SCHRIFTEN DER GESELLSCHAFT FÜR WIRTSCHAFTS- UND SOZIALWISSENSCHAFTEN DES LANDBAUES E.V.

Bartenwerfer, J., Hansen, G.: Ausgewählte Modelle und Methoden der neueren Ökonometrischen Forschung. In: Hanf, C.-H., Scheper, W.: Neuer Forschungskonzepte und -methoden in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Band 25, Münster-Hiltrup: Landwirtschaftsverlag (1989), S. 17-32.

AUSGEWÄHLTE MODELLE UND METHODEN DER NEUEREN ÖKONOMETRISCHEN FORSCHUNG

von

J. BARTENWERFER und G. HANSEN, Kiel

1. EINLEITUNG

Der vorliegende Beitrag will keinen vollständigen Überblick über die jüngste Entwicklung in der Ökonometrie geben, sondern einige ausgewählte Ansätze darstellen, wie sie insbesondere in einigen neueren empirischen Arbeiten der Analyse ökonomischer Zeitreihen und insbesondere der Produktions- und Konsumentscheidungen verwendet werden. In diesem Überblick wollen wir sowohl Ansätze zur Analyse von Zeitreihen als auch zur Analyse von Querschnitts- Daten einbeziehen. Ganz allgemein kann man feststellen, daβ die zunehmende Verfügbarkeit von Querschnitts-Daten in den letzten zehn Jahren eine Fülle neuer Modelle und Methoden zur Analyse dieser Daten hervorgebracht hat. Querschnitts-Daten sind insbesondere dadurch gekennzeichnet, daβ einzelne Individuen z.B. keine Käufe bestimmter langlebiger Güter getätigt haben und insofern eine "Null" beobachtet wird. Der traditionelle Ansatz, dieses Datenproblem in der Analyse zu berücksichtigen, ist das Tobit-Modell, das in verschiedenster Weise verallgemeinert werden kann. Während auf dem Gebiet der Analyse von Zeitreihendaten die siebziger Jahre noch von einem Nebeneinander der klassischen ökonometrischen Ansätze und der reinen Zeitreihenanalyse gekennzeichnet sind, beobachet man in den achtziger Jahren verstärkt Bemühungen, diese Lücke zu überbrücken. Es bestehen hier jedoch nach wie vor zwei Modelltypen nebeneinander, nämlich einerseits diejenigen Modelle, die der ökonomischen Theorie ausschlieβlich eine Bedeutung für die langfristigen (steady state) Beziehungen zwischen den Variablen zusprechen und die kurzfristigen Beziehungen mit einer dynamischen Spezifikation (Lagverteilung) nach rein zeitreihenanalytischen Gesichtspunkten vornehmen und andererseits diejenigen Modelle, die explizit ein vorausschauendes Verhalten der Wirtschaftssubjekte durch stochastische Optimierung über einen längeren zukünftigen Zeitraum beschreiben.

Letztere sind dadurch gekennzeichnet, daβ sie explizit antizipierte (permanente) und nicht antizipierte (kurzfristige) Effekte unterscheiden und damit meist besser für eine Politikanalyse geeignet sind. Aufgrund zukünftiger Erwartungen ergeben sich hier dynamische Modelle, die als Zeitreihenmodelle mit spezifischen Restriktionen verstanden werden können.

Die erstgenannte Modellklasse ist das traditionelle dynamische lineare Gleichungssystem. Innerhalb dieser Modellklasse sind es Modelle mit cointegrierten Zeitreihen, die Gegenstand der jüngsten Forschung sind. Dabei handelt es sich um eine Analyse instabiler dynamischer Modelle.

Kapitel 2 beschäftigt sich mit der Darstellung eines solchen Modells und der Analyse cointegrierter Zeitreihen. In Kapitel 3 folgen Produktions- und Konsum-Modelle bei vorausschauendem Verhalten der Wirtschaftssubjekte. Kapitel 4 behandelt Probleme bei Schätzungen mit Mikrovariablen, sofern diese als Querschnittsdaten zur Verfügung stehen.

2. DYNAMISCHES ÖKONOMETRISCHES MODELL UND COINTEGRATION VON ZEITREIHEN

Das vektorautoregressive Modell stellt eine lückenlose Verbindung zwischen multivariater Zeitreihenanalyse und dynamischen linearen Modellen der traditionellen Ökonometrie her. Ausgangspunkt ist das lineare dynamische interdependente Gleichungssystem (SEM) in g endogenen $y'=(y_1...y_g)$ und k exogenen Variablen $x'=(x_1...x_k)$ und nur kontemporär korrelierten Störgrößen u gemäß (1)

$$(1) \qquad B(L)\, y_t = C(L)\, x_t + u_t \qquad \text{mit}$$

$$B(L) = I - B_1L - B_2L^2 \ldots - B_pL^p$$

$$C(L) = C_0 + C_1L + \ldots + C_qL_q$$

sowie $E(u) = 0$ und $E(uu') = \Sigma\, \Theta I$

Dabei bezeichnet L den Lag-Operator $L^i x_t = x_{t-i}$ und Θ das Kronecker-Produkt.

Im Gegensatz zur traditionellen Ökonometrie erweitert der Zeitreihenanalytiker die Beziehung z.B. um ein multivariates AR- Modell (2) für die exogenen Variablen.

$$(2) \qquad D(L)\, x_t = v_t$$

Einsetzen von (2) in (1) ergibt dann das multivariate ARMA- Modell

$$(3) \qquad B(L)\, y_t = C(L)\, D(L)\, v_t + u_t = H(L)\, \varepsilon_t \quad \text{mit}$$

$$H(L) = [C(L)\, D(L), I] \text{ und } \varepsilon_t' = [v_t', u_t']$$

Aus (3) erhält man durch Lösung nach $\in t$ die vektorautoregressive Darstellung (VAR) (4)

$$(4) \qquad A(L)\, y_t = \varepsilon_t \quad \text{mit} \quad A(L) = H^{-1}(L)\, B(L)$$

Kennzeichnend für das VAR-Modell (4) ist, daß alle Variablen zunächst als endogen betrachtet werden. Das schließt jedoch nicht aus, daß einzelne Variablen von anderen unabhängig sind. Partitionieren wir (4) gemäß (5)

$$(5) \qquad \begin{pmatrix} A_{11}(L) & A_{12}(L) \\ A_{21}(L) & A_{22}(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} \begin{matrix} = \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

so ist y_{1t} nicht von y_{2t} abhängig, wenn $A_{12}(L)=0$ und die Kovarianz-Matrix der Störgrößen $\Sigma\varepsilon$ diagonal ist.

