfilter $\nabla_{1,36}^{1,1}$ gehörende AKF hat wesentlich weniger signifikante Lags; aber diese zeigen kein deutliches Muster (vgl. Schaubild 4c). Zu Vergleichszwecken

ist ein großes AR-Modell gebildet worden, das in diesem Fall jedoch eine geringere Anzahl signifikanter Koeffizienten enthält.

$$(1-B)(1-B^{36})(1+\phi_1B+\dots+\phi_{38}B^{38})X_t=U_t \quad (M5)$$

Der Nachteil dieses Modells ist, daß Lags bis zur Ordnung 75, d.h. bis zur 2-fachen Länge der Zyklus-Komponente verwendet werden, was sicherlich die Reaktionsfähigkeit vermindert.

(iii) Schätzung und Güteprüfung

Als Kriterium für die Modellauswahl ist neben der Prognose-tauglichkeit, die im nächsten Kapitel diskutiert wird, die Güte der Anpassung an das vorliegende Datenmaterial erwähnt worden.

Diesekann man z.B. durch die Restgrößenvarianz oder durch das Bestimmtheitsmaß ausdrücken. Da eine andere wesentliche Modellannahme beinhaltet, daß die Restgröße sog. "weißes Rauschen" darstellen soll, werden die geschätzten Restgrößen einer entsprechenden sorgfältigen Untersuchung unterzogen. Die Prüfergebnisse sind in der nachfolgenden Tabelle mit +, 0, - bewertet worden.

Eine weitere Forderung besteht darin, daß die Modellkoeffizienten statistisch signifikant und unkorreliert sein sollen, um aussagekräftige Ansätze zu erhalten.

Schließlich wird als Maßzahl noch das Akaike Informations-Kriterium (AIC) verwendet, das in gewissem Sinne die obigen Anpassungskriterien zusammenfaßt. Es setzt sich additiv zusammen aus dem 2-fachen logarithmierten Maximum-Likelihood-Schätzwert und der 2-fachen Anzahl der geschätzten Parameter. Der erste Term mißt die Güte der Anpassung (Fit), während der zweite eine Art Schadensfunktion darstellt, um Modellstabilität und sparsame Parameterverwendung einzubeziehen. Das

Modell mit dem kleinsten AIC-Wert ist als optimal einzustufen. In diesem Fall ist M4 als bestes Modell ausgewiesen, denn der kleinere AIC-Wert für M5 kommt im wesentlichen durch die Verwendung eines anderen Differenzenfilters zustande.

Tabelle 2: Güte der Modellanpassung

Modell Kriterium	M0	M1	M2	M3	M4	M5
Varianz	110.5	105.1	90.9	100.4	61.4	83.0
R ²	0.913	0.918	0.929	0.921	0.952	0.935
Güte der Restgrößen	-	0	0	0	+	+
Modellparameter	+(2)	+(6)	+(11)	+(6)	+(20)	+(9)
AIC	1362	1354	1338	1345	1285	1076*

4. Prognoseeigenschaften

4.1 Prognosekriterien

Zunächst soll zwischen ex-post und ex-ante Prognosen unterschieden werden. Erstere stellen nachträgliche Prognosen innerhalb des Analysezeitraums dar, während letztere als echte Konfrontation des Modells mit der Wirklichkeit anzusehen sind. Bei einer größeren Anzahl von Voraussagen sollte die Güte im Mittel für beide Bereiche etwa gleich sein, weil ein Modell wesentliche Erkenntnisse aus den Vergangenheitsdaten in die Zukunft überträgt. In praktischen Untersuchungen haben sich meist die ex-ante Prognosen als etwas schlechter erwiesen (vgl. LANGBEHN, MOHR, 4, S. 302), weil neue Entwicklungen eintreten können, die bisher modellmäßig noch nicht erfaßt worden sind.

Aus der Vielzahl von Prognosekriterien sollen hier einige zur

Anwendung kommen. Seien x_t ($t=1,2,\dots$) die realisierten Werte und $\hat{x}_n(k)$ die k -Schritt-Prognose für x_{n+k} , die auf der Informationsbasis x_1, \dots, x_n erstellt wird.

Theoretisch am wichtigsten ist der durchschnittliche, quadratische Prognosefehler (DQF) bzw. dessen Wurzel, weil innerhalb der Schätzung im wesentlichen die Summe der Abweichungsquadrate für Einschrittprognosen zwischen Modell und Datenmaterial minimiert wird.

