



*The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library*

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

*No endorsement of AgEcon Search or its fundraising activities by the author(s) of the following work or their employer(s) is intended or implied.*

# Partage du risque dans un contrat entre agriculteurs et industriel

*Sylvette MONIER-DILHAN*  
*Hervé OSSARD*

**Risk sharing within a contract between farmers and firm**

**Key-words:**  
agrifood industries,  
economics of contracts,  
risk share, seeds

**Partage du risque dans un contrat entre agriculteurs et industriel**

**Mots-clés:**  
agro-alimentaire,  
économie des contrats,  
partage du risque,  
semences

**Summary** – Beside spot markets, processors often contract with growers to buy agricultural raw materials. In this paper, we focus on the determination of payment scheme between the processor and the growers. The only way for the processor to purchase an input is to contract. The processor determines the contract. The farmer has complete control over the production process. This paper uses principal-agent framework. The processor is imperfectly informed about the effort decision of the grower. We deal with a moral hazard problem.

A framework for empirical analysis of the contractual relationship between the processor and the farmer(s) is presented. We analyse the impact of the terms of the contract on the risk share between farmers and the processor. To explore this question, we collect data on seeds processor contract located in a small geographically area. The methodology consists in calibrating the optimal-incentive contract to a benchmark solution. This first step solves the problem of unknown variables, as the risk aversion coefficients. We compare the optimal linear-incentive contract with its first best alternative. Moreover, this comparison indicates a small asymmetry informational gap in the studied case. We analyse the impact of the processor's attitude toward risk on contractual characteristics. It turns out that the processor is risk adverse. Finally, based on this result, some interesting relationships between the characteristics of the contract and exogenous factors are shown. For example, in that case, a marginal change in the price of output has a particular importance in determining the contractual characteristics.

**Résumé** – L'objectif de cet article est de mieux comprendre les formes contractuelles des échanges dans le secteur agricole et agro-alimentaire en utilisant les outils de la théorie des contrats. Nous mettons en œuvre une méthode d'analyse de l'efficacité de certains contrats utilisés par des industries agroalimentaires pour se procurer leur matière première en produits agricoles. Nous proposons une démarche pour analyser le partage du risque dans certains de ces contrats, à partir de la modélisation de la relation entre un industriel et des exploitations agricoles dans un contexte d'asymétrie d'information sur certaines décisions de celles-ci, d'incertitude et d'aversion au risque des agents. Notre application concerne un contrat de multiplication de maïs semences. Divers scénarios sont envisagés : modification de l'information des agents, de caractéristiques des agents, du contexte économique. Les degrés d'aversion au risque des individus sont calibrés en respectant l'hypothèse d'optimalité de second rang. Les résultats montrent que l'industriel a de l'aversion par rapport au risque, que le changement de l'environnement économique (ici le prix d'aval) a une grande influence sur les résultats, alors que l'asymétrie d'information a des conséquences relativement faibles.

\* INRA, Station d'économie et sociologie rurales, BP 27, 31326 Castanet-Tolosan cedex.

Nous remercions H. Raynal pour son appui informatique, J.-P. Amigues, H. Cremer, D. Martimort, V. Réquillart, G. Tahar et les participants au séminaire d'économie appliquée de l'INRA de Toulouse pour leurs commentaires sur une version antérieure. Nous remercions les responsables du Groupe coopératif occitan pour leur disponibilité. Cette recherche a bénéficié d'un soutien financier de l'AIP « Régulation des marchés » de l'INRA et de l'appel d'offres « Agriculture demain » des ministères chargés de la Recherche et de l'Agriculture (92.G.0543).

UNE des conséquences de l'évolution actuelle des politiques agricoles est d'accroître l'incertitude concernant le niveau des prix des produits agricoles. Les agriculteurs peuvent pallier en partie ce risque en vendant certains de leurs produits par contrats. En effet, des entreprises de l'agroalimentaire proposent des contrats pour assurer leur approvisionnement en matière première agricole de qualité spécifique<sup>(1)</sup>.

Il faut toutefois signaler que certains contrats ne portent que sur un engagement d'échange sans aucune garantie de prix (mouvement coopératif). Parfois, il n'existe pas de possibilité d'échange hors contrat (fabrication de semences de maïs hybride, tomates de conserve dans les pays développés). D'autres fois pour un même produit, marché et contrat coexistent (pomme d'industrie en France). Une même exploitation agricole peut alors vendre son produit par contrat ou sur le marché. Elle doit alors choisir la part du produit vendu selon chaque mode de vente<sup>(2)</sup>. Le pourcentage de produit vendu par contrat dépend du niveau de production, de l'attitude du producteur par rapport au risque et du risque concernant le prix sur le marché. Andersson (1995) s'intéresse au choix de l'agriculteur, ainsi qu'à la stratégie optimale de l'industriel qui détermine non seulement la quantité qu'il achète, mais qui fixe le prix du contrat.

L'ambition de cet article est de contribuer à mettre au point une méthode pour étudier les propriétés d'un contrat, notamment de quoi dépend son efficacité (décisions des agents, leurs caractéristiques ou le contexte économique). La méthode proposée est élaborée en fonction de situations rencontrées dans l'agro-alimentaire quand l'offreur est une exploitation agricole et le demandeur une entreprise de l'agro-alimentaire. Pour la plupart de ces relations contractuelles, le pouvoir de décision sur les termes de contrat appartient au demandeur agro-alimentaire. L'offreur agricole peut accepter ou refuser le contrat. S'il l'accepte, le résultat dépend de ses caractéristiques et de ses décisions, mais il dépend aussi de l'aléa climatique. Dans cet article, nous nous intéressons aux cas où les caractéristiques de l'exploitation agricole sont observables (par exemple facteurs de production fixes), mais pas toutes les décisions de l'agriculteur.

Ce contexte, fréquemment rencontré dans des échanges de produits agricoles, est proche de celui du modèle « Principal-Agent », avec risque moral. Ce modèle met en relation deux agents économiques : la partie qui détient une information pertinente (l'agent) et la partie non infor-

<sup>(1)</sup> C'est le cas pour une partie des fruits et légumes, des viandes et diverses cultures spéciales, dont les semences.

