



AgEcon SEARCH
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library

This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.

Help ensure our sustainability.

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

aesearch@umn.edu

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

Lauenstein, H., Karg, G.: Zur Prüfung der Prognosegüte ökonometrischer Modelle. In:
Henrichsmeyer, W.: Prognose und Prognosekontrolle. Schriften der Gesellschaft für
Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Band 17, Münster-Hiltrup:
Landwirtschaftsverlag (1980), S. 159-189.

ZUR PROFUNG DER PROGNOSEGÖTE ÖKONOMETRISCHER MODELLE
von

Helmut Lauenstein, Göttingen und
Georg Karg, Weihenstephan

- 1 Methodische Grundlagen
 - 1.1 Ausgewählte Modellklasse
 - 1.2 Arten von Prognosen
 - 1.2.1 Ex-ante-Prognosen
 - 1.2.2 Ex-post-Prognosen
 - 1.3 Möglichkeiten der Beurteilung von Prognosen
 - 1.3.1 Analyse im Zeitbereich
 - 1.3.1.1 Qualitative Fehleranalyse
 - 1.3.1.1.1 Überschätzung und Unterschätzung; Vorzeichenfehler
 - 1.3.1.1.2 Analyse der Umkehrpunkte
 - 1.3.1.2 Quantitative Fehleranalyse
 - 1.3.1.2.1 Mittlerer quadratischer Prognosefehler
 - 1.3.1.2.2 Ungleichheitskoeffizienten
 - 1.3.2 Analyse im Frequenzbereich
 - 2 Empirische Analyse
 - 2.1 Modellbeschreibung
 - 2.2 Simulationsergebnisse
 - 2.3 Beurteilung der Prognosen
 - 2.3.1 Ergebnisse der Analyse im Zeitbereich
 - 2.3.1.1 Ergebnisse der qualitativen Fehleranalyse
 - 2.3.1.1.1 Ergebnisse der Vorzeichenanalyse
 - 2.3.1.1.2 Ergebnisse der Umkehrpunktanalyse
 - 2.3.1.2 Ergebnisse der quantitativen Fehleranalyse
 - 2.3.1.2.1 Ergebnisse der Analyse des Prognosefehlers
 - 2.3.1.2.2 Ergebnisse der Analyse der Prognosegenauigkeit
 - 2.3.2 Ergebnisse einer Analyse im Frequenzbereich
-

Einleitung

Aufgabe der positiven Ökonomie ist es, Theorien (Modelle) über den Wirtschaftsprozess zu bilden. Theorien bestehen aus Annahmen, aus denen durch Deduktion falsifizierbare Hypothesen abgeleitet werden. Hypothesen über Merkmale des Wirtschaftsprozesses können die Form von Gleichungen haben, die entsprechend der kontemporären und intertemporären Interdependenzen der Merkmale häufig ein System simultaner, dynamischer und stochastischer Gleichungen bilden. Da der Wahrheitsgehalt einer Theorie nicht mit Sicherheit angegeben werden kann, gibt es für zu erklärende Merkmale eines Wirtschaftsprozesses mehrere konkurrierende Modelle. Wenn es aber mehrere konkurrierende Modelle gibt, ist zu klären, welches Modell die Wirklichkeit am besten abbildet. Damit ist festzulegen, wie die Güte der Obereinstimmung eines Modells mit der Realität gemessen werden kann (vgl. NAYLOR, 10, S. 1348). Grundsätzlich ist es möglich, die Güte der Obereinstimmung von Modell und Wirklichkeit zu messen durch Prüfung der Obereinstimmung der Annahmen des Modells mit der Wirklichkeit und/oder durch Prüfung der Obereinstimmung der Prognosen des Modells mit der Wirklichkeit.

Im vorliegenden Beitrag befassen wir uns mit dieser zweiten Alternative. Es ist Ziel dieses Beitrags, auf einige Möglichkeiten zur Überprüfung der Prognosegüte ökonometrischer Modelle hinzuweisen. Im ersten Teil des Beitrags werden die hierfür notwendigen methodischen Grundlagen formuliert: Im ersten Abschnitt wird die Klasse der ökonometrischen Modelle beschrieben, auf die sich die Ausführungen beschränken; im zweiten Abschnitt wird dargelegt, welche Arten von Prognosen mit diesen Modellen erzeugt werden können; im dritten Abschnitt nennen wir einige Möglichkeiten zur Beurteilung der Güte von Prognosen.

Im zweiten Teil werden diese Möglichkeiten zur Beurteilung der Prognosegüte ökonometrischer Modelle an ausgewählten Variablen eines einfachen Modells des Schweinefleischmarktes der Bundesrepublik Deutschland erläutert: Im ersten Abschnitt wird das Modell beschrieben; im zweiten Abschnitt werden mit Hilfe dieses Modells Prognosen erzeugt; im dritten Abschnitt wird ein Vergleich von prognostizierten und realisierten Daten durchgeführt.

Die in diesem Beitrag gewählte Schreibweise bedarf einer Erläuterung. Die nachfolgenden Ausführungen berühren verschiedene Bereiche der Ökonometrie, in denen sich jeweils eine eigene Schreibweise durchgesetzt hat. Um dem Leser den Bezug zu diesen Quellen zu erleichtern, haben wir auf die Entwicklung einer eigenen einheitlichen Schreibweise verzichtet und bei den einzelnen Problem-bereichen jeweils die in der Literatur übliche Schreibweise gewählt.

1 Methodische Grundlagen

1.1 Ausgewählte Modellklasse

Die hier ausgewählten Modelle gehören zur Klasse der dynamischen multivariaten Modelle mit der strukturellen Form¹⁾

$$(1.1.1) \quad y_t \Gamma + y_{t-1} B_1 + z_t B_2 = \varepsilon_t \quad t=0, \dots, N$$

mit

y_t, y_{t-1}	dem $(1 \times L)$ -Vektor der L unverzögert (verzögert) endogenen Variablen des Modells,
z_t	dem $(1 \times K)$ -Vektor der K exogenen Variablen des Modells,
ε_t	dem $(1 \times L)$ -Vektor der L Störgrößen des Modells,
Γ, B_1	der $(L \times L)$ -Koeffizientenmatrix der L unverzögert (verzögert) endogenen Variablen des Modells und
B_2	der $(K \times L)$ -Koeffizientenmatrix der K exogenen Variablen des Modells.

Das Gleichungssystem (1.1.1) stellt eine Hypothese über die Entstehung der Beobachtungen der endogenen Variablen zum Zeitpunkt t ($t=0, \dots, N$) dar. Es bestehe aus Definitions- und Verhaltensgleichungen. Die strukturellen Koeffizienten der Definitionsgleichungen seien mit Sicherheit bekannt, während die strukturellen Koeffizienten der stochastischen Gleichungen - aufgrund ökonomischer Theorien hinreichend beschränkt - mit Hilfe der Beobachtungen der (verzögert) endogenen und (verzögert) exogenen Variablen geschätzt werden können.

Im Hinblick auf die Erzeugung von Prognosen der endogenen Variablen sind neben der strukturellen Form des Modells weitere Formen bedeutsam.

1) Die nachfolgenden Ergebnisse sind unabhängig von der hier gewählten einfachen Lagstruktur, da jedes (lineare) Differenzgleichungssystem höherer Ordnung in ein System erster Ordnung transformiert werden kann.

Für Γ regulär erhält man durch Nachmultiplikation von (1.1.1) mit Γ^{-1} :

$$(1.1.2) \quad y_t = y_{t-1}\Pi_1 + z_t\Pi_2 + u_t \quad t=0, \dots, N$$

$$\text{mit} \quad \begin{aligned} \Pi_1 &= -B_1\Gamma^{-1} \\ \Pi_2 &= -B_2\Gamma^{-1} \\ u_t &= \varepsilon_t\Gamma^{-1} . \end{aligned}$$

Die Vektorgleichung (1.1.2) heißt reduzierte Form von (1.1.1).

Durch Substitution von y_{t-1} in (1.1.2) erhält man

$$(1.1.3) \quad y_t = y_{t-2}\Pi_1^2 + z_{t-1}\Pi_2\Pi_1 + z_t\Pi_2 + u_{t-1}\Pi_1 + u_t$$

und nach s-maliger Substitution

$$(1.1.4) \quad y_t = y_{t-s-1}\Pi_1^{s+1} + \sum_{j=0}^s z_{t-j}\Pi_2\Pi_1^j + \sum_{j=0}^s u_{t-j}\Pi_1^j .$$

Die Dynamik des Modells wird damit durch die zeitliche Entwicklung der Potenz von Π_1^T bestimmt. Besitzen sämtliche Eigenwerte von Π_1 einen Modul kleiner 1, dann ist $\lim_{T \rightarrow \infty} \Pi_1^T = 0$, so daß für $s \rightarrow \infty$

(vgl. THEIL, 15, S. 464) gilt:

$$(1.1.5) \quad y_t = \sum_{j=0}^{\infty} z_{t-j}\Pi_2\Pi_1^j + \sum_{j=0}^{\infty} u_{t-j}\Pi_1^j .$$

Diese Vektorgleichung heißt finale Form von (1.1.1).¹⁾ Die finale Form des hier unterstellten Gleichungssystems enthält Matrizen der Form $\Pi_2\Pi_1^j$ für $j=0, \dots, \infty$.

Die Elemente der Matrix Π_2 beschreiben die sofortigen Effekte (impact multiplier), die Elemente der Matrizen $\Pi_2\Pi_1^j$ für $j>0$ beschreiben die Effekte einer Änderung der exogenen Variablen, die mit einer Verzögerung um j Perioden eintreten (interim multiplier).

Durch Kumulierung der Effekte über alle Perioden - also:

$G = \Pi_2 + \Pi_2\Pi_1 + \Pi_2\Pi_1^2 + \dots$ - erhält man im Fall der Konvergenz als Gesamteffekt (total multiplier)

$$(1.1.6) \quad G = \Pi_2 (I - \Pi_1)^{-1} ;$$

denn für $\lim_{T \rightarrow \infty} \Pi_1^T = 0$ konvergiert die Summenmatrix $S = (I + \Pi_1 + \dots + \Pi_1^{T-1})$ mit $\tau \rightarrow \infty$ gegen $(I - \Pi_1)^{-1}$.