Tests, die derartige (Un-) Abhängigkeiten von Variablen untersuchen, werden als Granger-Kausalitätstests bezeichnet und wurden in den letzten 15 Jahren in unzähligen empirischen Analysen verwendet. Im Gegensatz zur traditionellen Ökonometrie werden Restriktionen im VAR-Modell anhand statistischer Kriterien und nicht aufgrund von a priori-Kenntnissen festgelegt. Das Modell (4) enthält für $L^i=1$ und $E(\varepsilon)=0$ noch die langfristigen Beziehungen zwischen den Variablen y_t, die wir durch

$$A(1)\, y_t = 0$$

beschreiben.

Ein solches VAR-Modell kann immer so reparametrisiert werden, daß neben den 1. Differenzen der Variablen y_t – die vermutlich schwach stationär sind – nur noch die Verzögerungen y_{t-1} wie in (7) vorkommen

$$(7) \qquad A^*(L)\, \Delta y_t = -A(1)\, y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$A^*(L) = I - A_1^*(L) \ldots A_p^*(L)$$

Gleichung (7) ist die sogenannte "Error-Correction" Darstellung (ECM) des VAR-Modells. Sie enthält sowohl mit $A^*(L)\,\Delta y_t$ die Beziehungen zwischen den stationären Variablen als auch mit $A(1)\,y_{t-1}$ die langfristigen Beziehungen (Multiplikatoren) zwischen den Niveauvariablen.

Das ECM-Modell (7) ist Ausgangspunkt für die Analyse cointegrierter Zeitreihen, die die jüngste methodische Diskussion in der Zeitreihenanalyse wie auch in der Ökonometrie beherrscht (vgl. z.B. Engle und Granger (1987)). Der gravierendste Mangel der Analyse stationärer Zeitreihen (z.B. bei Granger-Kausalitätstests) wird darin gesehen, daß sie die Beziehungen zwischen den Niveauvariablen und damit den Teil des Modells vernachlässigt, für den die komparativ-statische Wirtschaftstheorie wichtige Aussagen macht.

Die Abkehr von einer Analyse nur stationärer Zeitreihen ist daher ein Markstein in dem Bemühen, Zeitreihenanalyse und traditionelle Ökonometrie zusammenzuführen. Gleichzeitig ergibt sich jedoch ein gravierender Unterschied, nämlich die Abkehr von der Annahme, das dynamische System sei stabil.

Dabei wird zunächst angenommen, daß alle Variablen y_t nicht stationär sind, aber durch Bildung erster Differenzen in stationäre Variable Δy_t überführt werden können. Man bezeichnet y_t in diesem Fall als integriert vom Grade eins (I(1)). Eine typische I(1)-Variable ist ein "random walk", bei dem Δy_t nur von einem weißen Rauschen ε_t getrieben wird (stochastischer Trend). Sind in (7) die Störgrößen ε_t stationär, so können die Variablen y nur dann I(1)-Variable sein, wenn die Matrix A(1) in (7) eine Einheitswurzel (einen Eigenwert von eins) enthält.

Die Analyse integrierter Zeitreihen geht also im Gegensatz zur traditionellen Ökonometrie von einem instabilen dynamischen System aus. Die integrierten Variablen y besitzen keine endliche Varianz, es sei denn, daß eine Linearkombination dieser Variablen Variablen heißen dann cointegriert. Es ist diese Eigenschaft der Cointegration, die im instabilen System an die Stelle der Gleichgewichtsmultiplikatoren tritt. Engle und Granger (1987) haben gezeigt, daß die (g x g)-Matrix A(1) in diesem Fall in das Produkt zweier (g x r)-Matrizen $\alpha\,\beta'$ zerlegt werden kann, wobei $\beta' y_{t-1}$ die langfristige (Cointegrations-) Beziehung zwischen den integrierten Variablen ist und unabhängig von den anderen Parametern geschätzt werden kann. Man schätzt im bivariaten Fall zuerst die statische Beziehung

$$y_{1t} = \hat{\beta}' y_{2t} + \hat{u}_t$$

und in einem zweiten Schritt die restlichen Parameter des ECM- Modells aus

$$\text{(7)}\quad \text{a)}\quad \Delta y_{1t} = a_{11}\hat{u}_{t-1} - \sum_{j=1}^{p-1} \bar{b}_j\,\Delta y_{1t-j} - \sum_{j=1}^{m-1} \bar{a}_j\,\Delta y_{2t-j} + \varepsilon_{1t}$$

$$\text{b)}\quad \Delta y_{2t} = a_{21}\hat{u}_{t-1} - \sum_{j=1}^{p-1} \bar{c}_j\,\Delta y_{1t-j} - \sum_{j=1}^{m-1} \bar{d}_j\,\Delta y_{2t-j} + \varepsilon_{2t}$$

Man testet dabei, ob $\alpha_{11}=0$ ist, d.h. ob das Modell in nur stationären Variablen angemessen ist (= augemented Dickey-Fuller-Test auf Einheitswurzel). Allerdings besitzt der Schätzer für α keine klassische Verteilung, so daß für t-Tests die üblichen kritischen Werte nicht anwendbar sind.

3. PRODUKTIONS- UND KONSUMENTSCHEIDUNG BEI DER STOCHASTISCHEN OPTIMIERUNG

3.1 Produktionsentscheidung

Es ist üblich geworden, ökonomische Modelle anhand der Entscheidungen repräsentativer Wirtschaftssubjekte, z.B. der Unternehmen zu beschreiben. Ein solches repräsentatives Unternehmen sei auf den Faktormärkten wie auf dem Markt für das eigene Produkt (Y) Preisnehmer. Es ist durch eine Technologie mit zwei variablen Produktionsfaktoren – (importierte) Vorleistungen (M) und Arbeit (L) – sowie einem fixen Produktionsfaktor Kapital (K) gekennzeichnet. Diese Technologie kann durch die (kurzfristige) Kostenfunktion der variablen Kosten

$$(1) \qquad C^v(.) = c^v(W_M, W_L, K, t)\, Y^{1/\upsilon}$$

und die Kosten des fixen Faktors (K)

$$(2) \qquad C^f(.) = W_K\, K + c^a(K-(1-\delta)K_{-1})\, P$$

beschrieben werden. δ ist die Abnutzungsrate des Kapitalstocks. Dabei bezeichnen W_i (i=M,L,K) die gegebenen Faktorpreise und P den ebenfalls gegebenen Outputpreis. Mit υ bezeichnen wir die Skalenelastizität. Eine Skalenelastizität ($\upsilon < 1$) ist mit der Annahme konstanter langfristiger Skalenerträge vereinbar. Die kurzfristige Kostenfunktion wird bereits in Skaleneffekt $Y_t^{1/\upsilon}$ und in "quasi"-Stückkosten $c^v(W_M, W_L, K, t)$ zerlegt. $c^v(W_M, W_L, K, t)$ bezeichnet die Kosten pro "Skaleneffekt-bereinigtem" Output.