<sup>(2)</sup> Holthausen (1979), Andersson (1995), Monier-Dilhan, Ossard et Sadoulet (1996).

mée (le principal). Dans les problèmes d'aléa moral, la partie mal informée, qui a l'initiative du contrat, n'observe qu'imparfaitement les actions de la partie informée. Des travaux sur les contrats dans l'agriculture et l'agro-alimentaire utilisent ce cadre-là. L'aléa moral est souvent étudié en économie du développement pour rendre compte des relations entre propriétaires terriens et métayers. Dans un contrat de métayage, la récolte est partagée entre le propriétaire et le métayer. Le contrat, enclenché par le propriétaire terrien, doit inciter le métayer à accroître ses efforts<sup>(3)</sup>. Laffont et Matoussi (1995) s'intéressent aux contrats de partage en présence de risque moral en tenant compte des contraintes financières, dans une région rurale de la Tunisie. Ils déterminent le contrat optimal au sein des contrats linéaires selon la contrainte financière

D'autres travaux, moins nombreux, portent sur les échanges de produits agricoles. On peut citer Key et Runsten (1995) qui étudient l'influence des insuffisances du marché sur la stratégie organisationnelle des entreprises agro-alimentaires. Ces auteurs complètent leur étude par l'analyse descriptive de contrats dans l'agro-alimentaire au Mexique. D'autres travaux s'intéressent surtout au choix entre plusieurs formes de contrat. En particulier, ils étudient les raisons de l'existence de contrats de partage (de Janvry et Sadoulet, 1993). Peu de recherches s'intéressent à la détermination des termes du contrat, notamment ceux de la fonction de paiement. Outre l'article d'Andersson (1995) déjà cité, Eswaran et Kotwal (1985) abordent cette question dans le cas des contrats de métayage. Toutefois, cette question est secondaire dans leur travail qui est centré autour de l'explication de l'existence même de ces contrats de partage. Ils supposent que les propriétaires et les agriculteurs ont des capacités pour administrer ou pour surveiller, pour lesquelles il n'existe pas de marché. Dans ce cas-là, un contrat de métayage permet de réaliser un échange de compétence mutuellement bénéfique et impossible sinon, faute de marché. Androkovitch (1989) étudie les caractéristiques d'un contrat entre un industriel et des producteurs de betterave à sucre dans une province du Canada. Son approche est empirique. Il montre que les clauses du contrat sont particulièrement influencées par la valeur des paramètres qui mesurent l'aversion au risque des deux agents. Nous reprenons sa méthodologie.

Nous nous intéressons à l'effet des clauses du contrat sur le partage du risque entre agriculteurs et industriel. Le risque concerne la quantité d'output<sup>(4)</sup>, mais pas sa qualité. Nous étudions d'abord la question classique de la mesure de la perte due à la situation d'information asymétrique. En second lieu, nous nous intéressons au comportement de l'industriel face au risque. Nous concluons que contrairement à l'hypothèse

<sup>(3)</sup> Voir Otsuka et Hayami, 1988, et pour une synthèse récente : Colin, 1995.

<sup>(4)</sup> Quantité qui est fonction de l'effort de l'agriculteur et de l'aléa.

classique de neutralité de cet agent vis-à-vis du risque, il est plus réaliste de considérer que cet agent a de l'aversion au risque. Enfin nous envisageons les conséquences d'une modification du prix d'aval du bien.

Dans la section qui suit, nous proposons un cadre général d'analyse de contrats dans l'agro-alimentaire. Puis nous mettons en œuvre cette méthode dans un cas précis, qui est un contrat de semences de maïs hybride et discutons des résultats.

## CADRE GÉNÉRAL D'ANALYSE

### Contrats dans l'agro-alimentaire

Nous considérons l'échange contractuel d'un produit agricole entre des exploitations agricoles (les offreurs) et une entreprise (le demandeur). L'industriel négocie avec chacune des exploitations agricoles. Nous nous intéressons à la détermination de la fonction de paiement par l'industriel. On suppose que les offreurs, au nombre de  $n$ , ont des préférences identiques. Le contrat est étudié à partir de l'exploitation moyenne.

Le demandeur propose un contrat dont les clauses sont :

- engagement d'exclusivité réciproque sur le bien : l'exploitation doit livrer toute la quantité produite et l'entreprise doit accepter toute la quantité livrée ;
- l'exploitation s'engage à utiliser certains facteurs ( $\xi$ ) pour produire ;
- l'entreprise paie une somme ( $t$ ) fonction de la quantité livrée ayant une qualité spécifiée ( $t = T(q)$ ).

### Le modèle

La quantité est fonction de facteurs observables  $\xi$  (facteurs fixes ou variables), de décisions de l'exploitation non observées par l'entreprise ( $c$ ), et d'un aléa ( $\theta$ ). Ce qui peut être représenté par la fonction de production :

$$q = Q(\xi, c, \theta) \quad (1)$$

Nous nous plaçons dans un cadre où la fonction de transfert  $T(\cdot)$  est linéaire<sup>(5)</sup> :

$$t = \alpha p q + \beta \quad (2)$$

<sup>(5)</sup> Ce que l'on observe dans la réalité et qui n'est pas contraignant dès lors que la fonction d'utilité est exponentielle, cf. Holmstrom et Milgrom (1987).

où  $p$  est le prix auquel l'industriel vend le produit sur le marché d'aval,  $\alpha$  la part de la recette qui rémunère l'offreur et  $\beta$  un paiement fixe.

On peut représenter le déroulement du jeu en deux temps. Dans le premier temps, l'industriel propose le contrat ( $\xi$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ ). Dans le second temps, l'exploitation l'accepte et prend ses décisions ( $c$ ); l'aléa se réalise; l'échange a lieu ( $q$ ,  $t$ ).

Pour analyser ce contrat, nous utilisons un modèle classique Principal-Agent, avec risque moral. Dans la seconde étape<sup>(6)</sup>, l'exploitation agricole maximise l'espérance de l'utilité de son revenu, compte tenu de la fonction de production et du contrat qu'elle a signé. Nous notons  $V(\cdot)$ , la fonction d'utilité de l'exploitation. Les coûts sont fonction des facteurs observables et non observables  $C(\xi, c)$ . Les facteurs de production observables font partie du contrat et ne sont pas des variables d'action de l'exploitation. En notant  $y$  le revenu de l'exploitation, le programme d'optimisation de l'exploitation s'écrit :

$$\text{Max}_c \{E_\theta[V(y)]\} \quad (3)$$

sous les contraintes :

$$y = \alpha p q + \beta - C(\xi, c)$$

$$q = Q(\xi, c, \theta)$$

Les fonctions  $V$  et  $Q$  sont supposées être concaves,  $C$  convexe. Ceci conduit à la condition du premier ordre :

$$E_\theta \left\{ \frac{dV}{dy} \left[ \alpha p \frac{\delta Q}{\delta c} - \frac{\delta C}{\delta c} \right] \right\} = 0 \quad (4)$$

Cette équation établit le résultat traditionnel d'inefficience d'un contrat de partage selon lequel l'exploitation agricole ne fait pas l'effort ( $c$ ) optimal puisqu'elle ne perçoit qu'une part  $\alpha$  du revenu marginal<sup>(7)</sup>.