1) Enthält das Gleichungssystem keine verzögert endogenen Variablen, dann sind reduzierte und finale Form identisch.

Auf der Basis der Gleichungen (1.1.2) und (1.1.4) können Prognosen unterschiedlichen Typs formuliert werden. Wenn wir dabei im folgenden von Simulation sprechen, so meinen wir damit den Vorgang der Erzeugung von Prognosen, nicht also beispielsweise Simulation im Sinne einer Analyse alternativer Politiken.

1.2 Arten von Prognosen

Sei $\hat{\pi}_i$ ein konsistenter Schätzwert von π_i ($i=1,2$), so daß $\text{plim } \Delta_i = 0$, wenn $\hat{\pi}_i = (\pi_i + \Delta_i) \quad \forall i$, dann schreiben wir das Simulationsmodell für die Periode t wie folgt:

$$(1.2.1) \quad \begin{aligned} \hat{y}_t &= \hat{y}_{t-1} \hat{\pi}_1 + \hat{z}_t \hat{\pi}_2 + u_t^* \\ \hat{y}_0 &= y_0 \end{aligned}$$

Im folgenden unterscheiden wir drei dichotome Kategorien

- die deterministische Simulation ($u_t^* = 0 \quad \forall t$) bzw. die stochastische Simulation (die Werte der Zufallsvariablen u_t^* sind Zufallszahlen einer bestimmten Verteilung),
- die schrittweise Simulation ($\hat{y}_{t-1} = y_{t-1} \quad \forall t$) bzw. die dynamische Simulation (die \hat{y}_{t-1} sind die Lösungen des Modells für die Vorperiode) und
- die ex-ante-Simulation (die \hat{z}_t sind modellexterne Schätzwerte der z_t) bzw. die ex-post-Simulation ($\hat{z}_t = z_t \quad \forall t$).

Diese Begriffe werden in den Abschnitten (1.2.1) und (1.2.2) erläutert.

1.2.1 Ex-ante-Prognosen

Wir sprechen dann von ex-ante-Prognosen, wenn - ausgehend vom Zeitpunkt N - Prognosen der y_t für $t = N+h_0$ ($h_0=1, \dots, h$) mit dem Prognosehorizont h_0 erzeugt werden:

$$(1.2.2) \quad \begin{aligned} \hat{y}_{N+1} &= y_N \hat{\pi}_1 + \hat{z}_{N+1} \hat{\pi}_2 + u_{N+1}^* \\ \hat{y}_{N+2} &= y_N \hat{\pi}_1^2 + \hat{z}_{N+1} \hat{\pi}_2 \hat{\pi}_1 + \hat{z}_{N+2} \hat{\pi}_2 + u_{N+1}^* \hat{\pi}_1 + u_{N+2}^* \\ \hat{y}_{N+h} &= y_N \hat{\pi}_1^h + \sum_{j=0}^{h-1} \hat{z}_{N+h-j} \hat{\pi}_2 \hat{\pi}_1^j + \sum_{j=0}^{h-1} u_{N+h-j}^* \hat{\pi}_1^j \end{aligned}$$

Damit sind ex-ante-Prognosen der y_t ($t=N+1, \dots, N+h$) abhängig von den modellintern erzeugten Schätzwerten der verzögert endogenen

Variablen ($\forall t > N+1$) und von modellexternen Schätzwerten der exogenen Variablen ($\forall t > N$).

Zur Schätzung der Störvariablen u_t^* bieten sich zwei Alternativen an: Man setzt $u_{N+h_0}^* = 0 \forall h_0$ oder man setzt $u_{N+h_0}^* \neq 0 \forall h_0$. Im ersten Fall heißt die Prognose deterministisch, im zweiten Fall stochastisch. Zur Erzeugung von Werten der Zufallsvariablen $u_{N+h_0}^*$ verwendet man Zufallszahlen, die die gleiche Verteilung besitzen, wie die Störvariablen der strukturellen Form. Algorithmen zur Erzeugung von Werten der Zufallsvariablen mit den genannten Eigenschaften wurden von NAGAR (1969) und MCCARTHY (1972) vorgeschlagen. Beide Methoden basieren auf einer Transformation der Residuen der strukturellen Form.

Wird das Zufallsexperiment für jedes h_0 K-mal ($K > 1$) wiederholt, dann erhält man eine Verteilung der prognostizierten Werte der endogenen Variablen für $N+h_0 \forall h_0$. Dadurch wird die Formulierung von Wahrscheinlichkeitsaussagen bezüglich der Verteilung der y_{N+h_0} möglich (vgl. GUMBEL, 3, S. 103 f.).

1.2.2 Ex-post-Prognosen

Die genannten deterministischen und stochastischen ex-ante-Prognosen bilden zwar die Grundlage für den strengsten Test, dem ein Modell unterworfen werden kann; sie haben aber verschiedene Nachteile: (1) Die Güte der ex-ante-Prognose kann erst überprüft werden, wenn die y_{N+h_0} realisiert wurden. Vor Ablauf dieser Frist sollte das Modell nicht als Entscheidungshilfe verwendet werden. (2) Die Güte der ex-ante-Prognose wird beeinflusst von dem Fehler der modellexternen Prognose der z_{N+h_0} , m.a.W., der Prognosefehler des Modells wird beeinflusst von dem Prognosefehler der \bar{z}_{N+h_0} . Aus diesen Gründen werden zur Überprüfung der Prognosegüte von Modellen vorrangig ex-post-Prognosen verwendet.

In Anlehnung an die ex-ante-Prognose (vgl. (1.2.2)) erhält man, ausgehend von $t=0, \dots, N-h$:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t+1} &= y_t \hat{\pi}_1 + z_{t+1} \hat{\pi}_2 + u_{t+1}^* \\ (1.2.3) \quad \hat{y}_{t+2} &= y_t \hat{\pi}_1^2 + z_{t+1} \hat{\pi}_2 \hat{\pi}_1 + z_{t+2} \hat{\pi}_2 + u_{t+1}^* \hat{\pi}_1 + u_{t+2}^* \\ &\quad \cdot \cdot \cdot \\ \hat{y}_{t+h} &= y_t \hat{\pi}_1^h + \sum_{j=0}^{h-1} z_{t+h-j} \hat{\pi}_2 \hat{\pi}_1^j + \sum_{j=0}^{h-1} u_{t+h-j}^* \hat{\pi}_1^j \cdot \end{aligned}$$

(1.2.3) kann in verschiedener Weise zur Erzeugung von ex-post-Prognosen verwendet werden: Für $h_0=1$ und $t < N$ sprechen wir von schrittweiser Simulation; für $h_0 > 1$ und $t \leq N - h_0$ sprechen wir von dynamischer Simulation. Das Ergebnis der schrittweisen Simulation nennen wir Einschrittprognose, das Ergebnis der dynamischen Simulation Mehrschrittprognose. Für $u_{t+h_0}^* = 0 \ \forall t, h_0$ ist die Simulation deterministisch; werden die $u_{t+h_0}^* \neq 0 \ \forall t, h_0$ durch K-malige Wiederholung des Zufallsexperiments erzeugt, so ist die Simulation stochastisch. Einige Möglichkeiten, die verschiedenen Prognosen zu beurteilen, werden im Abschnitt 1.3 diskutiert.

1.3 Möglichkeiten der Beurteilung von Prognosen

Im Rahmen der Analyse und Beurteilung von Prognosen werden wir unterscheiden zwischen der Analyse im Zeitbereich und der Analyse im Frequenzbereich.

Im Zeitbereich kann unterschieden werden zwischen einer qualitativen Analyse der Prognosefehler und einer quantitativen Analyse der Prognosefehler.

Bei der qualitativen Fehleranalyse wird im wesentlichen untersucht, mit welcher Häufigkeit (1) die Realisierungen der endogenen Variablen (oder deren Veränderungen gegenüber der Vorperiode) über- bzw. unterschätzt wurden, (2) die Vorzeichen der prognostizierten Veränderungen von denen der realisierten Veränderungen abwichen und (3) realisierte Umkehrpunkte nicht als solche erkannt wurden.

Bei der quantitativen Fehleranalyse wird versucht, die Qualität der Prognose mittels einer einzigen Maßzahl zu beurteilen.

Im Frequenzbereich wird im wesentlichen untersucht, welche Unterschiede die realisierten und prognostizierten Zeitreihen der endogenen Variablen des Modells hinsichtlich ihres Schwingungsverhaltens zeigen.

Bei der Fehleranalyse ist streng genommen festzuhalten, für welche endogene Variable und durch welches Simulationsverfahren die Prognosen erzeugt wurden. Zur Vereinfachung kann man jedoch diese Details ausklammern. Wir werden die Nomenklatur deshalb dahingehend ändern, daß wir den zum Zeitpunkt t realisierten (prognostizierten) Wert der i -ten endogenen Variablen mit R_{ti} (P_{ti}) bezeichnen und darüber hinaus den Index i fallen lassen, wenn dieser für die

Argumentation ohne Bedeutung ist.

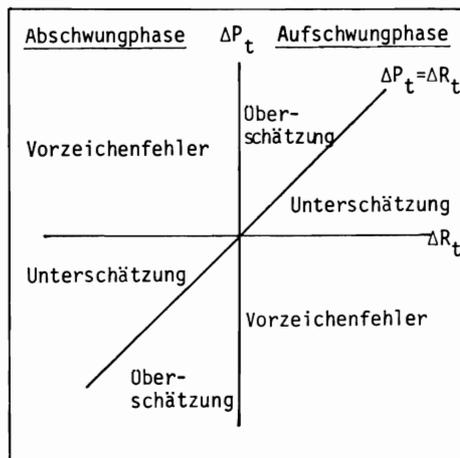
1.3.1 Analyse im Zeitbereich

1.3.1.1 Qualitative Fehleranalyse

Das von THEIL (14, S.24) entwickelte Prognose-Realisations-Diagramm liefert die Basis der hier vorgenommenen qualitativen Fehleranalyse.