Die Trendvariable t mißt Einflüsse des technischen Fortschritts und $c^a(.)$ Anpassungskosten des fixen Faktors (K). Die repräsentative Firma maximiert den erwarteten Gegenwartswert des Gewinns über einen unendlichen Zeithorizont. Dabei ist $E_{t-1} = E(./\Omega_{t-1})$ der bedingte Erwartungswert auf der Basis der Informationsmenge Ω am Ende der Periode t-1. Wir betrachten zur Vereinfachung nur die Angebotsentscheidung.

$$(3) \qquad \underset{Y}{\mathrm{Max}}\; E_{t-1} \sum_{\tau=0}^{\infty} \rho^{\tau} \left[P\,Y - c^v(W_M, W_L\, K, t)\, Y^{1/\upsilon} + W_K\, K + c^a(K-(1-\delta)K_{-1})\, P\right]_{t+\tau}$$

Die Maximierung nur bezüglich des Outputs Y bringt zum Ausdruck, daß wir lediglich die kurzfristige Angebotsfunktion betrachten. Notwendige Bedingungen für ein solches kurzfristiges Maximum ist die stochastische Euler-Gleichung (4).

$$(4) \qquad E_{t-1}\left[P_t - (1/\upsilon)\, c^v_t(W_M, W_L, K, t)\, Y_t^{(1-\upsilon)/\upsilon}\right] = 0 \quad \text{für alle t}$$

Diese Gleichung kann man auch wie in (5) schreiben:

$$(5) \qquad Y^n_t = \upsilon^{\upsilon/(1-\upsilon)}\, E_{t-1}\left[c^v_t(.)/P_t\right]^{-\upsilon/(1-\upsilon)}$$

Die Gleichung (5) beschreibt das normale erwartete Güterangebot als Funktion der erwarteten realen kurzfristigen "quasi"-Stückkosten, die außer von dem kurzfristig gegebenen Kapitalstock von den erwarteten Produkt- und Faktorpreisen abhängen. Die Gleichung enthält als erklärende Variable Erwartungen realer Größen, wenn man die Homogenität vom Grade 1 der kurzfristigen Kostenfunktion in den Faktorpreisen berücksichtigt. Die Zeitpfade der realen Variablen (einschließlich des Kapitalstocks) können als exogene stochastische Prozesse aufgefaßt werden, die von den Anbietern (hier der repräsentativen Firma) zu prognostizieren sind.

Eine ökonometrische Schätzung der Einflüsse realer Faktorpreise setzt eine Spezifikation der kurzfristigen Stückkostenfunktion $c^v(\cdot)$ voraus. Wünschenswert ist eine Funktionsform, die nicht von vornherein die Ergebnisse der Analyse prädeterminiert. Insofern kommt insbesondere eine flexible Funktionsform wie die Translog- Kostenfunktion in Betracht, (PINDYCK, ROTEMBERG, (1983), KUGLER (1987)).

Ein Gesichtspunkt spricht gegen die Verwendung dieser Funktionsform, nämlich daβ die Nichtlinearität der Translog-Funktion in den Faktorpreisen bei der Erwartungsbildung in der Angebotsfunktion dazu führt, daβ Erwartungen von Produkten von Faktorpreisen auftreten. Dies erfordert ein nichtlineares Schätzverfahren. Angebots- und Faktornachfragefunktionen sind loglinear, wenn man von einer Cobb-Douglas-Stückkostenfunktion (in logarithmierten Differenzen) (7) ausgeht. Aus der CD-Kostenfunktion (7)

(7) $$\ln c^v_t(.) = -\lambda + (1-\alpha_2)\, w_{Mt} + \alpha_2\, w_{Lt} - \alpha_3\, k_t$$

folgt für das normale Angebot in logarithmierten Variablen[1]

(8) $$y^n_t = \upsilon/(1-\upsilon)\, [\lambda_t-(1-\alpha_2)(w^e_{Mt}-p^e_t)-\alpha_2(w^e_{Lt}-p^e_t)+\alpha_3 k_t] + u_t \quad \text{mit} \quad \upsilon = 1-\alpha_3$$

Eine vollständige Angebotsfunktion sollte allerdings auch die Effekte von Preiserwartungsfehlern einbeziehen.

Die Schätzung dieses Modells unter rationalen Preiserwartungen kann in der Weise erfolgen, daβ man von den tatsächlichen Faktorpreisen w_i den Erwartungsfehler $\tilde{w}_i$ abzieht, d.h. z.B. für die Angebotsfunktion (8) schreibt

(8a) $$y_t = \upsilon/(1-\upsilon)\, [\lambda-(1-\alpha_2)(w_{Mt}-p_t)-\alpha_2(w_{Lt}-p_t)+\alpha_3 k_t] + v_t$$

$$\text{mit} \quad v_t = u_t + \upsilon/(1-\upsilon)\, [(1-\alpha_2)\tilde{w}_{Mt}+\alpha_2\tilde{w}$$

Dabei bezeichnet $\tilde{w}_{Mt}$ (bzw. $\tilde{w}_{Lt}$) die Erwartungsfehler in dem realen Vorleistungspreis (bzw. Lohnsatz). Eine KQ-Schätzung von (8a) liefert inkonsistente Schätzer, da die beobachteten realen Faktorpreise mit den Komponenten $\tilde{w}_M$ bzw. $\tilde{w}_L$ der Störgröβe korrelieren.

Dieses Problem kann mit Hilfe der verallgemeinerten Instrumentvariablen-Methode von HANSEN [1982] und HANSEN & SINGLETON [1982] gelöst werden.

Im folgenden soll die Schätzmethode für eine lineare Angebotsgleichung $y = X\beta + v$ kurz vorgestellt werden.