Dans la première étape, l'entreprise détermine les termes du contrat : les facteurs de production observables  $\xi$  et les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  de la fonction de transfert  $T$ . Pour ce faire, elle maximise l'espérance de l'utilité de son profit ( $\pi$ ), compte tenu de deux contraintes. La première, dite contrainte incitative, représente ce que sera le comportement de l'exploitation dans l'étape suivante. C'est la condition du premier ordre du programme précédent (équation 4). La seconde, dite contrainte de rationalité, prend en compte la possibilité qu'a l'exploitation d'avoir un revenu avec une autre activité. Cette alternative lui procurerait une certaine utilité ( $v_0$ ). L'exploitation acceptera de signer le contrat si son

<sup>(6)</sup> Comme toujours dans les jeux séquentiels on représente d'abord la dernière étape, en remontant ensuite vers les précédentes.

<sup>(7)</sup> Cette équation donne la décision de l'agriculteur en fonction des termes du contrat.

espérance d'utilité est au moins égale à cette valeur de réservation. Comme l'entreprise a ici tout le pouvoir de décision, elle sature cette contrainte. Nous notons  $U(\cdot)$  la fonction d'utilité de l'entreprise. Cette fonction est supposée être concave. La fonction de production de l'entreprise est simple: elle vend sur un marché au prix unitaire  $p$  la quantité achetée par contrat ( $nq$ ). Le profit, égal à la différence entre sa recette et ses coûts, s'écrit :

$$\pi = npq - n(\alpha pq + \beta) - C_2(nq) \quad (5)$$

où  $C_2(nq)$  représente les coûts de l'industriel entre la livraison par les exploitations et la revente sur le marché d'aval.

Le programme d'optimisation de l'entreprise est :

$$\text{Max}_{(\xi, \alpha, \beta)} \{E_\theta[U(\pi)]\} \quad (6)$$

sous les contraintes :

$$E_\theta \left\{ \frac{dV}{dy} \left[ \alpha p \frac{\delta Q}{\delta c} - \frac{\delta C}{\delta c} \right] \right\} = 0$$

$$E_\theta [V(y)] = v_0$$

Les conditions du premier ordre de ce programme d'optimisation forment un système d'équations qui détermine l'optimum de second rang.

Lorsque l'entreprise peut prendre toutes les décisions ( $\xi$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $c$ ), le jeu ne comporte qu'une seule étape qui est l'optimum de premier rang. Cet équilibre correspond à la fois à l'intégration verticale par l'industriel et au contrat en information parfaite dont une des clauses impose à l'agriculteur les décisions  $c$ . L'industriel maximise l'espérance de son utilité sous la contrainte de l'utilité de réservation. Ce niveau d'utilité est soit la contrainte de participation de l'exploitation si c'est un contrat, soit la contrainte de rémunération des facteurs si elle a intégré verticalement l'activité. Le programme d'optimisation de l'industriel s'écrit :

$$\text{Max}_{(\xi, \alpha, \beta, c)} E_\theta [U(\pi)] \quad (7)$$

sous la contrainte :

$$E_\theta [V(y)] = v_0$$

## La méthode

Dans les recherches théoriques, les auteurs se servent classiquement des conditions du premier ordre du programme (6) pour calculer les paramètres optimaux du contrat ( $\xi$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ ). Dans ce cas, le chercheur considère qu'il connaît tout ce que le Principal connaît, en particulier les fonctions  $U(\cdot)$ ,  $V(\cdot)$ ,  $C(\cdot)$ ,  $Q(\cdot)$  et la loi de probabilité de l'aléa  $f(\theta)$ . Par contre, dans une recherche appliquée, lorsque l'on dispose de données



sur un contrat, le chercheur connaît les paramètres du contrat, mais pas les cinq fonctions mentionnées ci-dessus. La méthode que nous utilisons est la suivante. En supposant que le contrat observé est un optimum de second rang et en faisant des hypothèses supplémentaires sur chacune des cinq fonctions, le système d'équations provenant du programme (6) permet de calculer certains paramètres inconnus de ces fonctions. Cette méthode, dite de calibrage, permet de calculer les paramètres les plus difficiles à obtenir<sup>(8)</sup>. Les autres paramètres doivent être obtenus à l'aide d'autres bases de données ou en utilisant des résultats d'autres recherches.

Après avoir déterminé tous les paramètres du modèle, on peut à l'aide de simulations, obtenir une évaluation de l'effet de trois types de scénarios sur l'efficacité du contrat : modification d'une décision d'un des deux agents, modification d'une caractéristique d'un agent, modification d'un élément de l'environnement économique du contrat. C'est cette démarche que nous utilisons dans la section suivante, après avoir adapté le modèle au contrat de semences que nous analysons.

## UNE APPLICATION

### Un contrat de semences

Nous disposons de données concernant un contrat qui lie le Groupe Coopératif Occitan<sup>(9)</sup> à des exploitations agricoles. Cette coopérative agit pour le compte de l'entreprise semencière « France-Maïs ». Les données, relatives à l'année 1991, sont présentées à l'annexe 1.

L'industriel, propriétaire de certaines variétés de maïs hybride, vend des semences. Pour se procurer sa matière première, il n'existe pas de marché. L'industriel doit donc intégrer cette activité ou contracter avec des exploitations agricoles. C'est cette dernière solution qui est observée et analysée ici.

Tout d'abord l'industriel choisit une superficie totale en fonction de la quantité dont il veut disposer ( $Q^*$ ). Cette quantité est imposée par le marché d'aval. Une des clauses du contrat concerne l'engagement de l'exploitation à affecter certains facteurs de production  $\zeta$  à cette culture. Il s'agit de la superficie allouée à l'activité semences  $z$  et de facteurs variables  $x$ , qui sont essentiellement les semences mères. La quantité de ce

<sup>(8)</sup> Le nombre de paramètres pouvant être calibrés est au plus égal à la somme des dimensions des 3 vecteurs  $\zeta$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ .

<sup>(9)</sup> Castelnaudary, France.

facteur est imposée par la technique de production<sup>(10)</sup>. Donc on a :  $\xi = (z, x)$ , avec  $x$  fixé. Le paiement de l'industriel à l'exploitation se décompose en un montant proportionnel à la recette sur le marché d'aval et un montant fixe par hectare ( $b$ ). La fonction de paiement proposée dans le contrat par l'industriel à une exploitation s'écrit donc :

$$t = \alpha p q + \beta = \alpha p q + z b \quad (8)$$

Lorsque l'exploitation signe le contrat,  $z$  et  $b$  sont connus ; la partie  $zb$  du paiement est donc bien forfaitaire. La marge brute  $y_0$  qui procure à l'exploitation l'utilité de réservation est de 7 958 francs par hectare. On peut noter la faiblesse de la partie fixe du transfert (400 francs, soit 5 % de la marge brute de réservation  $y_0$ ).

### Adaptation du modèle à ce contrat de semences

Pour analyser ce contrat de semences, nous devons faire des hypothèses supplémentaires en choisissant des formes fonctionnelles explicites pour les fonctions de production, de coût, d'utilité et la loi de l'aléa  $\theta$ .

On suppose que les quantités livrées par l'exploitation sont constantes par unité de superficie ( $q = rz$ , où  $r$  est la quantité par hectare). La fonction de production  $Q(\cdot)$  s'écrit :

$$q = Q(z, x, c, \theta) = z R(x, c, \theta) \quad (9)$$

La fonction de production par hectare ( $R$ ) est une fonction de Cobb-Douglas. L'année  $t$  elle s'écrit :

$$r_t = \theta_t K x^d c^a \quad (10)$$

Le montant d'input  $x$  par hectare étant connu, nous pouvons écrire :

$$r_t = \theta_t k c^a \quad (11)$$

Nous faisons l'hypothèse que l'aléa  $\theta$  suit une loi uniforme sur  $[0,5; 1,5]$ . Outre le fait que les calculs sont simplifiés, cette forme fonctionnelle est justifiée par le fait que nous ne nous intéressons pas ici aux cas extrêmes de climat (sécheresse exceptionnelle, inondation...), les autres « accidents climatiques » sont supposés être équiprobables et faire varier la quantité par hectare de 50 % à 150 % du niveau normal<sup>(11)</sup>.

Le coût de la terre est pris en compte dans la valeur de réservation ( $v_0$ ) qui détermine la participation de l'exploitation au contrat<sup>(12)</sup>. Les coûts non observables sont constants par hectare ( $cz$ ). Le coût variable

<sup>(10)</sup> Son montant est égal à 2 152 francs par hectare. Pour plus de détails sur ce contrat, voir Monier et Ossard, 1993.

<sup>(11)</sup> Voir annexe 1 pour  $\theta_t$  en 1991.

<sup>(12)</sup> Il en est de même pour la rémunération des autres facteurs fixes. Donc, l'exploitation optimise une marge brute.

par hectare ( $c$ ) est la variable d'information asymétrique. De façon explicite, les coûts supportés par l'exploitation s'écrivent :

$$C(x, z, c) = z(x + c) \quad (12)$$

La marge brute de l'exploitation s'écrit donc :

$$y = z(\alpha pr + b - x - c) \quad (13)$$

Le profit de l'entreprise est égal à la recette tirée de la vente au prix  $p$  des quantités qui lui ont été livrées ( $npzr$ ), déduction faite des transferts monétaires versés aux exploitations ( $n(\alpha prz + bz - xz)$ ) et des coûts propres à l'entreprise (transport, tri, stockage, conditionnement, commercialisation,...). Ces derniers sont supposés être proportionnels à la quantité de semences ( $c_2 n z r$ ). Le profit de l'industriel s'écrit :

$$\pi = nz(pr - \alpha pr - b + x - c_2 r) \quad (14)$$

A la suite d'Androkovich (1989) et d'Andersson (1995) nous supposons que les deux agents ont une aversion absolue au risque constante, respectivement  $\varepsilon$  et  $\mu$ . La fonction d'utilité de l'exploitation, pour une marge brute  $y$ , s'écrit :

$$V(y) = -e^{-\varepsilon y}$$

L'utilité de l'entreprise, qui obtient un profit  $\pi$ , est :

$$U(\pi) = -e^{-\mu \pi}$$

Dans le cas de ce contrat, et avec ces hypothèses, le programme d'optimisation de l'entreprise (équation 6) devient :

$$\text{Max}_{(z, \alpha, b)} E_{\theta}(-e^{-\mu nz(pr - \alpha pr - b + x - c_2 r)}) = \quad (15)$$

$$-e^{\mu nz(b-x)} \int_{0,5}^{1,5} e^{-\mu nz k c^a (p - \alpha p - c_2) \theta} d\theta$$

sous les contraintes :

$$Q^* = nzr$$

$$\varepsilon e^{-\varepsilon z(b-x-c)} \int_{0,5}^{1,5} e^{-\varepsilon z \alpha p k c^a \theta} (z \alpha p a k c^{a-1} - z) d\theta = 0$$

$$e^{-\varepsilon z(b-x-c)} \int_{0,5}^{1,5} e^{-\varepsilon z \alpha p k c^a \theta} d\theta - v_0 = 0$$

Les conditions du premier ordre forment un système d'équations  $S_{2adv}$  (cf. annexe 2).

## Mise en œuvre de la méthode et résultats

A partir du système d'équations  $S_{2adv}^{(13)}$  et des données du contrat semences (annexe 1) nous calculons les paramètres d'aversion au risque ( $\varepsilon$  et  $\mu$ ). Ces paramètres sont donc calibrés en supposant que le contrat observé est l'optimum de second rang. Le calibrage par rapport aux degrés d'aversion absolue au risque donne le résultat suivant :

$$\varepsilon = 1,32 * 10^{-6} \text{ pour l'exploitation,}$$

$$\mu = 0,9 * 10^{-6} \text{ pour l'entreprise.}$$

On note que l'ordre de grandeur de ces deux paramètres est le même<sup>(14)</sup>, ce qui peut expliquer la faiblesse du transfert fixe, qui joue le rôle d'assurance de l'exploitation agricole par l'industriel : il n'y a pas de raison que l'industriel assure fortement l'exploitation agricole. Comme évoqué précédemment, le calcul des paramètres inconnus nous permet d'étudier trois questions à l'aide de simulations.