1.3.1.1.1 Überschätzung und Unterschätzung; Vorzeichenfehler

Geht man davon aus, daß zu einem Zeitpunkt $t-1$ Prognosen für den Zeitpunkt t erzeugt wurden und trägt die Wertepaare $(\Delta R_t, \Delta P_t)$ mit $\Delta R_t = R_t - R_{t-1}$ und $\Delta P_t = P_t - R_{t-1}$ (schrittweise Simulation) bzw. $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$ (dynamische Simulation) in einem Koordinatensystem ab, so liegen die Wertepaare entweder auf der Winkelhalbierenden $(\Delta R_t = \Delta P_t)$ oder sie kennzeichnen einen Prognosefehler bestimmten Typs.¹⁾ Graphisch kann man die unterschiedlichen Fehlertypen wie folgt darstellen:²⁾



1) Die naiven no-change-Prognosen liegen auf der Abszisse.

2) Für $R_t > 0$ und $P_t > 0 \forall t$ können ΔR_t und ΔP_t für Einschnitt- (Mehrschnitt-) Prognosen alternativ wie folgt definiert werden: $\Delta R_t = \ln R_t - \ln R_{t-1}$ und $\Delta P_t = \ln P_t - \ln R_{t-1}$ ($\Delta P_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$). Vgl. THEIL, 14, S.47 ff.

Dieses von MERZ (8, S.34) in Anlehnung an THEIL entwickelte Prognose-Realisations-Diagramm ermöglicht, folgende Fehler gegeneinander abzugrenzen:

- Aufschwungphase (I. und IV. Quadrant)
 - (A1) Überschätzung der Veränderung ($[\Delta P_t \Delta R_t > 0] \wedge [\Delta P_t > 0] \wedge [|\Delta P_t| > |\Delta R_t|]$)
 - (A2) Unterschätzung der Veränderung ($[\Delta P_t \Delta R_t > 0] \wedge [\Delta P_t > 0] \wedge [|\Delta P_t| < |\Delta R_t|]$)
 - (A3) Vorzeichenfehler ($[\Delta P_t \Delta R_t < 0] \wedge [\Delta R_t > 0]$)
- Abschwungphase (II. und III. Quadrant)
 - (B1) Überschätzung der Veränderung ($[\Delta P_t \Delta R_t > 0] \wedge [\Delta P_t < 0] \wedge [|\Delta P_t| > |\Delta R_t|]$)
 - (B2) Unterschätzung der Veränderung ($[\Delta P_t \Delta R_t > 0] \wedge [\Delta P_t < 0] \wedge [|\Delta P_t| < |\Delta R_t|]$)
 - (B3) Vorzeichenfehler ($[\Delta P_t \Delta R_t < 0] \wedge [\Delta R_t < 0]$) .

Die Anzahl der Fehler der jeweiligen Kategorie kann bezogen werden auf die Gesamtzahl der Fehler bzw. auf die Gesamtzahl der Prognosen. Für eine perfekte Prognose gilt $\Delta P_t = \Delta R_t \quad \forall t$.

1.3.1.1.2 Analyse der Umkehrpunkte

Fehler der Prognose von Veränderungen können Fehler im Vorzeichen und/oder Betrag der Veränderung sein. Vorzeichenfehler sind dadurch charakterisiert, daß entweder $\Delta P_t < 0$ und zugleich $\Delta R_t > 0$ oder $\Delta P_t > 0$ und zugleich $\Delta R_t < 0$. In jedem Fall wird die realisierte Richtung der Veränderung falsch prognostiziert.

Die Bedeutung dieses Vorzeichen-(Richtungs-)fehlers hängt ab von der unmittelbar vorangehenden Veränderung. Folgt eine positive (negative) Veränderung einer negativen (positiven) Veränderung, so sprechen wir von einem Umkehrpunkt. Da diese Umkehrpunkte für Einschritt- und Mehrschrittprognosen unterschiedlich definiert sind, müssen wir im folgenden zwischen diesen beiden Kategorien unterscheiden. Wir beginnen mit der Umkehrpunktanalyse für Einschrittprognosen.

Sei $\Delta R_t = R_t - R_{t-1}$ und $\Delta P_t = P_t - R_{t-1}$, dann ist $\Delta R_t \Delta R_{t-1} < 0$ ein realisierter Umkehrpunkt und $\Delta P_t \Delta R_{t-1} < 0$ ein prognostizierter Umkehrpunkt, und für schrittweise Prognosen ist es hinreichend, vier Ereignisse gegeneinander abzugrenzen:

Prognose Realisation	UP	kein UP
UP	$\Delta R_t \Delta R_{t-1} < 0$ und zugleich $\Delta P_t \Delta R_{t-1} < 0$	$\Delta R_t \Delta R_{t-1} < 0$ und zugleich $\Delta P_t \Delta R_{t-1} > 0$
kein UP	$\Delta R_t \Delta R_{t-1} > 0$ und zugleich $\Delta P_t \Delta R_{t-1} < 0$	$\Delta R_t \Delta R_{t-1} > 0$ und zugleich $\Delta P_t \Delta R_{t-1} > 0$

Prognose Realisation	UP	kein UP
UP	I	III
kein UP	II	IV

Die Ereignisse in I und IV (II und III) stellen korrekte (falsche) Umkehrpunktprognosen dar.

Zur Beurteilung der Güte von Einschrittprognosen wählten wir folgende Fehlermaße

- $Z_{11} = \frac{II}{I + II}$ für $(I+II) > 0$
- $Z_{12} = \frac{III}{I + III}$ für $(I+III) > 0$
- $Z_{13} = \frac{II+III}{I+II+III+IV}$ für $(I+II+III+IV) > 0$.

Für die theoretischen Werte gilt $0 \leq Z_{1i} \leq 1$ $\forall i$; der Fehleranteil nimmt mit wachsendem Z_{1i} zu. Für die perfekte Umkehrpunktprognose gilt $Z_{13} = 0$. Im Hinblick auf Mehrschrittprognosen müssen wir unsere Argumentation wie folgt ändern: Sei $\Delta R_t = R_t - R_{t-1}$ und $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$, dann ist $\Delta R_t \Delta R_{t-1} < 0$ ein realisierter Umkehrpunkt und $\Delta P_t \Delta P_{t-1} < 0$ ein prognostizierter Umkehrpunkt. Die nachfolgenden Übersichten zeigen die möglichen Ereignisse:

Prognose Realisation	UP		kein UP	
	$\Delta P_t \Delta P_{t-1}$ + -	$\Delta P_t \Delta P_{t-1}$ - +	$\Delta P_t \Delta P_{t-1}$ - -	$\Delta P_t \Delta P_{t-1}$ + +
$\Delta R_t \Delta R_{t-1}$ + - UP	$\begin{pmatrix} + & - \\ + & - \end{pmatrix}$ I	$\begin{pmatrix} - & + \\ - & + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} - & - \\ + & - \end{pmatrix}$ III	$\begin{pmatrix} + & + \\ - & - \end{pmatrix}$
- + kein UP	$\begin{pmatrix} + & - \\ - & + \end{pmatrix}$ II	$\begin{pmatrix} - & + \\ - & + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} - & - \\ - & - \end{pmatrix}$ IV	$\begin{pmatrix} + & + \\ + & + \end{pmatrix}$

Prognose Realisation	UP	kein UP
UP	$\begin{pmatrix} I_r & I_f \\ I_f & I_r \end{pmatrix}$	III
kein UP	II	$\begin{pmatrix} IV_r & IV_f \\ IV_f & IV_r \end{pmatrix}$

Die mit I_r bzw. IV_r bezeichneten Ereignisse stellen korrekte Umkehrpunktprognosen dar; alle übrigen Umkehrpunktprognosen sind falsch. Zur Beurteilung der Güte von Mehrschrittprognosen wählten wir folgende Fehlermaße:

$$- Z_{21} = \frac{I_f + III}{I_f + I_r + III} \quad \text{für } (I_r + I_f + III) > 0$$

$$- Z_{22} = \frac{II + IV_f}{II + IV_f + IV_r} \quad \text{für } (II + IV_f + IV_r) > 0$$

$$- Z_{23} = \frac{I_f + II + III + IV_f}{I_f + I_r + II + III + IV_f + IV_r} \quad \text{für } (I_f + I_r + II + III + IV_f + IV_r) > 0$$

Für die theoretischen Werte gilt $0 \leq Z_{2i} \leq 1 \quad \forall i$; der Fehleranteil nimmt mit wachsendem Z_{2i} zu. Für die perfekte Umkehrpunktprognose gilt $Z_{23} = 0$.

1.3.1.2 Quantitative Fehleranalyse

Ein bedeutsames Fehlermaß der quantitativen Fehleranalyse ist der mittlere quadratische Prognosefehler. Für diese Maßzahl hat THEIL (14, S.29 ff.) zwei alternative Zerlegungen vorgeschlagen, die Aufschlüsse über die Struktur des Fehlers liefern und die Wirkungen einer optimalen linearen Prognosekorrektur quantifizieren. Eine alternative Verwendung besteht in dem Vergleich der mittleren quadratischen Prognosefehler zweier verschiedener Modelle. Dies führt zu den von THEIL entwickelten Ungleichheitskoeffizienten.

1.3.1.2.1 Mittlerer quadratischer Prognosefehler

Seien ΔR_t und ΔP_t definiert wie in Abschnitt 1.3.1.1.1, dann ist der mittlere quadratische Prognosefehler (MSE) wie folgt definiert (vgl. THEIL, 14, S.27):

$$(1.3.1) \quad \text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\Delta P_t - \Delta R_t)^2$$

Diese Maßzahl kann zerlegt werden in (vgl. THEIL, 14, S.29)

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\Delta P_t - \Delta R_t)^2 = (\Delta \bar{P} - \Delta \bar{R})^2 + (\hat{\sigma}_P - \hat{\sigma}_R)^2 + 2(1-r)\hat{\sigma}_P\hat{\sigma}_R$$

mit

$$\Delta \bar{P} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \Delta P_t \quad \Delta \bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \Delta R_t$$

$$\hat{\sigma}_P^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\Delta P_t - \Delta \bar{P})^2 \quad \hat{\sigma}_R^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\Delta R_t - \Delta \bar{R})^2$$

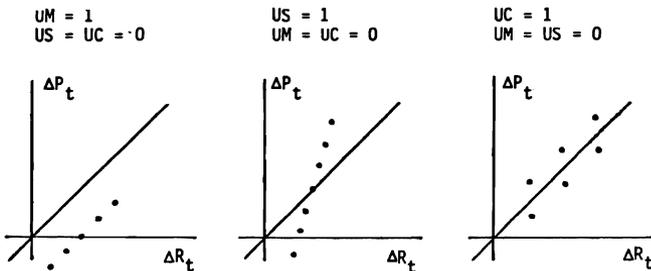
und

$$r = \frac{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\Delta P_t - \Delta \bar{P})(\Delta R_t - \Delta \bar{R})}{\hat{\sigma}_P \hat{\sigma}_R}$$

Der mittlere quadratische Prognosefehler ist folglich nur dann gleich Null, wenn $\Delta \bar{P} = \Delta \bar{R}$ und zugleich $\hat{\sigma}_P = \hat{\sigma}_R$ und $r=1$. In diesem Fall haben Prognosen und Realisationen den gleichen Mittelwert, die gleiche Varianz und vollständige 'Kovarianz'. Abweichungen hiervon bezeichnet THEIL (14, S.30) als Fehler der zentralen Tendenz, ungleicher Varianz bzw. unvollständiger 'Kovarianz' ($r < 1$).