Für v_t gelte $E(vv')=\sigma^2\Omega_v$. Die Matrix R der Instrumente wird so gewählt, daβ $E(R'v)=0$ gilt. Die Instrumentenschätzung von β kann dann aus

$$R'y = R'X\beta + R'v$$

erfolgen. Die Varianz-Kovarianz-Matrix von $R'v$ ist keine Einheitsmatrix, da v autokorreliert und heteroskedastisch ist: $E(R'vv'R)=\Omega=T'T$, sofern Ω positiv definit ist. Die Varianz-Kovarianz-Matrix des transformierten Modells

(10) $$T'^{-1}R'y = T'^{-1}R'X\beta + T'^{-1}R'v$$

ist dann proportional zur Einheitsmatrix. Der Schätzer für β, der die Summe der quadrierten Residuen von (10) minimiert

$$\Phi(\beta) = (y-X\beta)'\, R\Omega^{-1}R'\, (y-X\beta)$$

---

1. Dabei wird allerdings unterstellt, daβ die Erwartungsbildung und die Logtransformation vertauschbare Operatoren sind.

ist

$$\hat{\beta} = [X'R\Omega^{-1} R'X]^{-1} X'R\Omega^{-1} R'y$$

Liegen hingegen keine a priori-Informationen über die Struktur des Störprozesses v_t vor, so kann die verallgemeinerte Instrumentvariablen-Methode von HANSEN [1982] und HANSEN & SINGLETON [1982] verwendet werden, bei der Ω aus

$$\hat{\Omega} = 1/T \sum_{t=1}^{T} R'_t v_t v'_t R_t$$

geschätzt wird, wobei R_t die t-te Spalte der Instrumenten-Matrix R bezeichnet. Hansen weist darauf hin, daß ein ML-Schätzer asymptotisch effizienter ist, jedoch strengere Verteilungsannahmen für die Störgröße voraussetzt.

3.2 Die Konsumentscheidung

Nach wie vor dominieren in der nach Gütern disaggregierten Konsumanalyse die statischen Modelle. Dies bedeutet jedoch nicht, daß angenommen wird, Haushalte hätten kein vorausschauendes Optimierungsverhalten, seien also "myopisch". Es wird in diesen Modellen lediglich die zweite Stufe einer zweistufigen Budgetierung modelliert. Unter der Annahme einer intertemporalen Separierbarkeit des Nutzens wird auf der ersten Stufe das zu erwartende Lebensvermögen (bzw. –einkommen) so auf die einzelnen Perioden verteilt, daß der marginale Nutzen des Vermögens in allen Perioden gleich ist. Die zukünftige Preisentwicklung ist unter diesen Annahmen nur für die Bestimmung des in der jeweiligen Periode zu konsumierenden "Einkommens" von Bedeutung, das auf der zweiten Stufe als gegeben angesehen wird. Durch die Annahme eines intertemporal separierbaren Nutzens und perfekter Kapitalmärkte kann die Rolle von Gewohnheiten, Liquiditätsbeschränkungen und anderer dynamischer Effekte mit Ausnahme der Rolle der Nutzungskosten P^*_{it} auf der zweiten Stufe vernachlässigt werden. Ist die Kreditgewährung z.B. durch das vorhandene Vermögen beschränkt, so können z.B. Liquiditätsbeschränkungen bindend sein.

Der wesentliche Vorteil der Annahme eines intertemporal separierbarne Nutzens ist die Möglichkeit, die Unsicherheit der Entscheidung durch geringfügige Lockerung der Annahme perfekter Voraussicht zu berücksichtigen. Wir wollen dieses stochastische Kalkül, das dem der Produktionsentscheidung weitgehend entspricht, kurz darstellen und danach auf Modelle ohne Annahme eines intertemporal separierbaren Nutzens eingehen.

Ausgangspunkt ist die intertemporale Nutzenmaximierung eines repräsentativen Haushalts unter Berücksichtigung der Freizeit als normales Konsumgut. Bezeichnen wir mit x_{it} die realen Ausgaben für ein nicht dauerhaftes Konsumgut i, mit P_{it} den Preis in Periode t mit A_t den nominellen Bestand eines mit Zinssatz i_t verzinslichen finanziellen Aktivums, so sieht sich der Haushalt der intertemporalen Budgetrestriktion (11) gegenüber.

$$(11) \qquad \sum_{i=1}^{n} P_{it} x_{it} = P_{nt} L^0 (1+i_t) A_{t-1} - A_t = x_t P_t$$

Wir gehen der Einfachheit wegen von einer intertemporal additiven Stone-Geary Nutzenfunktion aus, (vgl. HANSEN, 1984).

$$(12) \qquad U = \sum_{t=0}^{T} \sum_{i=1}^{n} \beta_i \ln[x_{it} - \alpha_i] \text{ mit } \sum_{i}^{n} \beta_i = 1$$

Der repräsentative Haushalt maximiert die mehrperiodige Zielfunktion (13)

$$(13)\qquad E_t V = \sum_{t=0}^{T} \{ \sum_{i=1}^{n} \beta_i \ln[x_{it} - \alpha_i]$$

$$+ \lambda_t(P_{nt}L^0+(1+i_t)A_{t-1}-A_t - \sum_{i=1}^{n} P_{it}x_{it}] \}(1+\hat{\gamma}_t)^{-1}$$

$$\text{mit}\quad (1+\hat{\gamma}_t)^{-1} = \prod_{s=0}^{t} (1+\gamma_s)^{-s};\quad \gamma_s = \text{Zeitpräferenzrate.}$$

Notwendige Bedingungen für ein Optimum bezüglich x_{it} und A_t sind die stochastischen Euler-Gleichungen (14) und (15).

$$(14)\qquad E_t [\, \beta_i / (x_{it}-\alpha_i) - \lambda_t P_{it} \,] = 0;\quad i = 1,\ldots,n$$

$$(15)\qquad E_t [\, \lambda_{t+1}(1+\Phi_{t+1}) - \lambda_t] = 0 \quad \text{mit}\quad \Phi_{t+1} = (1+i_{t+1})/(1+\gamma_{t+1}).$$

Da sich in (14) alle Variablen auf die Periode t beziehen und wir den Erwartungswert auf der Basis der Informationen der Periode t gebildet haben, sind die Gleichungen (14) deterministisch. Sie beschreiben den zweiten Schritt der Budgetierung. Das Nachfragesystem (14a) beschreibt eine bedingte Nachfrage in dem Sinne, daß die Variable $r_t=1/\lambda_t$ bereits alle relevanten zukünftigen Preise und Zinsen reflektiert.

Unter Berücksichtigung der Budgetrestriktion (11) können wir (14) als statisches System (14a) schreiben.

$$(14a)\qquad x_{it}P_{it} = P_{it}\alpha_i + \beta_i r_t \quad \text{mit}\quad r_t = 1/\lambda_t = \sum_i (x_{it}-\alpha_i) P_{it}$$

Gleichung (15) entspricht der 1. Stufe des Optimierungskalküls. Nach einer Division von Gleichung (15) durch $\lambda_t\lambda_{t+1}$ erhält man

$$(15a)\qquad r_t = E_t[r_{t+1}/(1+\Phi_{t+1})]$$

Gleichung (15a) it die bekannte Marginalbedingung für die intertemporale Substitution, die besagt, daß der Grenznutzen des Geldes (bzw. die Grenzkosten des Nutzens) sich im Optimum umgekehrt proportional (bzw. proportional) zum Zinssatz verhält. Hier muß das Residualeinkommen r_t gleich dem abdiskontierten erwarteten Residualeinkommen für die Periode t+1, $E_t r_{t+1}/(1+\Phi_{t+1})$ sein. Es ist diese Gleichung, aus der die von HALL (1978) vorgeschlagene "surprise"-Konsumfunktion folgt, wenn wir zusätzlich annehmen, daß

1) das Arbeitsangebot auf einer separaten Stufe "budgetiert" wird und r_t die gesamten Konsumausgaben $r_t = X_tP_t$ bezeichnet,

2) die Erwartungen rational sind.