Sei $e_t(k) = \hat{x}_t(k) - x_{t+k}$ der k -Schrittprognosefehler, dann wird definiert:

$$DQF(k) = \left(\frac{1}{m} \sum_{t=h+1}^{h+m} e_t^2(k) \right)^{1/2}, \text{ worin } h \text{ passend festzulegen ist.}$$

Wegen der besseren Interpretierbarkeit wird in der Praxis der durchschnittliche, absolute, prozentuale Fehler (DAPF) verwendet.

$$DAPF(k) = 100 \cdot \frac{1}{m} \sum_{t=h+1}^{h+m} \left| e_t(k) / x_{t+k} \right|.$$

Ein relativ einfaches Maß ist die Tendenztrefferquote (TTQ). Sie gibt für k -Schritt-Prognosen den prozentualen Anteil der Fälle an, in denen die Tendenz, d.h. Ansteigen oder Fallen, richtig vorausgesagt worden ist. Von ähnlicher Bauart sind auch die Trefferhäufigkeiten für besondere Punkte der Zeitreihe, wie Wendepunkte oder Extrema.

Zu jeder Prognose läßt sich unter bestimmten Annahmen ein Prognoseintervall zum Niveau α angeben. Die Trefferquote für das zugehörige Konfidenzintervall (TQKI) gibt die Anzahl der Fälle an, in denen der realisierte Wert innerhalb des Intervalls liegt. TQKI sollte möglichst dicht bei α liegen.

Zusätzliche Kriterien ergeben sich durch Vergleich mit der sog. naiven Prognose, wobei als Voraussage für alle Schrittwerten der zuletzt realisierte Zeitreihenwert verwendet wird. Diese Vorgehensweise entspricht modellmäßig dem einfachen Differenzenfilter $X_t - X_{t-1} = U_t$.

Der Theil'sche Ungleichheitskoeffizient (TU) besteht aus dem Quotienten der durchschnittlichen, quadratischen Fehler des Prognosemodells und des naiven Modells. Je nachdem, ob dieser Quotient kleiner, gleich oder größer 1 ist, ist die Modellprognose als besser, gleichwertig oder schlechter zu bewerten. Die zugehörige Trefferquote (TQTU) gibt die relative Häufigkeit der günstigen Fälle für TU an. Ferner kann noch das geometrische Mittel für eine Folge von TU-Werten (GMTU) berechnet werden, das möglichst kleiner als 1 ausfallen sollte.

Man sollte auch überprüfen, ob die speziellen Eigenschaften der Zeitreihe, die in Abschnitt 2.1 formuliert wurden, durch das Modell abgebildet werden.

4.2 Diskussion der Prognose-tauglichkeit der Modelle

i) Rückblick auf die frühere Untersuchung

Die Modelle in dieser Arbeit (LANGBEHN, MOHR, 4) basieren auf den Schweinepreisen von Januar 1964 bis Dezember 1973. Der ex-ante Prognosebereich erstreckte sich bis Mai 1977. Damals lieferte ein rein autoregressives Modell mit 13 Parametern und einfacher Differenzenbildung, wobei Lags bis zur Ordnung 38 auftraten, die besten Prognoseergebnisse.

Wie aus Tabelle 3 hervorgeht, sind die Prognosen durchweg als gut zu bewerten, wenn man als Maßstab den durchschnittlichen, absoluten prozentualen Fehler heranzieht (vgl. LANGBEHN, MOHR, 4, S. 302).

Tabelle 3: DAPF für ex-ante Prognosen von 1/74 bis 5/77

Schrittweite	1	2	3	6	12	18	24	30	36
DAPF [%]	3,1	5,0	6,3	8,2	9,6	9,1	9,2	9,5	9,5

Die Tendenztrefferquote beträgt für Einschrittprognosen 80 %. Außerdem verlaufen die Einschrittprognosen ziemlich deckungsgleich mit der tatsächlichen Entwicklung (vgl. LANGBEHN, MOHR, 4, S. 301, Schaubild 6)