Bezieht man die Komponenten des mittleren quadratischen Fehlers auf den Gesamtfehler, so erhält man Anteilziffern, die mit UM, US bzw. UC bezeichnet werden (vgl. THEIL, 14, S.30).

Die folgenden Diagramme (vgl. THEIL, 14, S.31), in denen jeweils eine der Anteilziffern gleich 1 ist, legen nahe, eine Prognose dann als optimal anzusehen, wenn die Anteile der systematischen Fehlerkomponenten UM und US möglichst gering sind.



Eine derartige Betrachtung legt weiterhin nahe, eine Korrektur durch eine lineare Transformation der ΔP_t durchzuführen. Für eine solche Transformation gehen wir aus von der folgenden alternativen Zerlegung des Gesamtfehlers (vgl. THEIL, 14, S.33), die - im Gegensatz zu der ersten Zerlegung - nicht symmetrisch in ΔP_t und ΔR_t ist:

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\Delta P_t - \Delta R_t)^2 = (\Delta \bar{P} - \Delta \bar{R})^2 + (\hat{\sigma}_P - r \hat{\sigma}_R)^2 + (1 - r^2) \hat{\sigma}_R^2$$

Bezieht man die Summanden auf den Gesamtfehler und bezeichnet die

Anteilziffern mit UM, UR und UD, dann ist UR als Regressionsanteil interpretierbar; denn für die Kleinst-Quadrat-Schätzfunktion für α_2 in $\Delta R_t = \alpha_1 + \alpha_2 \Delta P_t + \eta_t$ gilt - unter den üblichen Annahmen bzgl. ΔP_t und η_t -

$$\hat{\alpha}_2 = r \frac{\hat{\sigma}_R}{\hat{\sigma}_P} .$$

Damit kann man den Zähler von UR wie folgt umformen:

$$(\hat{\sigma}_P - r\hat{\sigma}_R)^2 = (1-r \frac{\hat{\sigma}_R}{\hat{\sigma}_P})^2 \hat{\sigma}_P^2 = (1-\hat{\alpha}_2)^2 \hat{\sigma}_P^2 .$$

Da durch eine optimale lineare Korrektur der Prognosefehler auf UD - den Störanteil - reduziert werden sollte, stellt $\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 \Delta P_t$ $\forall t$ eine optimal korrigierte Prognose dar. (Der Störanteil bleibt unverändert, da r^2 invariant gegenüber linearen Transformationen ist.)

Bezeichnen wir eine Prognose dann als optimal, wenn $UM=UR=0$, so kann die Analyse der Prognosegüte um einen Test (t- bzw. F-Test) der α_1 und α_2 gegen Null bzw. gegen Eins erweitert werden. Insbesondere in diesem Zusammenhang ist aber zu berücksichtigen, daß die Differenz der realisierten Werte und der Ergebnisse der entsprechenden dynamischen Simulation heteroskedastisch und autokorreliert sind, und daß die \hat{y}_t und y_t erzeugenden Prozesse bei einer stochastischen Simulation zwar identisch sind, eine Regression der y_t auf die \hat{y}_t aber die Voraussetzungen des Fehler-in-den-Variablen-Modells erfüllt, wie HOWREY und KELEJIAN (4, S.301 ff.) gezeigt haben.

1.3.1.2.2 Ungleichheitskoeffizienten

Seien die ΔR_t und ΔP_t definiert wie in Abschnitt 1.3.1.1.1, dann kann die Gruppe der Ungleichheitskoeffizienten wie folgt geschrieben werden (vgl. THEIL, 13, S.32 und MERZ, 8, S.40):

$$(1.3.2) \quad U(i) = \frac{\sqrt{\sum_{t=1}^N (\Delta P_t - \Delta R_t)^2}}{\sqrt{\sum_{t=1}^N (V_t^{(i)} - \Delta R_t)^2}}$$

mit den absoluten (relativen) Änderungen der Prognosen des i-ten Vergleichsverfahrens $V_t^{(i)}$. Als Vergleichsverfahren gelten im allgemeinen (vgl. THEIL, 14, S.28) das no-change-Modell mit $V_t^{(1)}=0$ $\forall t$

und das same-change-Modell mit $v_t^{(2)} = \Delta R_{t-1} \quad \forall t > 2$ und $v_2^{(2)} = \Delta R_2$.
 Die Prognosen alternativer ökonomischer Modelle bieten sich als weitere Grundlagen eines Vergleichs an.

Es ist

- $U^{(1)} = 0$, nur wenn $\Delta P_t = \Delta R_t \quad \forall t$ und $U^{(1)} = 1$, nur wenn $\Delta P_t = 0 \quad \forall t$;
- $U^{(2)} = 0$, nur wenn $\Delta P_t = \Delta R_t \quad \forall t$ und $U^{(2)} = 1$, wenn $\Delta P_t = \Delta R_{t-1} \quad \forall t > 2$
 und $\Delta P_2 = \Delta R_2$.

Ist $U^{(i)} < 1$ (>1), dann ist die gemäß dem MSE zu beurteilende Prognose besser (schlechter) als die Vergleichsprognose.

Als Maßzahl für den mittleren Prognosefehler der L endogenen Variablen eines Modells - die allerdings den korrelativen Zusammenhang zwischen den L Variablen unberücksichtigt läßt - schlägt LÖDEKE (6, S.121) vor, den Koeffizienten

$$(1.3.3) \quad U = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{j=1}^L [U_j^{(1)}]^2}$$

zu verwenden.

1.3.2 Analyse im Frequenzbereich

Als Frequenzbereichsanalyse bezeichnet man die Analyse der Schwingungsanteile einer Zeitreihe. Bei dieser Analyse wird unterstellt, daß die beobachtete Zeitreihe $\{x_t, t=1, \dots, N\}$ eine der möglichen Realisierungen eines unbekanntes, diskreten, reellwertigen und schwach stationären¹⁾ Zufallsprozesses $\{X(t), t \in T\}$ darstellt.

Schon die Zeitbereichsanalyse - wenn man sie inferentiell betreibt - erfordert Annahmen über die stochastische Struktur einer Zeitreihe. Explizit führen wir diese Annahmen aber erst jetzt ein, weil wir hier der Einfachheit halber von einer ganz bestimmten Struktur ausgehen.

Eine Erweiterung dieser Konzepte auf zwei Zeitreihen ermöglicht einen Vergleich der Schwingungskomponenten, z.B. der prognostizierten und der beobachteten Zeitreihen.

1) Ein Prozeß $\{X(t), t \in T\}$ heißt schwach stationär, wenn gilt $E\{X(t)\} = \mu$ und $E\{[X(t) - \mu][X(t+\tau) - \mu]\} = R(\tau) \quad \forall t, \tau$.

Seien $\{X(t), t \in T\}$ und $\{Y(t), t \in T\}$ zwei schwach stationäre und stationär korrelierte¹⁾ stochastische Prozesse, dann gilt für die Erwartungswerte $E\{X(t)\} = \mu_x$ bzw. $E\{Y(t)\} = \mu_y$ und für die Autokovarianzen bzw. die Kreuzkovarianz für $\tau = 0, \dots, m$

$$(1.3.4) \quad \begin{aligned} E\{[X(t) - \mu_x][X(t+\tau) - \mu_x]\} &= R_{xx}(\tau) \\ E\{[Y(t) - \mu_y][Y(t+\tau) - \mu_y]\} &= R_{yy}(\tau) \\ E\{[X(t) - \mu_x][Y(t+\tau) - \mu_y]\} &= R_{xy}(\tau) \end{aligned}$$

Für die Kreuzkovarianzfolgen und die Kreuzspektraldichtefunktion als Paare von Fourier-Transformationen gilt (vgl. z.B. GRANGER und HATANAKA, 2, S.74 ff. und ROSENBLATT, 11, S.45 f.)

$$(1.3.5) \quad R_{xy}(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega\tau} f_{xy}(\omega) d\omega$$

und

$$(1.3.6) \quad f_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau}$$

mit der Frequenz ω ($-\pi \leq \omega \leq \pi$).

Die komplexwertige Kreuzspektraldichtefunktion kann zerlegt werden in²⁾ den Realteil (das Co-Spektrum)

$$(1.3.7) \quad c(\omega) = \frac{1}{2\pi} R_{xy}(0) + \frac{1}{\pi} \sum_{\tau=1}^{\infty} (R_{xy}(\tau) + R_{yx}(\tau)) \cos \omega\tau$$

und den Imaginärteil (das Quadraturspektrum)

$$(1.3.8) \quad q(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{\tau=1}^{\infty} (R_{xy}(\tau) - R_{yx}(\tau)) \sin \omega\tau$$

mit $q(0) = q(\tau) = 0$ und

$$(1.3.9) \quad f_{xy}(\omega) = c(\omega) - iq(\omega).$$

Für eine Analyse der Beziehungen zweier schwach stationärer stochastischer Prozesse, die stationär korreliert sind, verwendet man folgende Maßzahlen

- die Kohärenz

$$(1.3.10) \quad K(\omega) = \frac{c^2(\omega) + q^2(\omega)}{f_{xx}(\omega) f_{yy}(\omega)}$$

1) Zwei Prozesse $\{X(t), t \in T\}$ und $\{Y(t), t \in T\}$ heißen stationär korreliert, wenn die Kreuzkovarianz der beiden Prozesse nur eine Funktion von τ und nicht von t ist.