Aufgrund von 2) gilt

$$E_t[X_{t+1}P_{t+1}/(1+\Phi_{t+1})] = X_{t+1}P_{t+1}/(1+\Phi_{t+1}) - \varepsilon_{t+1}$$

wobei ε der zufällige Erwartungsfehler ist.

Gleichung (15a) läßt sich dann als

(15b) $$X_{t+1} = b_o+b_1X_t+\varepsilon_{t+1}$$

$$\text{mit } b_0 = (1-\Phi^*_{t+1})\sum_i \alpha_i, \quad b_1 = (1+\Phi^*_{t+1}) \quad \text{und} \quad \Phi^*_{t+1} = (1+\Phi_{t+1})P_t / P_{t+1}$$

schreiben.

Ist die Zeitpräferenzrate γ_{t+1} konstant ($\gamma_{t+1} = \gamma$) und gleich dem Realzins $(1+i_{t+1})\cdot P_t/P_{t+1} \sim i-\pi$, wobei π die Inflationsrate ist, so gilt $b_0=0$ und $b_1=1$ und (15b) beschreibt einen "random walk".

Zahlreiche empirische Studien der jüngsten Zeit analysieren diese moderne Form der Lebenszyklus-Hypothese (z.B. MUELLBAUER (1983), FLAVIN (1985), WICKENS und MOLANA (1985), PALM und WINDER (1986), WOLTERS (1987)).

Insgesamt zeigen diese Überlegungen, daß stochastische Optimierungsansätze unter den obigen Bedingungen sehr einfach aus den traditionellen deterministischen Modellen abgeleitet werden können. Dies gilt allerdings nicht, wenn die strengen Maßnahmen der intertemporalen Separierbarkeit und der Additivität von Konsum- und Arbeitsangebotsentscheidung aufgegeben werden.

Es ist aber nicht einfach, die strengen Annahmen des obigen Modells aufzugeben und dennoch die empirische Handhabbarkeit zu erhalten. Eine Möglichkeit, Anpassungskosten oder Verbrauchsgewohnheiten zu berücksichtigen, besteht darin

(11) $$E_t V = \sum_{t=0}^{T} E^t V^t (1+\hat{\gamma}_t)^{-1} \quad \text{durch}$$

(11a) $$V = V_t(x_t,x_{t-1}) + E_t[\sum_{i=0} V_i(x_i,x_{i-1})(1+\hat{\gamma}_i)^{-1}$$

$$\text{mit } x_t = (x_{1t} \dots x_{nt})$$

zu ersetzen (vgl. WEISSENBERGER (1986), POLLAK and WALES (1982), PHLIPS and SPINNEWYN (1981). Die Bedingungen 1. Ordnung sind dann

$$\delta V_t / \delta x_{it} + E_t \delta V_{t+1} / \delta x_{it} = \lambda_t P_{it} \quad \text{sowie}$$

$$E_t[\lambda_{t+1}(1+\Phi_{t+1}) - \lambda_t] = 0$$

POLLAK (1970) hat Bedingungen angegeben unter denen dieses Modell wieder auf ein System führt, das dem System unter intertemporaler Separierbarkeit ähnlich ist, wobei allerdings die erwarteten zukünftigen Preise nur das erwartete permanente Einkommen bestimmen.

4. MODELLE ZUR ERKLÄRUNG DER AUSGABEN FÜR DAUERHAFTE GÜTER ANHAND VON QUERSCHNITTSDATEN

4.1 Problemstellung

Nachfrageanalysen in Querschnittsmodellen unterscheiden sich von denen in Zeitreihenmodellen insofern, als Zeitreihenmodelle Beziehungen zwischen den Angaben aller Haushalte, den gesamten Einkommen und Preisgrößen analysieren, die im Sinne von "Durchschnittsbeziehungen", d.h. als wirtschaftliches Verhalten eines "Durchschnittshaushalts" interpretierbar sind, während in Querschnittsanalysen das Verhalten von Haushalten in Abweichung von dem eines Referenzhaushalts erklärt wird.

Ein weiterer Unterschied besteht darin, daß es für Querschnittsdaten in Nachfrageanalysen charakteristisch ist, daß viele Haushalte innerhalb der begrenzten Beobachtungsperiode für bestimmte Güter – vornehmlich dauerhafte Konsumgüter – keine Ausgaben tätigen, wie auch ein großer Teil erwerbsfähiger Individuen keiner Erwerbstätigkeit nachgeht. Solche fehlenden Ausgaben von Haushalten und nichtbeobachteten Arbeitsangebote von Individuen werden im allgemeinen als "Nullbeobachtungen" behandelt. Die Folge ist eine Konzentration von Beobachtungen im Punkt null, die das Problem mit sich bringt, daß eine gewöhnliche KQ-Schätzung zu verzerrten und inkonsistenten Schätzergebnissen führt.

Die Verzerrtheit und Inkonsistenz rührt daher, daß in einer Regression über alle Haushalte bzw. Individuen die KQ-Schätzung einen linearen Zusammenhang erzwingt, der aufgrund der Beobachtungskonzentration unangebracht ist. Doch selbst wenn die Regression nur über Haushalte bzw. Individuen erfolgt, für die Ausgaben bzw. Arbeitsangebote vorliegen, treten verzerrte und inkonsistente Schätzer auf. Denn in dem Fall ist die KQ-Schätzung mit einem sample selection bias behaftet, da die Schätzung annimmt, die Stichprobe bestünde nur aus den verwendeten Beobachtungen, obgleich auch die vernachlässigten "Nullbeobachtungen" der Stichprobe angehören.

4.2 Modellformulierung

Am Beispiel der Haushaltsausgaben für dauerhafte Konsumgüter wird im folgenden veranschaulicht, wie Nachfragegleichungen in Querschnittsmodellen unter Beachtung der Konzentration von Beobachtungswerten im Punkt null geschätzt werden können. Dabei wird unterschieden zwischen einem binären Choice-Modell, das nur das dichotome Wahlverhaltens eines Haushalts – das dauerhafte Konsumgut zu kaufen oder nicht zu kaufen – analysiert und einem Tobit- Modell, in dem zugleich die Ausgabenhöhe erklärt wird. In ihrer allgemeinen Modellformulierung stellen sich diese Modelle wie folgt dar (AMEMIYA (1984)).