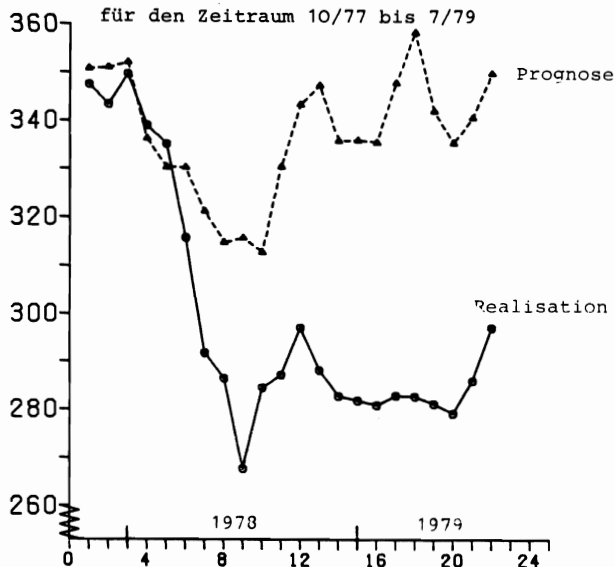
Weiterhin sind ohne Neuschätzung des Modells auf der Datenbasis bis September 1977 neue ex-ante Prognosen errechnet worden, deren Güte aus Tabelle 4 und Schaubild 5 zu ersehen ist.

Die kurzfristigen Prognosen (Schrittweite 1-3) sind sehr gut, während sie im mittelfristigen Bereich (Schrittweite 4-12) noch zufriedenstellend ausfallen. Die längerfristigen Voraussagen sind relativ schlecht und liegen um 20 %. Außerdem überdecken die Prognoseintervalle die Realisationen serienweise nicht. Es ist ebenfalls ersichtlich, daß der Zeitpunkt für das Eintreten des Tiefpunktes nur um einen Monat verfehlt worden ist; die Stärke des Einbruchs wurde aber beträchtlich unterschätzt (etwa um 45 DM).

Tabelle 4: Ex-ante Prognosevergleich für 10/77 bis 7/79

Monat	Prognose	Realisation	Relat. Proz. Fehler
10/77	350.8	347.5	+ 0.9
11/77	351.0	343.4	+ 2.2
12/77	352.0	349.6	+ 0.7
1/78	336.2	339.0	- 0.8
2/78	330.3	335.1	- 1.4
3/78	330.2	315.8	+ 4.6
4/78	321.1	291.7	+10.5
5/78	314.8	286.4	+ 9.9
6/78	315.7	267.7	+17.9
7/78	312.8	284.5	+ 9.9
8/78	330.4	287.2	+15.0
9/78	343.2	297.0	+15.6
10/78	347.2	288.1	+20.5
11/78	335.7	282.7	+18.7
12/78	335.9	281.8	+19.2
1/79	335.4	280.8	+19.4
2/79	347.7	282.8	+22.9
3/79	358.3	282.6	+26.8
4/79	341.9	281.1	+21.6
5/79	335.3	279.1	+20.1
6/79	340.5	285.9	+19.1
7/79	349.7	297.0	+17.7

Schaubild 5: Vergleich zwischen ex-ante Prognosen und Realisationen für den Zeitraum 10/77 bis 7/79



Die Prognosewerte zeigen z.B. ebenfalls die typischen saisonalen Muster der Originalreihe wie den sukzessiven Abfall von Dezember bis April, insbesondere von März nach April und das Ansteigen im dritten Quartal, speziell von Juli nach August.

Hinsichtlich der Voraussage für das Jahr 1978 (Durchschnittswert) liegt das Modell geringfügig besser als Böckenhoffs (BÖCKENHOFF, 1, insb. S. 51) Prognose (vgl. Tabelle 5).

Tabelle 5: Vergleich von durchschnittlichen ex-ante Prognosen für 1978

	Informationsstand	Prognose	Realisation	Proz. Fehler
Böckenhoff	12/77	418	369	13.3 %
ARMA-Modell	9/77	329	296	11.1 %

ii) Neue Untersuchung

Das Datenmaterial dieser neuen Analyse besteht aus den 180 monatlichen Schweinepreisen von 1/64 bis 12/78. Dabei hat sich gezeigt, daß hinsichtlich der wesentlichen Strukturen keine größeren Veränderungen aufgetreten sind.