2) ausgenommen der Faktor 2 für $\omega=0$ und $\omega=\pi$.

mit $0 \leq K(\omega) \leq 1$

- die Phasenverschiebung

$$(1.3.11) \quad P(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{q(\omega)}{c(\omega)} \right)$$

oder - umgerechnet in Zeiteinheiten - $P(\omega)/\omega$ mit $-\pi \leq P(\omega) \leq \pi$ und

- den Gain

$$(1.3.12) \quad G_{xy}(\omega) = \frac{\left(\frac{c^2(\omega) + q^2(\omega)}{f_{xx}(\omega)^2} \right)^{\frac{1}{2}}}{1}$$

Die Kohärenz ist eine dem bei der Zeitbereichsanalyse verwendeten Korrelationskoeffizienten zweier Zeitreihen vergleichbare Maßzahl für den linearen Zusammenhang der orthogonalen Komponenten zweier Prozesse und wird in ähnlicher Form interpretiert, d.h., je größer $K(\omega)$, desto enger ist die Beziehung der beiden Komponenten. Der Gain entspricht im wesentlichen dem Regressionskoeffizienten des Prozesses $\{Y(t)\}$ auf den Prozeß $\{X(t)\}$ bei der Frequenz ω . Beide Koeffizienten werden auf der Basis adjustierter Phasen ermittelt.

2 Empirische Analyse

Ausschließlich zu Demonstrationszwecken verwenden wir im folgenden die Ergebnisse der Schätzung eines Quartalsmodells für den Schweinefleischmarkt der Bundesrepublik Deutschland, das Teil eines an anderer Stelle beschriebenen Modells ist (KARG und LAUENSTEIN, 5). Dieses Modell gehört zu der Klasse der dynamischen multivariaten Modelle.

2.1 Modellbeschreibung

Das von uns spezifizierte Quartalsmodell für den Schweinefleischmarkt besteht aus 5 Verhaltens- und 3 Definitionsgleichungen. Die endogenen Variablen dieses Modells sind (1) der Verbrauch an Schweinefleisch in kg je Kopf und Quartal (y_{t1}), (2) der Nettoimport an Schweinefleisch in 1000 t je Quartal (y_{t2}), (3) der Logarithmus der Meßzahlen¹⁾ der Spanne für Schweinefleisch (y_{t3}), (4) der Logarithmus des Preisindex für Schlachtschweine²⁾ (y_{t4}), (5) die inländische Erzeugung an Schweinefleisch in 1000 t je Quartal³⁾ (y_{t5}), (6) der Gesamtverbrauch an Schweinefleisch in 1000 t je Quartal (y_{t6}), (7) der Logarithmus des Verbraucherpreisindex für

1) Meßzahlen und Indizes: Basis 1970=100.

2) hiernach kurz: "Erzeugerpreis" genannt.

3) hiernach kurz: "Inländische Erzeugung" genannt.

Schweinefleisch (y_{t7}) und (8) die Bestandsveränderungen an Schweinefleisch in 1000 t je Quartal (y_{t8}).

Als modellexogen wurden unterstellt: (1) die Wohnbevölkerung in Mill. (z_{t1}), (2) der Logarithmus des Verbraucherpreisindex für Rindfleisch (z_{t2}), (3) der Logarithmus des Verbraucherpreisindex für Geflügelfleisch (z_{t3}), (4) der Logarithmus des Preisindex aller übrigen Waren und Dienstleistungen (z_{t4}), (5) der Logarithmus des verfügbaren Einkommens in DM je Kopf und Quartal (z_{t5}) und (6) die Saisonvariablen ($z_{t6}, z_{t7}, z_{t8}, z_{t9}$).

Unter Verwendung der 2SLS-Schätzwerte der strukturellen Koeffizienten auf der Basis der Quartalsdaten I/1964 bis II/1978 schreiben wir das Modell wie folgt (Schätzwerte der Schätzfunktion für die asymptotischen Standardfehler in Klammern):

$$\begin{aligned}
 y_{t1} &= -13.147z_{t6} - 0.239z_{t7} + 0.121z_{t8} + 0.108z_{t9} - 1.831y_{t7} - 1.472z_{t2} + 0.669z_{t3} \\
 &\quad (3.094) \quad (0.108) \quad (0.057) \quad (0.044) \quad (0.893) \quad (0.640) \quad (0.662) \\
 &\quad + 0.914z_{t4} + 3.611z_{t5} + 0.316y_{t-1} + \varepsilon_{t1} \\
 &\quad (1.290) \quad (1.101) \quad (0.145) \\
 y_{t2} &= 50.897z_{t6} - 13.843z_{t7} - 1.360z_{t8} + 10.864z_{t9} + 12.014y_{t4} + 0.932y_{t-1,2} + 0.012y_{t-2,2} + \varepsilon_{t2} \\
 &\quad (53.804) \quad (1.941) \quad (2.776) \quad (1.961) \quad (11.788) \quad (0.129) \quad (0.132) \\
 y_{t3} &= 0.708z_{t6} + 0.020z_{t7} + 0.037z_{t8} - 0.077z_{t9} + 0.152y_{t-1,4} + 1.274y_{t-1,3} - 0.430y_{t-2,3} + \varepsilon_{t3} \\
 &\quad (0.164) \quad (0.007) \quad (0.008) \quad (0.009) \quad (0.035) \quad (0.109) \quad (0.108) \\
 y_{t4} &= 0.998z_{t6} - 0.042z_{t7} - 0.029z_{t8} + 0.108z_{t9} - 0.015y_{t8} + 1.284y_{t-1,4} - 0.498y_{t-2,4} + \varepsilon_{t4} \\
 &\quad (0.313) \quad (0.014) \quad (0.019) \quad (0.016) \quad (0.007) \quad (0.138) \quad (0.137) \\
 y_{t5} &= -133.359z_{t6} - 22.975z_{t7} + 22.065z_{t8} - 8.270z_{t9} + 0.841y_{t-1,5} + 0.118y_{t-2,5} + 33.720y_{t-4,4} + \varepsilon_{t5} \\
 &\quad (61.786) \quad (2.903) \quad (3.927) \quad (3.851) \quad (0.133) \quad (0.130) \quad (13.844) \\
 y_{t6} &= y_{t1} \cdot z_{t1} \\
 y_{t7} &= y_{t4} + y_{t3} \\
 y_{t8} &= y_{t2} + y_{t5} - y_{t6}
 \end{aligned}$$

Die geschätzten Koeffizienten der ökonomischen Variablen entsprechen den a priori Restriktionen. Wir werden Prognosen jedoch nur für die Variablen "Inländische Erzeugung an Schweinefleisch" und "Erzeugerpreis für Schweinefleisch" analysieren.

Die dynamischen Eigenschaften des Modells lassen sich anhand der Koeffizienten der reduzierten Form ($\hat{\Pi}_1$ und $\hat{\Pi}_2$) und den daraus abzuleitenden Multiplikatoren analysieren. Die der Matrix $\hat{\Pi}_1$ entsprechende Matrix der Zustandsform besitzt neben Nullwurzeln 5 reellwertige und 3 Paare konjugiert komplexer Wurzeln: (1) 0.93143, (2) 0.73701, (3) 0.48123,

1) mit der linearisierten Form: $y_{t6} = -440.644z_{t6} + 61.434y_{t1} + 7.178z_{t1} + \varepsilon_{t6}$.

(4) 0.35984, (5) -0.01250, (6) 0.64743+i 0.52208, (7) 0.16037 +i 0.50110 und (8) 0.00000+i 0.00006. Da sämtliche Moduln kleiner als 1.0 sind, gilt $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Pi_1^T = 0$; das System ist stabil, aber das Gleichgewicht wird unter gedämpften Schwingungen mit einer Schwingungsdauer von 9.26 bzw. 4.98 Quartalen erreicht.¹⁾ Will man zusätzlich die Frage beantworten, wie die i-te endogene Variable des Modells sofort oder mit zeitlicher Verzögerung τ auf einmalige oder anhaltende Änderungen der j-ten exogenen Variablen reagiert - letztlich setzt sich jede Prognose aus derartigen partiellen Wirkungen zusammen -, dann sind die Multiplikatoren des Modells zu ermitteln. Die Übersicht 1 zeigt für die ausgewählten endogenen Variablen einige der Interimmultiplikatoren sowie den Gesamtmultiplikator.

Obersicht 1: Interim- und Gesamtmultiplikatoren ausgewählter Variablen^{a)}

Gesamtmult. Interimmult. mit lag τ	Modell-exogene Variablen					
	Einkommen (z_{t5})		Preis f. übr. Waren und Dienstl. (z_{t4})		Preis für Rindfleisch (z_{t2})	
Inländ. Erzeugung an Schweinefleisch (y_{t5})						
Gesamtmult.	193.493	(0.408)	48.972	(0.103)	-78.890	(-0.166)
$\tau = 0$	0		0		0	
1	0		0		0	
2	0		0		0	
3	0		0		0	
4	39.310	(0.083)	9.948	(0.021)	-16.030	(-0.034)
Erzeugerpreis für Schweinefleisch (y_{t4})						
Gesamtmult.	0.237		0.060		- 0.097	
$\tau = 0$	1.166		0.295		- 0.475	
1	0.495		0.125		- 0.202	
2	- 0.331		-0.084		0.135	
3	- 0.472		-0.120		0.193	
4	- 0.437		-0.111		0.178	

a) mittlere Elastizitäten in Klammern, soweit nicht identisch mit Multiplikatoren

1) Für konjugiert komplexe Wurzeln der Form $z=a+bi$ erhält man wegen $r=\sqrt{a^2+b^2}$, für den Kosinus des Winkels: $\cos \theta = \frac{a}{r}$ und für die Schwingungsdauer $360^\circ/\theta$, wenn θ im Winkelmaß ermittelt wird.

2.2 Simulationsergebnisse

Im Schaubild 1 (vgl. Anhang) werden, nach Variablen getrennt, die Graphen der realisierten Werte, die Graphen der Werte der deterministischen Simulation und die Graphen der jeweiligen Maxima und Minima der stochastischen Simulation dargestellt. Außerdem unterscheiden wir zwischen schrittweiser und dynamischer Simulation (der Startwert ist der jeweilige realisierte Wert des ersten Quartals 1964).