(a) Latenter Modellteil

$$Y^*_i = f(X_i,\beta) + U_i \qquad U_i \sim (0,\sigma^2) \qquad \text{für } i=1,\ldots,n$$

(b) Beobachtbarer Modellteil

Binäres Choice-Modell

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{wenn } Y^*_i > 0 \quad \text{bzw. } U_i/\sigma > -f(X_i,\beta)/\sigma \\ 0 & \text{wenn } Y^*_i \le 0 \quad \text{bzw. } U_i/\sigma \le -f(X_i,\beta)/\sigma \end{cases}$$

Tobit-Modell

$$Y_i = \begin{cases} Y^*_i=f(X_i,\beta)+U_i & \text{wenn } Y^*_i > 0 \quad \text{bzw. } U_i/\sigma > -f(X_i,\beta)/\sigma \\ 0 & \text{wenn } Y^*_i \le 0 \quad \text{bzw. } U_i/\sigma \le -f(X_i,\beta)/\sigma \end{cases}$$

Y^*_i bezeichnet eine latente Variable, die nicht beobachtbare "Neigungen" des Haushalts i reflektiert. Im binären Choice-Modell läßt sich diese Variable als Differenz zwischen dem Grenznutzen des dauerhaften Konsumgutes und seinen Grenzkosten auffassen, die die Intensität wiedergibt, mit der der Haushalt i den Kauf des Gutes wünscht (Y^*_i>0) oder ablehnt (Y^*_i≤0). Im Tobit-Modell hingegen mag Y^*_i als gewünschte, optimale Ausgaben des

Haushalts verstanden werden, wie sie sich z.B. aus der Maximierung einer Nutzenfunktion unter Berücksichtigung der Budgetrestriktion ergeben.

Wie stark ein Haushalt den Kauf des Konsumgutes wünscht oder ablehnt, entzieht sich i.a. jedoch der unmittelbaren Beobachtung. Beobachtbar ist lediglich, ob der Haushalt das Konsumgut kauft oder nicht. Dies wird im binären Choice-Modell durch die Variable Yi gemessen, die den Wert 1 annimmt, sofern der Haushalt i den Kauf tätigt und anderweitig gleich 0 ist. Eine Kaufentscheidung trifft der Haushalt aber nur, wenn $Y^*_i>0$ bzw. $U_i/\sigma > f(X_i,\beta)/\sigma$ gilt, nur in diesem Fall lassen sich im Tobit-Modell auch Ausgaben Y_i in der gewünschten Höhe $Y^*_i = f(X_i,\beta)+U_i$ beobachten. Ist $Y^*_i \leq 0$ finden keine Käufe statt.

Zu beachten ist, daß in der obigen Modellformulierung nur die latente Variable Y^*_i einer unbeschränkt stetigen Verteilung folgt, nicht aber die beobachtbare Variable Y_i. Diese genügt im Tobit- Modell einer im Punkt 0 nach unten abgeschnittenen Verteilung und im binären Choice-Modell einer Zweipunktverteilung.

Zur Erklärung der endogenen Größen Y^*_i und Y_i werden Preise, das dem Haushalt zur Verfügung stehende Einkommen, der Bestand am dauerhaften Konsumgut und das Anschaffungsjahr, aber auch demographische Größen (Anzahl der Kinder etc.) und spezifische Charakteristika des Haushalts (Alter, Schul- und Ausbildung der Haushaltsmitglieder etc.) herangezogen. Teilweise sind diese Variablen nur qualitativ meßbar; in dem Fall werden sie als Dummy-Variablen verwendet. Zusammengefaßt sind die Erklärungsgrößen im Variablensektor X_i. Dabei kann zur Spezifikation des Modellteils $f(X_i,\beta)$ jedes beliebige Nachfragesystem verwendet werden.

4.3 Schätzung der Modelle

Schätzen lassen sich die obigen Modelle mittels eines Maximum- Likelihood-Ansatzes. Die Likelihood-Funktion des binären Choice- Modells gestaltet sich wie folgt.

$$L_{bc} = \prod_{i=1}^{m} P(Y^*_i \leq 0) \prod_{i=m+1}^{n} P(Y^*_i > 0)$$

$$= \prod_{i=1}^{m} P(U_i/\sigma \leq -f(X_i,\beta)/\sigma) \prod_{i=m+1}^{n} P(U_i/\sigma > -f(X_i,\beta)/\sigma)$$

$$L_{bc} = \prod_{i=1}^{m} \Phi(-f(X_i,\beta)/\sigma) \prod_{i=m+1}^{n} 1 - \Phi(-f(X_i,\beta)/\sigma) \quad \textit{(Probit-Modell)}$$

$$L_{bc} = \prod_{i=1}^{m} [1+\exp(-f(X_i,\beta)/\sigma)]^{-1} \prod_{i=m+1}^{n} 1 - [1+\exp(-f(X_i,\beta)/\sigma)]^{-1} \quad \textit{(Logit-Modell)}$$

Das erste Produkt umfaßt diejenigen i=1,...,m Haushalte, die in der Berichtsperiode keine Käufe getätigt haben; ihre jeweilige Wahrscheinlichkeit hierfür entspricht $P(Y^*_i \leq 0)$. Die verbleibenden n-m Haushalte, für die Käufe beobachtet werden, sind dagegen im zweiten Produkt zusammengefaßt. Die Wahrscheinlichkeit, mit der der Haushalt i – i=m+1,...,n – das Gut kauft, wird durch $P(Y^*_i>0)$ zum Ausdruck gebracht.

Je nach dem, welche Verteilungsfunktion der Wahrscheinlichkeit P(.) zugrundegelegt wird, werden spezielle binäre Choice-Modelle unterschieden. Wird eine standardisierte Normalverteilungsfunktion $\Phi(.)$ unterstellt, spricht man von einem Probit-, im Fall einer logistischen Verteilung $P(Y^*_i \leq 0)=[1+\exp(-X_i,\beta/\sigma)]^{-1}$ von einem Logit-Modell.

Binäre Choice-Modelle erklären die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Haushalt i eine bestimmte Entscheidung, in diesem Fall die Kaufentscheidung, trifft oder nicht trifft. Genauer gesagt wird analysiert, durch welche Variablen die Wahrscheinlichkeiten $P(Y^*_i>0)$ signifikant erklärt werden können, welcher Richtung ihr Einfluß ist und in welchem Umfang sie Einfluß nehmen. Aufgrund der Schätzung kann ermittelt werden, wie die Wahrscheinlichkeiten $P(Y^*_i>0)$ variieren, wenn sich bestimmte Erklärungsgrößen $x_{ik} \in X_i$ ändern; ebenso kann für jeden Haushalt, für den Beobachtungen der erklärenden Variablen vorliegen, die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des zu untersuchenden (Kauf-) Ereignisses prognostiziert werden.