Tableau 1.  
Perte due à l'asymétrie  
d'information

		Contrat observé en information asymétrique Optimum 2 <sup>e</sup> rang	Contrat optimal si information symétrique Optimum 1 <sup>er</sup> rang
Paramètres du contrat		-	-
- Coefficient de partage	$\alpha$	0,66	0,64
- Partie fixe (F/ha)	$b$	400	900
- Superficie (ha)	$z$	7,5	6,87
Coût (F/ha)	$c$	14 071	16 132
Quantité (quintaux/ha)	$r$	32	34,8
Industriel			
Profit (F/ha)	$\pi$	5 939	6 330
Variation du profit		Sans objet	+ 6,6 %

L'exploitation et l'industriel ont de l'aversion pour le risque.

Le premier résultat concerne l'impact de l'information asymétrique sur l'efficacité. Comme dans tout modèle Principal-Agent, l'efficacité est analysée du point de vue du Principal, ici le profit de l'industriel. Ce profit varie selon ses décisions et celles de l'agent. L'exploitation agricole a toujours la même marge brute par hectare, et donc la même utilité ( $v_0$ ). L'étude de l'impact de l'asymétrie d'information sur l'efficacité du contrat revient donc à mesurer la variation du profit de l'industriel en fonction de modifications du contexte informationnel. Nous comparons deux situations (tableau 1) : le contrat observé qui est supposé être un optimum de

<sup>(13)</sup> *Ex post*, nous vérifions que c'est un maximum local.

<sup>(14)</sup> Dans son application, Androkovich exhibe un degré d'aversion au risque de l'agent d'environ 103 fois celui du principal. M.C Garcia (1989, p. 76) trouve un degré d'aversion de l'ordre de  $3.10^{-5}$  pour l'exploitation agricole.

second rang d'information asymétrique et l'optimum de premier rang d'information complète qui correspond à la situation d'intégration<sup>(15)</sup>. Le profit de l'industriel augmenterait d'un peu moins de 7 % s'il pouvait décider le montant des coûts de production variables. Il faudrait comparer ce gain à ce que lui coûterait l'acquisition de l'information. Il est probable que dans ce cas il considère que la perte d'efficacité due à l'information asymétrique est faible.

Le deuxième résultat (cf. tableau 2) concerne l'impact de la caractéristique individuelle «aversion au risque de l'industriel». Nous voulons maintenant analyser le contrat en supposant que l'industriel n'a pas d'aversion au risque<sup>(16)</sup>. Nous utilisons la démarche précédente: nous supposons que le contrat observé est un optimum de second rang et nous le comparons à l'optimum d'information symétrique<sup>(17)</sup>. Le paramètre d'aversion au risque de l'exploitation agricole prend la même valeur que précédemment. Le résultat que nous obtenons est qu'en l'absence d'aversion au risque de l'industriel, son profit augmenterait beaucoup s'il pouvait contrôler les décisions de l'agent, par exemple en intégrant verticalement cette activité; or il ne le fait pas. La variation de profit va dans le sens prévu: le profit à l'optimum de premier rang est supérieur à celui de second rang.

Tableau 2.  
Perte due à l'asymétrie  
d'information

		Contrat observé en information asymétrique Optimum 2 <sup>e</sup> rang	Contrat optimal si information symétrique Optimum 1 <sup>er</sup> rang
Paramètres du contrat	-	-	-
- Coefficient de partage	$\alpha$	0,66	0
- Partie fixe (F/ha)	$b$	400	31 987
- Superficie (ha)	$z$	7,5	5,72
Coût (F/ha)	$c$	14 071	21 877
Quantité (quintaux/ha)	$r$	32	41,8
Industriel			
Profit (F/ha)	$\pi$	5 939	30 720
Variation du profit		Sans objet	+ 417 %

Seule l'exploitation a de l'aversion pour le risque.

La valeur de cette variation, ici 417 %, est un résultat fragile comme dans toute simulation de ce type<sup>(18)</sup>. Mais son ordre de grandeur est tel

<sup>(15)</sup> Le programme de l'optimum de premier rang et le système d'équations associé (noté  $S_{1,ade}$ ) sont présentés dans l'annexe 2.

<sup>(16)</sup> Cette hypothèse est fréquente en théorie.

<sup>(17)</sup> Pour cela nous utilisons les systèmes d'équations  $S_{1,neutr}$  et  $S_{2,neutr}$  de l'annexe 2.

<sup>(18)</sup> En plus, il faut noter que nous n'avons pas fait de simulation avec d'autres modélisations de l'aversion au risque, notamment l'aversion relative constante.

que nous considérons que l'hypothèse de neutralité de l'industriel par rapport au risque n'est pas compatible avec le contrat observé. Ce qui compte dans l'aversion au risque, c'est la part de richesse risquée et non la richesse en valeur absolue ou la taille (cf. Boussard, 1971). Or dans le cas présent, l'activité semences est très importante en valeur relative pour l'industriel. Il a donc probablement de l'aversion pour le risque couru. La situation rencontrée dans ce contrat de semences est aussi celle d'autres contrats dans l'agro-alimentaire.

Par exemple un industriel en légumes transformés peut être très spécialisé dans un petit nombre d'activités. Cette remarque sur l'aversion au risque des industries agro-alimentaires est donc très générale et pourrait faire l'objet de recherches spécifiques.

Tableau 3.  
Effet d'une  
modification du prix  
d'aval

		Contrat observé		Contrat adapté
		Prix observé	Nouveau prix	Nouveau prix
		Opt. 2nd rang	Non optimal	Opt. 2nd rang
Prix d'aval observé	$p$	1 126		
Prix d'aval modifié	$p + dp$		1 150	1 150
Paramètres du contrat				
- Coefficient de partage	$\alpha$	0,66	0,66	0,65
- Partie fixe (F/ha)	$b$	400	400	66
- Superficie (ha)	$z$	7,5	7,5	7,37
Coût (F/ha)	$c$	14 071	14 764	14 343
Quantité (quintaux/ha)	$r$	32	33	32,4
Industriel				
Profit (F/ha)	$\pi$	5 939	6 339	6 826
Variation profit		Sans objet	+ 6,7 %	+ 15 %
Exploitation				
Marge brute (F/ha)	$y$	7 958	8 531	7 958
Variation marge brute		Sans objet	+ 7,2 %	0 %