Diese Schaubilder liefern u.a. folgende Informationen:

- Aufgrund der großen Anzahl von Wiederholungen bei der stochastischen Simulation enthalten die aus Maxima und Minima der stochastischen Simulation gebildeten Intervalle fast alle realisierten Werte.¹⁾
- Diese Intervalle sind weiter für die dynamische als für die schrittweise Simulation.
- Die saisonalen Schwankungen und längerfristigen Entwicklungen werden in jedem Fall, die mittelfristigen Schwankungen jedoch nur bei der schrittweisen Simulation hinreichend genau erfaßt.

2.3 Beurteilung der Prognosen

2.3.1 Ergebnisse der Analyse im Zeitbereich

2.3.1.1 Ergebnisse der qualitativen Fehleranalyse

2.3.1.1.1 Ergebnisse der Vorzeichenanalyse

Da nur für die Beurteilung des durch eine optimale lineare Korrektur unbeeinflussbaren Störanteils von Bedeutung, wurde bei der Darstellung der Prognose-Realisations-Diagramme für die Ergebnisse der schrittweisen deterministischen Simulation und der dynamischen deterministischen Simulation auf die Verwendung einer (normierten) Absolutskala verzichtet. (Die jeweils maximale absolute Änderung wird jedoch angegeben.)

Das Schaubild 2 (vgl. Anhang) vermittelt folgenden Eindruck:

Weder die Ergebnisse der schrittweisen Simulation, noch die Ergebnisse der dynamischen Simulation geben einen deutlichen Hinweis auf das Vorhandensein systematischer Prognosefehler. Einen Aufschluß über die Verteilung der Fehler gibt die Übersicht 2.

1) Für die Simulationen verwendeten wir im wesentlichen das Programm von BIANCHI u.a. (1978), das uns freundlicherweise vom IBM Scientific Center in Pisa zur Verfügung gestellt wurde.

Zur Erzeugung der Zufallszahlen verwendeten wir den McCarthy-Algorithmus. Für die hier durchgeführten K=100 Wiederholungen enthält das aus Maxima und Minima der stochastischen Simulationen gebildete Intervall mit Wahrscheinlichkeit W=98% mindestens 98.53% aller Fälle (vgl. GUMBEL, 3, S.104 f.).

Obersicht 2:

Verteilung der Fehler
Deterministische Simulation
 Angaben in Prozent der Gesamtfehlerzahl

Endogene Variable	Fehlertyp					
	Aufschwungphase			Abschwungphase		
	A1	A2	A3	B1	B2	B3
Schrittweise Simulation						
Inländische Erzeugung	24.56	24.56	7.02	19.30	21.05	3.51
Erzeugerpreis	19.30	21.05	14.04	15.79	24.56	5.26
Dynamische Simulation						
Inländische Erzeugung	24.56	24.56	7.02	21.05	21.05	1.75
Erzeugerpreis	10.53	22.81	21.05	12.28	26.32	7.02

2.3.1.1.2 Ergebnisse der Umkehrpunktanalyse

Wir beginnen auch hier mit der Analyse der Umkehrpunktfehler bei Einschrittprognosen, bevor wir eine entsprechende Analyse für Mehrschrittprognosen durchführen. Es sei darauf hingewiesen, daß eine optimale lineare Korrektur der Prognosen die hier für die Analyse der Einschrittprognosen verwendeten Fehlermaße beeinflussen kann (verglichen werden die Ausdrücke $\Delta R_t \Delta R_{t-1}$ und $\Delta P_t \Delta R_{t-1}$), aber die für die Analyse der Mehrschrittprognosen verwendeten Fehlermaße nicht beeinflußt (verglichen werden die Ausdrücke $\Delta R_t \Delta R_{t-1}$ und $\Delta P_t \Delta P_{t-1}$). Eine Auswertung der Einschrittprognosen des Modells zeigt Übersicht 3:

Obersicht 3: Ergebnisse der Umkehrpunktfehleranalyse
Einschrittprognosen
Deterministische Simulation
Angaben in Prozent

Fehlermaß	Endogene Variable	
	Inländische Erzeugung	Erzeugerpreis
Z ₂₁	8.00	27.59
Z ₂₂	4.17	12.50
Z ₂₃	10.71	19.64

Als Ergebnis der Analyse ist hervorzuheben, daß die Umkehrpunkte der Variablen "Inländische Erzeugung" deutlich besser prognostiziert wurden als die der Variablen "Erzeugerpreis". Im einzelnen erhält man

- für die Variable "Inländische Erzeugung":
 - In 8.0 Prozent der Fälle, in denen ein Umkehrpunkt prognostiziert wurde, war er nicht realisiert.
 - In 4.2 Prozent der Fälle, in denen ein Umkehrpunkt realisiert war, wurde er nicht prognostiziert.
 - In 10.7 Prozent aller Fälle war die Umkehrpunktprognose falsch.
- Für die Variable "Erzeugerpreis" lautet das Ergebnis der Analyse:
 - In 27.6 Prozent der Fälle, in denen ein Umkehrpunkt prognostiziert wurde, war er nicht realisiert.
 - In 12.5 Prozent der Fälle, in denen ein Umkehrpunkt realisiert war, wurde er nicht prognostiziert.
 - In 19.6 Prozent aller Fälle war die Umkehrpunktprognose falsch.

Betrachten wir nun die Auswertung der Mehrschrittprognosen des Modells in Übersicht 4:

Obersicht 4: Ergebnisse der Umkehrpunktfehleranalyse
 Mehrschrittprognosen
 Deterministische Simulation
 Angaben in Prozent

Fehlermaß	Endogene Variable	
	Inländische Erzeugung	Erzeugerpreis
Z ₃₁	2.08	41.67
Z ₃₂	100.00	56.25
Z ₃₃	16.07	50.00

Nach Variablen getrennt ergibt sich

- für die Variable "Inländische Erzeugung":
 - In 2.1 Prozent der Fälle, in denen ein Umkehrpunkt realisiert war, würde er [nicht (III) oder]¹⁾ nicht richtig (I_f) prognostiziert.

1)Die in [...] eingeschlossenen Fehlerarten sind hier nicht relevant; vgl. Übersicht 5.

- Jedesmal, wenn kein Umkehrpunkt realisiert war, wurde ein Umkehrpunkt (II) [oder eine falsche Entwicklungsrichtung (IV_f)] prognostiziert.
- In 16.1 Prozent aller Fälle wurde die tatsächliche Entwicklung nicht richtig prognostiziert.
- Für die Variable "Erzeugerpreis" lautet das Ergebnis der Analyse:
 - In 41.7 Prozent der Fälle, in denen ein Umkehrpunkt realisiert war, wurde er nicht (III) oder nicht richtig (I_f) prognostiziert.
 - In 56.3 Prozent der Fälle, in denen kein Umkehrpunkt realisiert war, wurde ein Umkehrpunkt (II) oder eine falsche Entwicklungsrichtung (IV_f) prognostiziert.
 - In 50.0 Prozent aller Fälle wurde die tatsächliche Entwicklung nicht richtig prognostiziert.

Derartige Anteilziffern sollte man jedoch nur vor dem Hintergrund der jeweiligen absoluten Fehlerzahl beurteilen. Diese Daten enthält die nachstehende Übersicht 5.

Obersicht 5: Mehrschrittprognosen
Deterministische Simulation

Prognostiziert Realisiert	Endogene Variable							
	Inländische Erzeugung				Erzeugerpreis			
	UP		kein UP		UP		kein UP	
UP	24	0	0	0	10	0	1	1
	1	23	0	0	0	4	5	3
kein UP	0	1	0	0	1	3	9	0
	3	4	0	0	3	7	4	5

Diese Übersicht zeigt, daß bei der Prognose der Entwicklung der "Inländischen Erzeugung" Fehler der Art III und IV_f nicht auftraten.

2.3.1.2 Ergebnisse der quantitativen Fehleranalyse

2.3.1.2.1 Ergebnisse der Analyse des Prognosefehlers

In Übersicht 6 sind die Ergebnisse der Analyse der Prognosefehler zusammengefaßt.

Obersicht 6: Ergebnisse der Analyse der Prognosefehler
Deterministische Simulation 1)

Fehler- maß	Endogene Variable			
	Inländische Erzeugung		Erzeugerpreis	
	schrittweise S.	dynamische S.	schrittweise S.	dynamische S.
MSE	0.1247+03	0.1462+03	0.2538-02	0.3703-02
UM	0.2266-03	0.6096-03	0.6613-03	0.1656-03
US	0.6477-01	0.6262-01	0.4890-01	0.1513+00
UC	0.9350+00	0.9368+00	0.9504+00	0.8485+00
UR	0.2827-03	0.2191-02	0.1361-01	0.2870-02
UD	0.9995+00	0.9972+00	0.9857+00	0.9970+00
$\hat{\alpha}_1$	0.2107+00	0.4241+00	0.1103-02	-0.7964-03
$\hat{\alpha}_2$	0.9902+00	0.9703+00	0.9171+00	0.9441+00

Diese Ergebnisse sind wie folgt zu interpretieren:

- Variable "Inländische Erzeugung"

- Der mittlere quadratische Fehler für die Ergebnisse der dynamischen Simulation ist um 17.2 Prozent höher als der für die Ergebnisse der schrittweisen Simulation.
- Für die Fehleranteile ergibt sich (Angaben für die dynamische Simulation in Klammern): Der Fehler der zentralen Tendenz liegt unter 1.0 (1.0) Prozent; der Anteil der Varianzungleichheit am Gesamtfehler beträgt 6.5 (6.3) Prozent und der Anteil der 'Kovarianzungleichheit' 93.5 (93.7) Prozent des Gesamtfehlers (MSE).
- Von einer optimalen linearen Korrektur der Prognosen sind nur unwesentliche Verbesserungen der Prognose zu erwarten, da der Störanteil (UD) rund 100 (99.7) Prozent des Gesamtfehlers ausmacht.
- Damit sind auch α_1 bzw. α_2 - bei Unterstellung einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 Prozent - nicht signifikant von Null bzw. von Eins verschieden.