Die Prognosemaße für die im zweiten Abschnitt diskutierten Modelle beziehen sich auf den ex-post Bereich von 1/76 bis 12/78 und auf den ex-ante Bereich 1/79 bis 7/79. Dabei sind die Werte für den ex-ante Bereich nur mit Vorsicht zu interpretieren, weil die Mittelwerte lediglich aus sieben Einzelwerten hervorgehen. Außerdem variiert die Reihe in diesem Zeitabschnitt derart wenig, daß das naive Modell hier alle anderen Modelle übertrifft. Da das Modell M4 sowohl für die Einschrittprognosen, als auch für mittel- und langfristige Prognosen am günstigsten abschneidet (vgl. Tabelle 6), soll es hier für ex-ante Prognosen verwendet werden. Es entspricht dem besten Ansatz in der früheren Untersuchung. Auch die Prognosemaße stimmen ziemlich überein. Die Prognose-tauglichkeit der übrigen Modelle ist ebenfalls als gut oder befriedigend einzustufen.

Aus Schaubild 6 geht hervor, daß die Einschrittprognosen die tatsächliche Entwicklung recht gut treffen.

Mangelhafte Prognosen über 6 % erhält man nur in 3 von 43 Fällen (vgl. Tabelle 7), und zwar für die Monate Mai, August und September 1976. In den ersten beiden Fällen vollzieht die Reihe sehr große Änderungen, die vom Modell zwar in der Richtung aber nicht in der Größenordnung nachvollzogen werden. Im dritten Fall erwartet das Modell nach einem sehr hohen Augustwert einen noch höheren Septemberwert. Die tatsächliche Entwicklung ist jedoch überraschenderweise rückläufig. D.h. man kann in allen drei Fällen nicht von groben Modellfehlern sprechen.

Eine weitere von Theil entwickelte Möglichkeit, die Prognosegüte graphisch zu überprüfen, besteht darin, auf der X-Achse

Tabelle 6: Prognosemaße für ausgewählte Modelle

Modell	Kriterium						
	MO	M1	M2	M3	M4	M5	
ex-post	DAPF (1)	4.0	2.9	3.0	3.0	2.4	2.6
	(2)	6.2	4.1	4.4	4.3	3.4	3.3
	(3)	7.9	6.1	6.4	6.2	5.0	4.5
	(6)	12.5	8.3	8.7	7.2	6.7	6.0
	(12)	16.7	10.4	11.8	8.9	9.9	10.3
	(24)	10.0	6.8	7.6	12.3	7.4	9.2
	(36)	23.0	23.8	23.8	13.8	12.8	12.5
ex-ante	TTQ (1)	0.58	0.67	0.78	0.69	0.81	0.72
	(6)	0.55	0.61	0.65	0.74	0.71	0.77
	TQTU (1)	0.47	0.56	0.67	0.64	0.61	0.58
	(6)	0.55	0.65	0.55	0.77	0.74	0.77
	GMTU (1)	1.37	0.83	0.88	0.91	0.74	0.78
	(6)	1.20	0.85	0.94	0.80	0.71	0.61
	TQKI (1)	0.72	0.86	0.86	0.86	0.81	0.89
	(6)	0.48	0.97	0.94	0.94	0.84	0.97
	DAPF (1)	3.0	1.4	1.5	1.3	1.6	2.3
	(6)	8.9	4.4	5.3	7.4	4.3	10.2
	TTQ (1)	0.57	1.00	1.00	0.86	0.71	0.71
	(6)	0.14	0.57	0.43	0.29	0.43	0.29
	TQTU (1)	0.00	0.43	0.29	0.29	0.43	0.29
	(6)	0.00	0.29	0.29	0.00	0.43	0.00
	GMTU (1)	3.85	1.96	2.11	1.62	1.78	2.61
	(6)	3.48	1.74	1.91	2.78	1.74	4.17
	TQKI (1)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.86
	(6)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Tabelle 7: Klasseneinteilung für Ein- bzw. Sechsschrittprognosen (M4)