L'exploitation et l'industriel ont de l'aversion pour le risque

Le troisième résultat concerne l'impact d'une variation d'un élément du contexte indépendant des deux agents, le prix d'aval. Cette simulation est menée dans le cas où l'agent et l'industriel ont de l'aversion au risque. L'industriel qui revend les semences sur un marché a élaboré le contrat en fonction d'une prévision de prix, un an avant le marché. Compte tenu du fonctionnement de ce marché, on peut considérer que l'ordre de grandeur de ces prévisions à court terme est fiable. Mais il peut y avoir de petits écarts. Quelle est la conséquence pour chacun des deux agents si le prix est un peu différent de la prévision? Nous considérons une modification de 2 %, c'est-à-dire un prix de 1 150 francs par quintal au lieu de 1 126 francs. La première colonne du tableau 3 est la situation de référence qui

correspond à l'optimum de second rang avec le prix observé. Les résultats présentés dans la deuxième colonne du tableau mesurent les conséquences, sur le profit de l'industriel et sur le revenu de l'exploitation, d'une erreur de prévision de prix. Le contrat observé n'est pas alors optimal dans un cadre d'asymétrie d'information. Le prix plus élevé bénéficie non seulement à l'industriel, mais aussi à l'exploitation agricole dont le revenu augmente, car la contrainte de rationalité n'est plus saturée. Nous mesurons ensuite l'impact d'une bonne prévision de prix (cf. dernière colonne). En modifiant sa prévision de prix, l'industriel adapte les paramètres du contrat au nouveau prix. Son profit augmente de 15 %, ce qui est important par rapport à la variation de prix. On note que l'effort de l'exploitation est moindre, et que la partie assurance du transfert (*b*) devient négligeable. Ce résultat ouvre une voie de recherche : est-ce que les contrats agro-alimentaires peuvent être améliorés grâce à une adaptation fine à leur contexte <sup>(19)</sup> ? L'enjeu social de résultats sur cette question est évident.

## CONCLUSION

L'objectif de cet article est de mieux comprendre les formes contractuelles des échanges dans le secteur agricole et agro-alimentaire en utilisant les outils de la théorie des contrats. Une relation contractuelle entre deux agents économiques joue un rôle d'assurance face à des incertitudes portant sur la quantité, sur la qualité ou sur le prix. Nous mettons en œuvre une méthode d'analyse de l'efficacité de certains contrats utilisés par des industries agro-alimentaires pour se procurer leur matière première en produits agricoles. Notre application concerne un contrat de multiplication de maïs semences.

En comparant les hypothèses alternatives d'aversion ou de neutralité de l'industriel vis-à-vis du risque, sur la base de la perte d'efficacité due à l'information asymétrique, nous retenons l'hypothèse d'aversion au risque. Sous cette hypothèse, nous simulons l'impact d'un élément exogène, le prix des semences sur le marché situé en aval de ce contrat dans la même filière. Nous trouvons que l'effet est important : en faisant varier le prix de 2 %, le profit de l'industriel varie de 15 %. Une bonne adaptation des clauses du contrat à son environnement économique a plus d'influence sur le profit de l'industriel que la réduction de l'asymétrie d'information.

L'objectif de cet article est de proposer une méthode et de faire un premier pas vers des applications. Avant de parvenir à des conclusions opérationnelles, diverses améliorations méthodologiques doivent être en-

<sup>(19)</sup> Cette possibilité dépend de l'élasticité du surplus par rapport à divers éléments du contexte. Notre troisième résultat, s'il est confirmé par d'autres recherches, conduit à supposer que l'élasticité du profit de l'industriel par rapport au prix d'aval est parfois très élevée.

visagées. Certaines hypothèses mériteraient d'être relâchées ou modifiées. Ainsi d'autres formes fonctionnelles peuvent être envisagées, notamment pour la fonction de répartition de l'aléa climatique, ainsi que pour les fonctions d'utilité. Dans ce dernier cas, il serait intéressant de remettre en cause l'hypothèse d'aversion absolue au risque constante, et de considérer, par exemple, des aversions relatives constantes.

Cet article est une étape dans une voie de recherche qui nous paraît devoir être fructueuse, dans le contexte actuel de plus faible régulation publique des marchés agricoles. En effet dans cette situation, les agents économiques vont souvent chercher à mettre en place des mécanismes de régulation privée des échanges tels que des contrats. L'analyse de ces mécanismes sur les marchés agro-alimentaires est donc une question d'actualité.

## BIBLIOGRAPHIE

- ANDERSSON (H.), 1995 — Primary and secondary producers: economic implications of contracts in the food marketing chain, *European Review of Agricultural Economics*, 22, pp. 310-320.
- ANDROKOVICH (R. A.), 1989 — An attempt at making the principal-agent paradigm operational, *European Review of Agricultural Economics*, 16, pp. 285-300.
- BOUSSARD (J.-M.), 1971 — Time horizon, objective function and uncertainty in a linear programming model of firm growth, *American Journal of Agricultural Economics*, vol. 53, 3, pp. 45-58.
- COLIN (J.-Ph.), 1995 — De Turgot à la nouvelle économie institutionnelle. Brève revue des théories économiques du métayage, *Economie rurale*, 228, pp. 28-34.
- ESWARAN (M.) et KOTWAL (A.), 1985 — A theory of contractual structure in agriculture, *American Economic Review*, vol. 75, 3, pp. 352-367.
- GARCIA (M. C.), 1989 — Décisions dans l'incertain et modèles d'offre de produits agricoles, série Notes et Documents, 30, INRA-ESR Grignon.
- HOLTAUSEN (D. M.), 1979 — Hedging and the competitive firm under price uncertainty, *American Economic Review*, vol. 69, 5, pp. 989-995.



- HOLMSTROM (B.) et MILGROM (P.), 1987 — Aggregation and linearity in the provision of intertemporal incentives, *Econometrica*, vol. 55, 2, pp. 303-328.
- KEY (N.) et RUNSTEN (D.), 1995 — Contract Farming in Developing Countries: Theoretical Issues and Analysis of Some Mexican Cases, working paper, University of California, Berkeley, Department of Agricultural and Resource Economics.
- LAFFONT (J.-J.) et MATOUSSI (M.), 1995 — Moral hazard, financial constraints and sharecropping in El Oulja, *The Review of Economic Studies*, vol. 62, 212, pp. 381-399.
- MONIER-DILHAN (S.) et OSSARD (H.), 1993 — Etude économique d'un contrat de production en agriculture, Document de travail INRA-ESR-Toulouse n° 93-04 D.
- MONIER-DILHAN (S.), OSSARD (H.) et SADOULET (E.), 1996 — Farmer's Choice about Market and Contract with Price Risk, VIIIth Congress of the European Association of Agricultural Economists — Edinburgh.
- OTSUKA (K.) et HAYAMI (Y.), 1988 — Theories of share tenancy: a critical survey, *Economic Development and Cultural Change*, 37 (1), pp. 31-68.
- SADOULET (E.), FUKUI (S.) et JANVRY de (A.), 1993 — Efficient share tenancy contracts under risk: the case of two rice-growing villages in Thailand, working paper, University of California, Berkeley.