1) In Analogie zur modellinternen Verwendung der Logarithmen der Variablen "Erzeugerpreis" sind auch die Simulationsergebnisse Logarithmen. Für die entsprechende Zerlegung des für die Variable "Inländische Erzeugung" auf der Basis der Differenzen der Logarithmen ermittelten MSE erhält man: MSE=0.5369-03 (0.6373-03), UM=0.6178-04 (0.8109-03), US=0.3405-01 (0.3089-01), UC=0.9659+00 (0.9683+00), UR=0.7020-02 (0.1403-01), UD=0.9929+00 (0.9852+00), $\hat{\alpha}_1$ =0.6418-03 (0.1391-02), $\hat{\alpha}_2$ =0.9535+00 (0.9280+00).

- Variable "Erzeugerpreis"

- Der mittlere quadratische Fehler für die Ergebnisse der dynamischen Simulation ist um 45.9 Prozent höher als der für die Ergebnisse der schrittweisen Simulation.
- Für die Fehleranteile ergibt sich: Der Fehler der zentralen Tendenz liegt unter 1.0 (1.0) Prozent; der Anteil der Varianzungleichheit am Gesamtfehler beträgt 4.9 (15.1) Prozent und der Anteil der 'Kovarianzungleichheit' 95.0 (84.9) Prozent des Gesamtfehlers.
- Von einer optimalen linearen Korrektur der Prognosen sind trotzdem nur unwesentliche Verbesserungen zu erwarten, da der Störanteil 98.6 (99.7) Prozent des Gesamtfehlers ausmacht.
- Damit sind auch α_1 bzw. α_2 - bei Unterstellung einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 Prozent - nicht signifikant von Null bzw. Eins verschieden.

Eine wesentliche Verbesserung des zugrunde liegenden Modells wäre folglich dann erreicht, wenn es gelingen würde, den Anteil der Varianzungleichheit, wie er sich in den Ergebnissen der dynamischen Simulation für die "Erzeugerpreise" manifestiert, zu reduzieren.

2.3.1.2.2 Ergebnisse der Analyse der Prognosegenauigkeit

Aus dem Vergleich der positiven Quadratwurzeln der mittleren quadratischen Fehler (RMSE) der Prognosen unseres Modells mit den entsprechenden Fehlern der naiven no-change und same-change-Prognosen geht hervor, daß (vgl. Übersicht 7) der RMSE der Prognosen unseres Modells (Angaben für die dynamische Simulation in Klammern)

- für die Variable "Inländische Erzeugung" ¹⁾
 - 49.5 (53.6) Prozent der RMSE der Prognosen des no-change-Modells und
 - 28.8 (31.2) Prozent der RMSE der Prognosen des same-change-Modells und
- für die Variable "Erzeugerpreis"
 - 61.4 (74.2) Prozent der RMSE der Prognosen des no-change-Modells und
 - 48.9 (59.1) Prozent der RMSE der Prognosen des same-change-Modellsbetrug. Gemessen am RMSE-Kriterium waren damit die Prognosen unseres Modells deutlich besser als die der no-change und same-change-Modelle.

1) Auf der Basis der Differenzen der Logarithmen erhält man für die Einschnitt- (Mehrschritt-)Prognosen annähernd identische Ergebnisse: 49.2 (53.6) Prozent bzw. 29.2 (31.9) Prozent.

Obersicht 7: Ergebnisse der Analyse der Prognosegenauigkeit
Deterministische Simulation

Fehler- maß	Endogene Variable			
	Inländische Erzeugung		Erzeugerpreis	
	schrittweise S.	dynamische S.	schrittweise S.	dynamische S.
$u^{(1)}$	0.4953+00	0.5362+00	0.6142+00	0.7420+00
$u^{(2)}$	0.2884+00	0.3122+00	0.4890+00	0.5907+00

2.3.2 Ergebnisse einer Analyse im Frequenzbereich

Wenn wir trotz der für eine Analyse im Frequenzbereich relativ geringen Anzahl von Beobachtungen für die einzelnen Zeitreihen eine Analyse im Frequenzbereich wagen, dann sind wir uns bewußt, daß wir nur ein recht grobes Spektrum erwarten können. Sei $\{x_t, t=1, \dots, N\}$ die realisierte und $\{y_t, t=1, \dots, N\}$ die prognostizierte Zeitreihe. Ausgehend von 20 lags erhalten wir für ausgewählte Punkte der Frequenz- (Quartale⁻¹) und Periodenskala (Quartale) - ω_j bzw. T_j -

j	0	1	2	3	4	5	6 ...	10 ...	12	13	14	15 ...	20
$\omega_j = \frac{\pi j}{20}$	0	$\frac{\pi}{20}$	$\frac{2\pi}{20}$	$\frac{3\pi}{20}$	$\frac{4\pi}{20}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{6\pi}{20}$...	$\frac{\pi}{2}$...	$\frac{12\pi}{20}$	$\frac{13\pi}{20}$	$\frac{14\pi}{20}$	$\frac{3\pi}{4}$... π
$T_j = \frac{40}{j}$	∞	40	20	13.3	10	8	6.6 ...	4 ...	3.3	3.1	2.9	2.6 ...	2

Betrachten wir dazu Schaubild 3 im Anhang, dann können die Ergebnisse der Kreuzspektralschätzung wie folgt interpretiert werden:¹⁾

- Schrittweise Simulation; Variable "Inländische Erzeugung"
 - Zusammenhänge zwischen P_t und R_t bestehen im wesentlichen im Bereich der Schwankungen mit einer Periode von mehr als 6 Quartalen sowie der Komponenten mit einer Periodenlänge von 2 Quartalen.
 - Annähernd vollständig erfaßt werden Schwankungen mit einer Periodenlänge von 2 und von 6.6 bis zu 10 Quartalen; alle übrigen Schwankungen werden mehr oder minder stark unterschätzt.

1) Da - abgesehen von den Unterschieden zwischen $\hat{\pi}_i$ und π_i , v_i - die die realisierten und die stochastisch simulierten Daten erzeugenden Prozesse identisch sind, wählten wir für die Analyse im Frequenzbereich die Ergebnisse der mittleren stochastischen Simulation.

- Lead-lag-Beziehungen zwischen realisierten und simulierten Zeitreihen sind in keinem Fall ausgeprägt (jeweils kleiner als 1 Quartal).
- Schrittweise Simulation; Variable "Erzeugerpreis"
 - Zusammenhänge zwischen P_t und R_t bestehen im wesentlichen im Bereich der Schwankungen von mehr als 6 Quartalen sowie bei der Jahresschwankung.
 - Annähernd korrekt erfaßt werden nur Schwankungen mit einer Periodenlänge von ca. 6 Quartalen. Alle übrigen Komponenten, einschließlich der Saisonkomponente, werden unterschätzt.
 - Phasenverschiebungen sind in keinem Fall ausgeprägt.
- Dynamische Simulation; Variable "Inländische Erzeugung"
 - Zusammenhänge zwischen periodischen Komponenten bestehen nur im Bereich der saisonalen 4- und 2-Quartals-Komponenten.
 - Die Jahreskomponente wird unterschätzt, die 2-Quartals-Komponente korrekt erfaßt.
 - Die aufgezeigten Phasenverschiebungen fallen in einen Bereich geringer Kohärenz und sollten deshalb nicht interpretiert werden.
- Dynamische Simulation; Variable "Erzeugerpreis"
 - Zusammenhänge bestehen nur hinsichtlich der saisonalen 2- und 4-Quartalskomponenten (vgl. auch Schaubild 1).
 - Beide Komponenten werden unterschätzt.
 - Phasenverschiebungen derangezeigten Art sollten nicht interpretiert werden, da sie in einen Bereich geringer Kohärenz fallen.

Zusammenfassung

Ökonometrische Modelle stellen Theorien der Variation raum-zeit-bezogener Merkmale des Wirtschaftsprozesses dar. Die Realitätsnähe solcher Modelle kann überprüft werden durch einen Vergleich der Annahmen und/oder der Prognosen des Modells mit der Wirklichkeit. Der vorliegende Beitrag befaßt sich mit dem zweiten Aspekt.

Im methodischen Teil wird auf einige Möglichkeiten der Analyse der Prognosegüte im Zeit- und im Frequenzbereich hingewiesen: Bei der Analyse im Zeitbereich wird unterschieden zwischen qualitativer Fehleranalyse (Ober- bzw. Unterschätzung; Vorzeichenfehler; Umkehrpunktfehler) und quantitativer Fehleranalyse (mittlerer quadratischer Prognosefehler; Ungleichheitskoeffizienten); für die Analyse im Frequenzbereich werden einige Konzepte der Kreuz-Spektral-Analyse (Kohärenz-, Gain- und Phasendiagramme) verwendet.

Im empirischen Teil werden ex-post-Prognosen eines einfachen Modells

für den Schweinefleischmarkt der Bundesrepublik Deutschland anhand der genannten Kriterien beurteilt.

Derartige Analysen ermöglichen eine weitgehend objektive Diskriminierung zwischen alternativen Modellen. Die Prüfung der Prognosen wird dadurch mittelbar zur Prüfung der Annahmen, die den einzelnen Modellen zugrunde liegen; sie dient damit letztlich dem Zweck, unser positives Wissen über den Wirtschaftsprozess zu erweitern und die Möglichkeiten der normativen Ökonomie zu verbessern.