Im Tobit-Modell wird durch die Größen in X_i sowohl die Wahrscheinlichkeit des (Kauf-)Ereignisses, als auch das Ausmaß des Ereignisses, sprich die Ausgabenhöhe, simultan erklärt. Tobit- Modelle erlauben deshalb zusätzlich auch Prognosen erwarteter Haushaltsausgaben $E(Y_i)$ bzw. $E(Y_i|Y^*_i>0)$ und Untersuchungen darüber, inwieweit sich die erwarteten Augaben eines Haushalts ändern, wenn bestimmte Erklärungsvariablen verändert werden.

Üblicherweise wird in Tobit-Modellen für die Verteilung der Störgröße U_i eine Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und konstanter Varianz σ^2 (Homoskedastizität) unterstellt. In diesem Fall ergibt sich die Likelihood-Funktion

$$L_T = \prod_{i=1}^{m} P(Y^*_i \leq 0) \prod_{i=m+1}^{n} P(Y_i = Y^*_i)$$

$$= \prod_{i=1}^{m} \Phi(-f(X_i,\beta)/\sigma) \prod_{i=m+1}^{n} 1/\sigma\, \phi((Y_i-f(X_i,\beta)/\sigma)$$

in der ϕ eine Normaldichte und Φ eine Normalverteilungsfunktion bezeichnen. $1/\sigma\phi(Y_i-X_i\beta)/\sigma)$ entspricht der Wahrscheinlichkeit, daß der Haushalt i Ausgaben in Höhe der gewünschten Ausgaben Y^*_i tätigt.

Schätzwerte der binären Choice- und Tobit-Modelle erhält man als diejenigen Werte, die die jeweilige (logarithmierte) Likelihood- Funktion maximieren. Allerdings sind in den binären Choice-Modellen nur standardisierte Koeffizienten β/σ identifizierbar. Um eine Identifikation von β zu ermöglichen, ist es üblich $\sigma=1$ anzunehmen. Nur im Tobit-Modell läßt sich sowohl β als auch σ ermitteln. Da die Normalgleichungen für die obigen Choice- und Tobit-Modelle nichtlinear in den Parametern sind, erfolgen die Schätzungen unter Zuhilfenahme eines Iterationsverfahrens, wie der Newton-Raphson-Methode oder dem Verfahren von Berndt, Hall, Hall und Hausman. Ein solches Iterationsverfahren konvergiert aber nur dann zuverlässig gegen ein globales Maximum der logarithmierten Likelihood-Funktion, wenn diese global konkav bezüglich ihrer Parameter ist. OLSEN (1978) hat nachgewiesen, daß diese Bedingung für eine lineare Funktion $f(X_i,\beta)=X_i\beta$ erfüllt ist.

Tobit-Schätzungen sind jedoch sehr rechenzeitaufwendig. HECKMAN (1976) schlägt deshalb alternativ einen Schätzer vor, der wie die Tobit-Schätzung sowohl die Wahrscheinlichkeit des Kaufereignisses $P(Y^*_i>0)$ als auch die Ausgabenhöhe Y_i erklärt, aber insofern einen geringeren Schätzaufwand benötigt, als er die Schätzung soweit wie möglich auf eine Kleinst-Quadrat-Regression reduziert.

Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß das Regressionsmodell $Y_i = f(X_i,\beta)+U_i$ die Konzentration von "Nullbeobachtungen" mißachtet und deshalb verzerrte und inkonsistente Schätzer zur Folge hat. Die Ursache der Inkonsistenz kann auch in der Weise interpretiert werden, daß das Modell $Y_i = f(X_i,\beta)+U_i$ eine spezifische Form von Fehlspezifikation aufweist. Denn in einer Regression $Y_i = f(X_i,\beta)+U_i$ wird angenommen, daß im Mittel die systematische Komponente $f(X_i,\beta)$ gilt, d.h. $E(Y_i) = f(X_i,\beta)$. Tatsächlich ergibt sich in den obigen Modellen – unter der Annahme $U_i \sim n(0,\sigma^2)$ – aber ein Erwartungswert

$$(1) \qquad E(Y_i) = P(Y^*_i>0)\, E(Y_i|Y^*_i>0) + P(Y^*_i\leq 0)\, E(Y_i|Y^*_i\leq 0)$$

$$= (1-\Phi(-f(X_i,\beta)/\sigma))\,[f(X_i,\beta) + \sigma\phi(f(X_i,\beta)/\sigma) \,/\, \Phi(f(X_i,\beta)/\sigma)]$$

für $i=1,..,n$

$$(2) \qquad E(Y_i|Y^*i > 0) = f(X_i,\beta) + E(U_i|U_i/\sigma > -f(X_i,\beta)/\sigma)$$

$$= f(X_i,\beta) + \sigma\phi(f(X_i,\beta)/\sigma) \,/\, \Phi(f(X_i,\beta)/\sigma)$$

für $i=m+1,..,n$

als Erwartungswert unter der Bedingung, daβ nur $i=m+1,\ldots,n$ Haushalte, für die Käufe des Konsumgutes beobachtet werden, berücksichtigt sind.

Die Fehlspezifikation liegt also darin, daβ ein systematischer Modellteil $f(X_i,\beta)$ bestimmte erklärende Variablen vernachlässigt. Wird z.B. die Regression $Y_i = f(X_i,\beta)+U_i$ nur über n-m Haushalte mit beobachteten Kaufereignissen durchgeführt, rührt die Fehlspezifikation daher, daβ die Variable $\phi(f(X_i,\beta)/\sigma)/\Phi(f(X_i,\beta)/\sigma)$ unberücksichtigt bleibt, weil nicht von einem bedingten Erwartungswert (2) als systematische Komponente ausgegangen wird.

Aus dieser Argumentation wird deutlich, daβ konsistente Kleinst-Quadrat-Schätzer möglich sind, wenn anstelle von $f(X_i,\beta)$

– in einer Regression über alle n Haushalte

  $(1-\Phi(-f(X_i,\beta)/\sigma))\,[f(X_i,\beta) + \sigma\phi(f(X_i,\beta)/\sigma) \,/\, \Phi(f(X_i,\beta)/\sigma)]$

  bzw.