## ANNEXE 1

## Les données

Les données concernant le contrat de production de semences de maïs que nous étudions sont les suivantes :

- le nombre d'agriculteurs :  $n = 245$ , en ne retenant que les exploitations de la partie occidentale de l'Aude ;
- la superficie moyenne :  $z = 7,49$  hectares ;
- le prix de vente d'un quintal de semences par l'industriel :  $p = 1\,126$  francs ;
- les paramètres de la fonction de paiement :  $\alpha = 0,66$  et  $b = 400$  francs par hectare ;
- la quantité échangée :  $Q^* = 58\,538$  quintaux, soit un rendement ( $r$ ) de 31,9 quintaux par hectare ;
- le coût moyen des facteurs variables de l'exploitation vendus par l'industriel :  $x = 2\,152$  francs par hectare ;
- le coût supporté par l'industriel  $C_2 = 14\,752$  milliers de francs (tri, stockage, commercialisation...).
- le coût des facteurs variables de l'exploitation non observés par l'industriel est calculé à partir d'une autre base de données (Chambre d'Agriculture) :  $c = 13\,947$  francs par hectare. Cette seconde base de données concerne un nombre plus réduit d'exploitations agricoles.

On peut donc calculer le revenu de réserve :  $y_0 = 7\,958$  francs par hectare.

Le climat de l'année 1991 est celui d'une année moyenne, de sorte que  $\theta_{1991} = 1$ . Cela correspond à la prévision *ex ante* de l'entreprise. En conséquence, les données et la méthode sont cohérentes puisque l'entreprise raisonne en espérance sur l'aléa quand elle détermine les termes du contrat.

La fonction de production s'écrit donc :

$$r_{1991} = k x^a$$

Nous avons calculé les paramètres de la fonction de production grâce à des données fournies par la Chambre d'Agriculture de l'Aude :  $k = 0,104$  et  $a = 0,6$ .

## ANNEXE 2

### Application : l'industriel et l'exploitation ont de l'aversion au risque

#### Optimum de second rang

L'industriel détermine les termes du contrat ( $z$ ,  $\alpha$  et  $b$ ) en tenant compte de la contrainte de rationalité individuelle et de la contrainte incitative de l'agriculteur, ainsi que de la contrainte de production ( $Q^* = nzk_c^a$ ). Cette dernière est intégrée au programme d'optimisation de l'industriel. En posant  $A = \frac{Q^* \alpha p}{n}$ , le programme d'optimisation (15) devient :

$$\begin{aligned}
 \text{Max}_{(\alpha, b, \lambda_1, \lambda_2)} L(\alpha, b, \lambda_1, \lambda_2) = & \\
 & \frac{e^{-\mu \frac{x_b}{k_c a}}}{\mu (p - \alpha p - c_2)} (e^{-1,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)} - e^{-0,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)}) \\
 & + \lambda_1 \left( \frac{e^{\varepsilon(b-c-x)}}{\varepsilon A} \cdot \frac{Q^*}{n k_c a} \cdot (e^{-1,5\varepsilon A} - e^{-0,5\varepsilon A}) - v_0 \right) \\
 & + \lambda_2 \left( e^{-\varepsilon A} \left( \varepsilon \cdot \frac{Q^*}{n k_c a} \cdot c - a - 1,5\varepsilon a A \right) - \varepsilon \frac{Q^*}{n k_c a} \cdot c + a - 0,5\varepsilon a A \right)
 \end{aligned}$$

Les conditions de premier ordre forment le système d'équations notés  $S_{2adv}$  :

$$\delta L(.) / \delta \alpha = 0 :$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{-p e^{-\mu Q^* \frac{x-b}{k_c a}}}{p - \alpha p - c_2} [(-1,5 e^{-1,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)} + 0,5 e^{-0,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)}) \\
 & - (e^{-1,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)} - e^{-0,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)})] \\
 & + \lambda_1 \left( \frac{Q^* e^{-\varepsilon(b-c-x)}}{\varepsilon A^2} [A \varepsilon (-1,5 e^{-1,5\varepsilon A} + 0,5 e^{-0,5\varepsilon A}) - (e^{-1,5\varepsilon A} - e^{-0,5\varepsilon A})] \right) \\
 & + \lambda_2 \left[ -e^{-\varepsilon A} \left( \varepsilon \frac{Q^*}{n k_c a} c + 0,5a - 1,5\varepsilon a A \right) + 0,5a \right] = 0
 \end{aligned}$$

$$\cdot \delta L(.) / \delta b = 0:$$

$$\frac{e^{-\mu} \frac{x-b}{k c^a}}{p - \alpha p - c_2} (e^{-1,5\mu} Q^*(p - \alpha p - c_2) - e^{-0,5\mu} Q^*(p - \alpha p - c_2))$$

$$- \lambda_1 \frac{e^{-1,5\epsilon A} - e^{-0,5\epsilon A}}{A} \cdot e^{-\epsilon(b-c-x)} = 0$$

$$\cdot \delta L(.) / \delta \lambda_1 = 0:$$

$$\frac{e^{\epsilon(b-c-x)} \frac{Q^*}{n k c^a}}{\epsilon A} \cdot (e^{-1,5\epsilon A} - e^{-0,5\epsilon A}) - v_0 = 0$$

$$\cdot \delta L(.) / \delta \lambda_2 = 0:$$

$$e^{-\epsilon A} (\epsilon \cdot \frac{Q^*}{n k c^a} \cdot c - a - 1,5\epsilon \cdot a \cdot A) - \epsilon \frac{Q^*}{n k c^a} \cdot c + a + 0,5\epsilon \cdot a \cdot A = 0$$

### Optimum de premier rang

Le programme de l'industriel s'écrit :

$$\text{Max}_{(\alpha, b, c, \lambda)} L(\alpha, b, c, \lambda) =$$

$$\frac{e^{-\mu} \frac{x-b}{k c^a}}{\mu (p - \alpha p - c_2)} (e^{-1,5\mu} Q^*(p - \alpha p - c_2) - e^{-0,5\mu} Q^*(p - \alpha p - c_2))$$

$$+ \lambda \left( \frac{e^{\epsilon(b-c-x)} \frac{Q^*}{n k c^a}}{\epsilon A} \cdot (e^{-1,5\epsilon A} - e^{-0,5\epsilon A}) - v_0 \right)$$