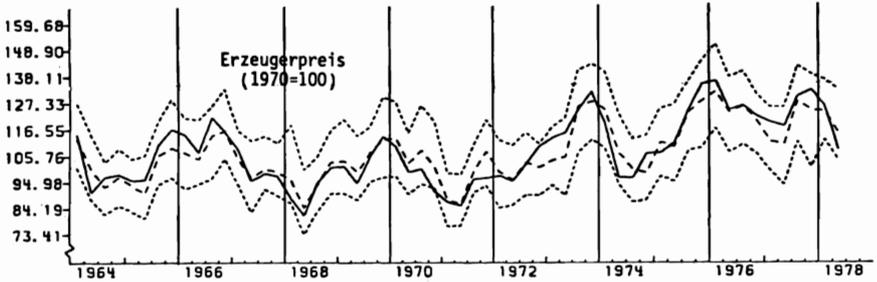
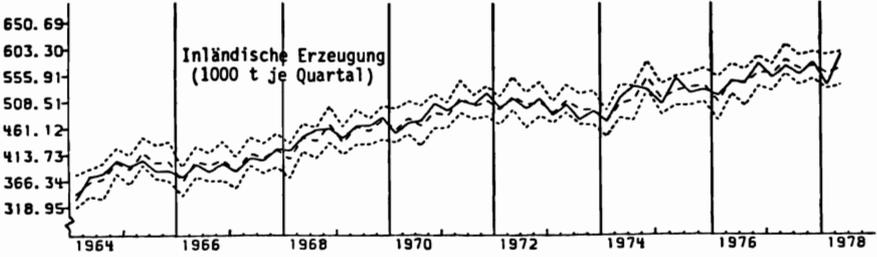
Literaturverzeichnis

- 1 BIANCHI, C., G. CALZOLARI, and P. CORSI (1978), "A Program for Stochastic Simulation of Econometric Models", *Econometrica*, 46, 235-236.
- 2 GRANGER, C.W.J. and M. HATANAKA (1964), *Spectral Analysis of Economic Time Series*, Princeton.
- 3 GUMBEL, E.J. (1958), *Statistics of Extremes*, Oxford.
- 4 HOWREY, E.P. and H.H. KELEJIAN (1971), "Simulation Versus Analytical Solution: The Case of Econometric Models", in: T.H. NAYLOR (Hrsg.), *Computer Simulation Experiments with Models of Economic Systems*, New York.
- 5 KARG, G. and H. LAUENSTEIN (1978), "An Econometric Model of the Beef and Pork Market of the Federal Republic of Germany", in: *European Review of Agricultural Economics*, 4, 523-548, The Hague.
- 6 LOECKE, D. (1969), *Ein Vierteljahresmodell für die Bundesrepublik Deutschland*, Tübingen.
- 7 MCCARTHY, M.D. (1972), "Some Notes on the Generation of Pseudo-Structural Errors for Use in Stochastic Simulation", in: B.G. HICKMAN (Hrsg.), *Econometric Models of Cyclical Behavior (Studies in Income and Wealth, No. 36)*, New York.
- 8 MERZ, J. (1979), "Prognosegüte und Spektraleigenschaften ökonomischer Modelle", in: S. STÖPPLER (Hrsg.), *Dynamisch ökonomische Systeme. Analyse und Steuerung*, Wiesbaden.
- 9 NAGAR, A.L. (1969), "Stochastic Simulation of the Brookings Econometric Model", in: DUESENBERY, J.S. (Hrsg.), *The Brookings Model: Some Further Results*, Amsterdam.
- 10 NAYLOR, T.H., W.H. WALLACE, and W.E. SASSER (1967), "A Computer Simulation Model of the Textile Industry", *Journal of the American Statistical Association*, 62, 1338-1364.
- 11 ROSENBLATT, H.M. (1965), *Spectral Analysis and Parametric Methods for Seasonal Adjustment of Economic Time Series*. (Bureau of the Census, USDC, Working Paper No. 23), Washington.

- 12 SOWEY, E.R. (1973), "Stochastic Simulation of Macroeconometric Models: Methodology and Interpretation", in: A.A. POWELL and R.A. WILLIAMS (Hrsg.), *Econometric Studies of Macro and Monetary Relations*, Amsterdam.
- 13 THEIL, H. (1958), *Economic Forecasts and Policy*, 2. Aufl., Amsterdam.
- 14 THEIL, H. (1966), *Applied Economic Forecasting*, Amsterdam.
- 15 THEIL, H. (1971), *Principles of Econometrics*, Amsterdam.

Schaubild 1:

Simulationsergebnisse
Schrittweise Simulation



Dynamische Simulation

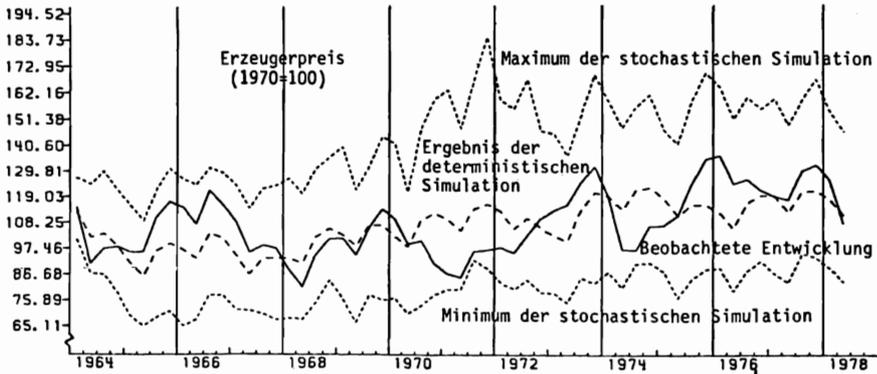
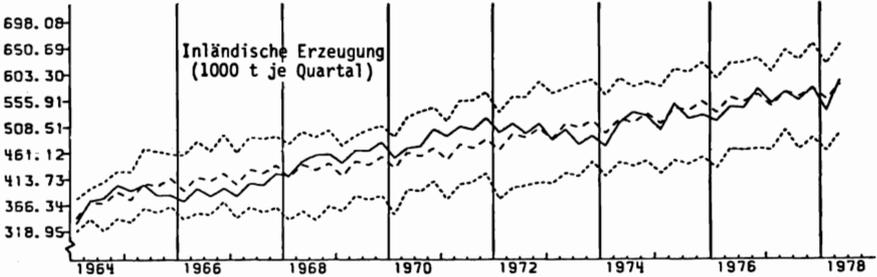
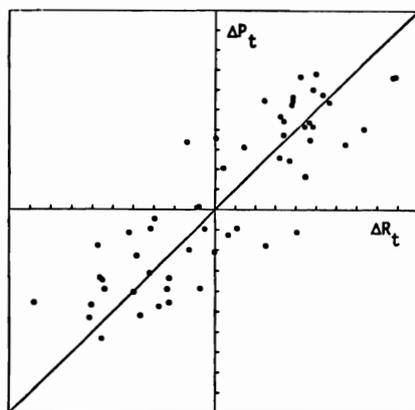


Schaubild 2:

Prognose-Realisations-Diagramme

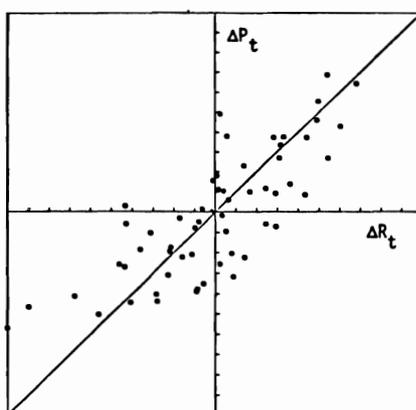
Schrittweise deterministische Simulation

Inländische Erzeugung



$$\max (|\Delta P_t|, |\Delta R_t|) = 55.400$$

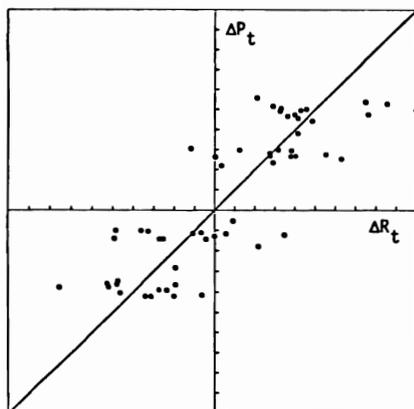
Erzeugerpreis



$$\max (|\Delta P_t|, |\Delta R_t|) = 0.228$$

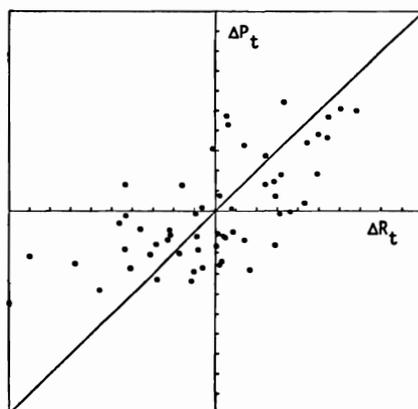
Dynamische deterministische Simulation

Inländische Erzeugung



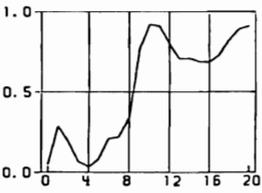
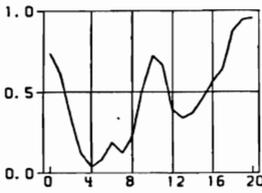
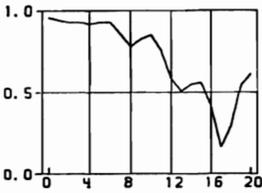
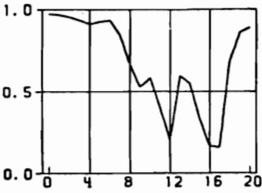
$$\max (|\Delta P_t|, |\Delta R_t|) = 55.400$$

Erzeugerpreis



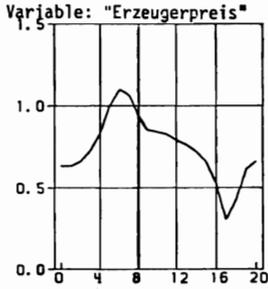
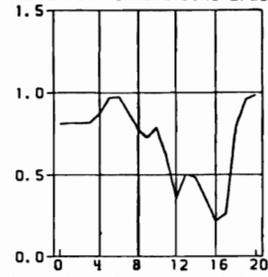
$$\max (|\Delta P_t|, |\Delta R_t|) = 0.228$$

Schaubild 3:
Kohärenz-Diagramm

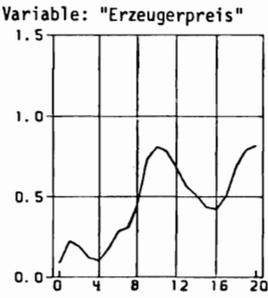
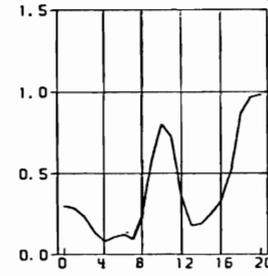


Ergebnisse der Kreuz-Spektral-Analyse
Gain-Diagramm

Schrittweise Simulation
Variable: "Inländische Erzeugung"



Dynamische Simulation
Variable: "Inländische Erzeugung"



Phasen-Diagramm