Einschrittprognosen		Sechsschrittprognosen	
0 % - 1.5 %	19	0 % - 3 %	10
über 1.5 % - 3 %	13	über 3 % - 6 %	11
über 3 % - 4.5 %	5	über 6 % - 9 %	8
über 4.5 % - 6 %	3	über 9 % - 12 %	3
über 6 %	3	über 12 %	6

die prozentuale Änderung der Realisationen und auf der Y-Achse den prozentualen Fehler abzutragen (vgl. Schaubild 7). Perfekte Prognosen liegen auf der ersten Winkelhalbierenden. Parallel dazu sind jeweils zwei Geradenpaare im Abstand von 3 bzw. 6 Einheiten (Differenz der Koordinatenwerte). Etwa 75 % aller Prognosen liegen innerhalb des inneren Geradenpaares und sind gut bis sehr gut zu bewerten. Außerhalb der äußeren Begrenzungsgeraden liegen die schon erwähnten drei

Schaubild 6: Vergleich zwischen Einschrittprognosen (M4) und Realisationen für den Zeitraum 1/76 bis 7/79

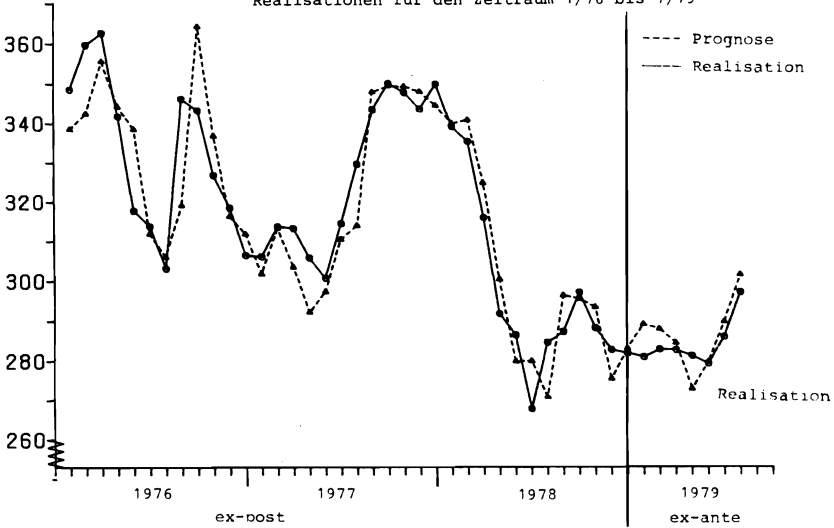
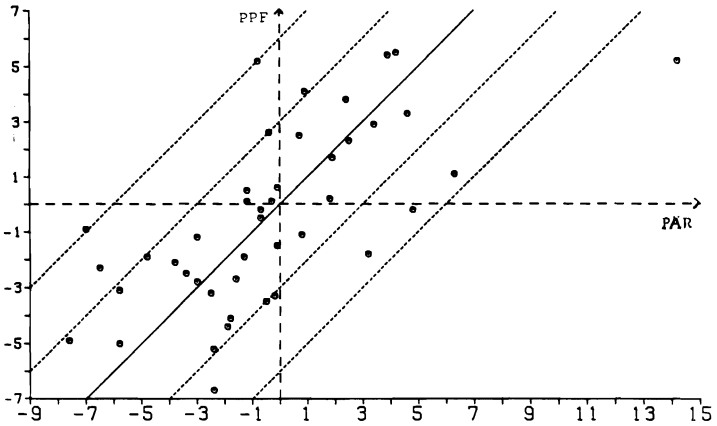


Schaubild 7: Vergleich von vorausgesagten und tatsächlichen prozentualen Änderungen für M4



Fälle. Die Punkte im ersten und dritten Quadranten geben die Tendenz richtig wieder, d.h. TTQ ist gleich $34/43=0.79$. Ferner ist zu erkennen, daß die Anzahl der Werte oberhalb und unterhalb der ersten Winkelhalbierenden, d.h. Über- und Unterschätzungen, etwa gleich groß ist.

In Tabelle 7 sind die Ein- bzw. Sechsschrittprognosen für den gesamten Prognosebereich in Klassen eingeteilt worden, die ungefähr einer Bewertung von sehr gut bis mangelhaft entsprechen. Für beide Prognosehorizonte sind die Voraussagen insgesamt als gut bzw. befriedigend einzustufen.

Tabelle 8 enthält Prognosen für das Jahr 1979, und zwar für das vermeintlich günstigste Modell M4 und für eine Kombination aller sechs diskutierten Modelle bei gleicher Gewichtung (\bar{M}). Durch eine solche Mittelwertbildung wird i.d.R. erreicht, daß die Wahrscheinlichkeit sowohl für das Auftreten relativ großer als auch relativ kleiner Fehler abnimmt. Da jedes Modell spezielle Eigenheiten widerspiegelt, wird die kombinierte Prognose oft als weniger risikoreich bzw. robuster angesehen.