Les conditions du premier ordre forment le système  $S_{1adv}$  :

$$\cdot \delta L(.) / \delta \alpha = 0:$$

$$\frac{-p e^{-\mu} \frac{x-b}{k c^a}}{p - \alpha p - c_2}$$

$$[(-1,5 e^{-1,5\mu} Q^*(p - \alpha p - c_2) + 0,5 e^{-0,5\mu} Q^*(p - \alpha p - c_2))$$

$$- (e^{-1,5\mu} Q^*(p - \alpha p - c_2) - e^{-0,5\mu} Q^*(p - \alpha p - c_2))]$$

$$+ \lambda \left( \frac{Q^* e^{-\epsilon(b-c-x)}}{\epsilon A^2} [A \epsilon (-1,5 e^{-1,5\epsilon A} + 0,5 e^{-0,5\epsilon A}) - (e^{-1,5\epsilon A} - e^{-0,5\epsilon A})] \right) = 0$$

$$\delta L(.) / \delta b = 0:$$

$$\frac{e^{-\mu \frac{x-b}{k c^d}}}{(p - \alpha p - c_2)} (e^{-1,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)} - e^{-0,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)})$$

$$- \lambda \frac{e^{-1,5\epsilon A} - e^{-0,5\epsilon A}}{A} \cdot e^{-\epsilon(b - c - x)} = 0$$

$$\delta L(.) / \delta c = 0:$$

$$\frac{ae^{-\mu \frac{x-b}{k c^d}}}{c} [Q^*(-1,5e^{-1,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)} + 0,5e^{-0,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)})$$

$$- e^{-1,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)} + e^{-0,5\mu Q^*(p - \alpha p - c_2)}]$$

$$+ \lambda \frac{e^{-\epsilon(b-c-x)}}{\epsilon A c} [\epsilon (\frac{Q^*}{n k c^d} c (e^{-1,5\epsilon A} - e^{-0,5\epsilon A}) - 1,5aAe^{-1,5\epsilon A} + 0,5aAe^{-0,5\epsilon A})$$

$$- a \cdot e^{-1,5\epsilon A} + a e^{-0,5\epsilon A}] = 0$$

$$\delta L(.) / \delta \lambda = 0:$$

$$\frac{e^{\epsilon(b-c-x)} \frac{Q^*}{n k c^d}}{\epsilon A} \cdot (e^{-1,5\epsilon \cdot A} - e^{-0,5\epsilon \cdot A}) - v_0 = 0$$

## ANNEXE 3

## Application : seule l'exploitation est adverse au risque

## Optimum de second rang

L'industriel détermine les termes du contrat ( $z$ ,  $\alpha$  et  $b$ ) de telle sorte que son profit soit maximum. Il tient compte de la contrainte de rationalité individuelle de l'agriculteur et de la contrainte incitative, ainsi que de la contrainte de quantité ( $Q^* = nzkca$ ).

En intégrant la dernière contrainte, le programme d'optimisation s'écrit :

$$\text{Max}_{(\alpha, b, \lambda_1, \lambda_2)} L(\alpha, b, \lambda_1, \lambda_2) = n \cdot \frac{Q^*}{nkc^a} (r(p - \alpha p - c_2) - b + x) +$$

$$\lambda_1 \left( \frac{e^{\varepsilon(b-c-x)} \frac{Q^*}{nkc^a} \cdot AA}{\varepsilon A} - v_0 \right) +$$

$$\lambda_2 \left( e^{\varepsilon A} \left( \varepsilon \cdot \frac{Q^*}{nkc^a} \cdot c - a - 1,5 \varepsilon a A \right) - e \cdot \frac{Q^*}{nkc^a} \cdot c + a + 0,5 \varepsilon a A \right)$$

avec :

$$A = \frac{Q^*}{n\alpha\phi}$$

$$\text{et } AA = e^{-1,5 \varepsilon \cdot A} - e^{-0,5 \varepsilon \cdot A}$$

Les conditions du premier ordre forment le système d'équations  $S_{2\text{neutr}}$  :

$$\cdot \partial L(.) / \partial \alpha = 0 :$$

$$-1 + \lambda_1 \frac{-\varepsilon \frac{Q^*}{nkc^a} (b-c-x)}{\varepsilon A^2} \cdot [A \cdot \varepsilon (-1,5 e^{-1,5 \varepsilon \cdot A} + 0,5 e^{-0,5 \varepsilon \cdot A}) - AA]$$

$$+ \lambda_2 \cdot \varepsilon [-e^{-\varepsilon \cdot A} (\varepsilon \cdot \frac{Q^*}{nkc^a} \cdot c + 0,5 a - 1,5 \varepsilon a A) + 0,5 a] = 0$$

$$\cdot \partial L(.) / \partial b = 0 :$$

$$-1 - \lambda_1 \frac{AA \cdot e^{-\varepsilon \frac{Q^*}{nkc^a} (b-c-x)}}{A} = 0$$

$$\cdot \delta L(.) / \delta \lambda_1 = 0 :$$

$$\frac{e^{-\varepsilon} \frac{Q^*}{n k c^a} (b-c-x) \cdot A A}{\varepsilon \cdot A} - v_0 = 0$$

$$\cdot \delta L(.) / \delta \lambda_2 = 0 :$$

$$e^{-\varepsilon \cdot A} \left( \varepsilon \cdot \frac{Q^*}{n k c^a} \cdot c - a - 1,5 \varepsilon \cdot a \cdot A \right) - \varepsilon \cdot \frac{Q^*}{n k c^a} \cdot c + a + 0,5 \varepsilon a A = 0$$

### Optimum de premier rang

Le programme de l'industriel s'écrit :

$$Max_{(c, \lambda)} L(c, \lambda) = n \cdot \frac{Q^*}{n k c^a} (k c^a (p - c_2) - b + x) + \lambda (- e^{\varepsilon(b-c-x)} \frac{Q^*}{n k c^a} - v_0)$$

Les conditions du premier ordre forment le système d'équations  $S_{|neur}$  :

$$\cdot \delta L(.) / \delta c = 0 :$$

$$n \cdot k \cdot a \cdot (p - c_2) \cdot c^{a-1} - \lambda \varepsilon e^{-\varepsilon(b-c-x)} \frac{Q^*}{n k c^a} = 0$$

$$\cdot \delta L(.) / \delta \lambda = 0 :$$

$$- e^{\varepsilon(b-c-x)} \frac{Q^*}{n k c^a} - v_0 = 0$$