Tabelle 8: Ex-ante Prognosen für 1979

t	M4	\bar{M}	M4*	Real.
1/79	289.0	282.2	-	280.8
2/79	297.3	291.5	288.8	282.8
3/79	301.5	290.4	290.1	282.6
4/79	293.6	284.4	281.8	281.1
5/79	290.8	277.0	279.7	279.1
6/79	299.9	280.2	288.0	285.9
7/79	317.3	287.8	304.0	297.0
8/79	329.7	303.3	316.9	
9/79	342.2	307.7	331.6	
10/79	337.1	303.9	327.8	
11/79	336.1	301.4	327.8	
12/79	334.3	301.1	325.9	

Für die bisher vorliegenden Werte fällt die Durchschnittsprognose günstiger aus als das beste Einzelmodell. Dieser Sachverhalt ist jedoch nicht allgemein gültig. Eine weitere nützliche Eigenschaft der ARMA-Modelle, nämlich ihre schnelle Reaktion auf das Einbeziehen neuer Daten, soll hier noch demonstriert werden. Wenn man lediglich den Januarwert für 1979 hinzunimmt und eine Aufdatierung für M4 durchführt, verbessern sich die Voraussagen beträchtlich (vgl. Modell M4* in Tabelle 8). Die Aufnahme weiterer Daten verändert die Prognosen nicht mehr wesentlich.

Über die Tauglichkeit der Box-Jenkins-Analyse bei der Prognose der Schweinepreise läßt sich folgendes Fazit ziehen:

Die bisher durchgeführten Untersuchungen zeigen, daß die in der Praxis wichtigen Voraussagen für die Schrittweiten 1 bis 6 durchweg als gut bis befriedigend einzustufen sind.

Für Einschrittprognosen liegt der DAPF im ex-post Bereich immer klar unter 3 %, während er sich im ex-ante Bereich knapp über dieser Marke bewegt. Bei Sechsschrittprognosen liegt der DAPF im ex-post Bereich in einer Größenordnung von 6 bis 7 %, während er sich im ex-ante Bereich zwischen 8 und 9 % aufhält.

Hinsichtlich der übrigen Prognosemaße sind die obigen Voraussagen ebenfalls mit gut oder befriedigend zu bewerten.

Für längerfristige Prognosen mit Schrittweiten von 13 bis 36 sind unterschiedliche Ergebnisse aufgetreten. Während die Durchschnittswerte in Tabelle 3 und 6 gut bis befriedigend ausfallen, erweist sich die Qualität der in Tabelle 4 dargestellten Langfristprognosen für eine einzelne Serie eher als schlecht.

Literatur

1. BÖCKENHOFF, E.: Vorausschau auf den Schweinemarkt, Agrarwirtschaft, 1978, Heft 2, S. 47 - 51
2. BOX, G.E.P., JENKINS, G.M.: Time Series Analysis, Forecasting and Control, 2. Auflage, San Francisco, 1971
3. BROCKHOFF, K.: Delphi-Prognosen im Computer-Dialog, Tübingen, 1979
4. LANGBEHN, W., MOHR, W.: Prognosevergleich zwischen Box-Jenkins- und Schwingungsmodellen, Agrarwirtschaft, 1978, Heft 10, S. 297 - 307
5. MABERT, V.A.: Statistical Versus Sales Force-Executive Opinion Short-Range Forecasts: A Time Series Analysis Case Study, Decision Sciences, 1976, S. 310-318
6. MAKRIDAKIS, S., HIBON, M.: Accuracy of Forecasting: An Empirical Investigation, Journal of the Royal Statistical Society, A, 1979, S. 97 - 125

7. MOHR, W.: Univariate Autoregressive Moving-Average-Prozesse und die Anwendung der Box-Jenkins-Technik in der Zeitreihenanalyse, Würzburg, 1976.
8. NEWBOLD, P., GRANGER, C.W.J.: Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts, Journal of the Royal Statistical Society, A, 1974, S. 131 - 146.
9. THEIL, H.: Applied Economic Forecasting, Amsterdam, 1966.