– in einer Regression, die nur n-m Haushalte mit Kaufereignissen umfaβt,

  $f(X_i,\beta) + \sigma\phi(f(X_i,\beta)/\sigma) \,/\, \Phi(f(X_i,\beta)/\sigma)$

  als systematischer Modellteil des Regressionsansatzes genommen wird.

HECKMANN (1976) schlägt vor, zunächst mit Hilfe einer Probit-Schätzung die Wahrscheinlichkeiten zu erklären, mit denen für die jeweiligen Haushalte das Kaufereignis eintritt, um anschlieβend auf Grundlage der Probit-Schätzergebnisse $\phi(.)$ und $\Phi(.)$ zu ermitteln, so daβ im zweiten Schritt mittels der oben beschriebenen korrigierten Regressionsgleichungen auch eine Erklärung der Ausgabenhöhe möglich ist. Dabei wird vorausgesetzt, daβ die Kaufentscheidung und die Entscheidung über die Ausgabenhöhe voneinander separierbar sind.

4.4 Eigenschaften der Schätzer und Überprüfung der Modellannahmen

Die Schätzer der binären Choice-, Tobit- und zweistufigen Heckmann-Schätzung sind – unter bestimmten Regularitätsannahmen über die Dichtefunktion – zwar konsistent und asymptotisch normalverteilt, aber von unterschiedlicher Schätzgenauigkeit.

Schätzer der binären Choice-Modelle weisen nur dann die Eigenschaft der asymptotischen Effizienz auf, wenn nicht mehr Informationen vorliegen, als in den Choice-Modellen berücksichtigt sind. Bestehen neben dem Kaufereignis zusätzlich Informationen über die Ausgabenhöhe, kann lediglich die Tobit-Schätzung, die diese Informationen auch verarbeitet, asymptotisch effiziente Schätzer gewährleisten. Die zweistufigen Heckmann-Schätzer sind, so wie oben beschrieben, schon deshalb nicht asymptotisch effizient, als sich zeigen läβt, daβ die Störgröβen der obigen Heckmann-Regressionen einer spezifischen Form von

Heteroskedastizität genügen. Es empfielht sich diese Heteroskedastizität im Rahmen einer gewichteten Schätzung zu berücksichtigen (HECKMANN (1976)). Auf die Weise können die Schätzfehler reduziert werden, doch sind auch derart gewichtete Hechmann-Schätzer noch mit höheren Schätzfehlern behaftet, als es bei Tobit-Schätzern der Fall ist. Simulationsstudien (WALES, WOODLAND (1980); PAARSCH (1984)) zeigen, daβ recht groβe Effizienzunterschiede bestehen können.

Doch selbst die Konsistenzeigenschaft ist für alle diese Schätzer nur garantiert, solange das Modell richtig spezifiziert ist. Ist z.B. die Annahme über die Verteilung der Störgröβe und/oder die unterstellte Homoskedastizität nicht erfüllt, kann auch die Konsistenz im allgemeinen nicht gewährleistet werden, weshalb es unerläβlich ist, die Richtigkeit der Modellannahmen zu überprüfen.

Tests auf allgemeine Fehlspezifikation können in Form eines Fehlspezifikations-Test nach HAUSMANN (1978) oder mit Hilfe des von WHITE (1982) vorgeschlagenen Informationsmatrix-Test erfolgen.

Soll separat die Annahme der Normalverteilung überprüft werden, ist es hilfreich, sich zur Formulierung einer alternativen Verteilung sogenannter Edgeworthreihen

$$(3) \qquad h(U) = \phi(U) + \sum_{r\geq 3}^{\infty} (-1)^r A_r \, (1/r!)(\delta^r \phi(U)/\delta U^r)$$

und

$$(4) \qquad H(U) = \Phi(U) + \sum_{r\geq 3}^{\infty} (-1)^r A_r \, (1/r!)(\delta^r \Phi(U)/\delta U^r)$$

zu bedienen (SMITH (1987)).

Diesen Reihen liegt die Philosophie zugrunde, daβ jede Dichte- bzw. Verteilungsfunktion stets durch jede andere beliebige Dichte- bzw. Verteilungsfunktion und einer Reihe ihrer Ableitungen approximiert werden kann. In den oben dargestellten Reihen (3) und (4) wird eine beliebige allgemeine Dichte h(U) und eine beliebige Verteilungsfunktion H(U) durch eine Normaldichte $\phi(U)$ bzw. eine Normalverteilungsfunktion $\Phi(U)$ und eine Reihe ihrer jeweiligen Ableitungen approximiert. Diese Approximation kann auch in der Weise interpretiert werden, daβ die Normalverteilung im ersten Teil der Edgeworthreihe, die Verteilung wiedergibt, die sich aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes approximativ einstellt, wohingegen der zweite Teil Abweichungen von der Normalität beschreibt, die auftreten, sofern der zentrale Grenzwertsatz in irgendeiner Weise verletzt ist. A_r beschreiben Funktionen von Kumulanten κ.

Die Annahme der Normalverteilung ist insofern einfach zu überprüfen, als sich die Edgeworthreihe als allgemeinere Verteilung H_1 exakt auf den Spezialfall H_0 der Normalverteilung reduziert, sobald die Reihen von Ableitungen entfallen. Dies ist der Fall, wenn sämtliche Kumulanten κ_r der Ordnung $r > 2$ null sind, was als typische Eigenschaft einer jeden (uni- wie multivariaten) Normalverteilung gilt.

Anstatt jedoch alle Kumulanten auf den Wert Null zu überprüfen, beschränkt man sich im allgemeinen auf die Überprüfung der Kumulanten κ_3 und κ_4 und somit auf einen Test lokalen Nichtnormalverhaltens. Lokale Abweichungen von der Normalität lassen sich durch die Edgeworthreihen (3) und (4) beschreiben, wenn diese nach der Ordnung $r \leq 4$ abgebrochen werden:

(5) $$h(U) = \phi(U) + \sum_{r=3}^{4} (-1)^r \kappa_r (1/r!)(\delta^r\phi(U)/\delta U^r)$$

und

(6) $$H(U) = \Phi(U) + \sum_{r=3}^{4} (-1)^r \kappa_r (1/r!)(\delta^r\Phi(U)/\delta U^r)$$

Die Funktionen A_r entsprechen in dem Fall gerade den Kumulanten κ_r, die eng mit den Momenten verbunden sind:

$$\kappa_3 = E(U^3) \quad \text{und} \quad \kappa_4 = E(U^4) - 3$$

Daraus wird ersichtlich, daß ein Test der Hypothese H_0: $\kappa_3=0$ und $\kappa_4=0$ identisch ist mit einem Test auf eine Schiefe von Null und einer Normalkurtosis von 3.

Ein solcher Test kann in der Form von Rao's Score Test mit Hilfe der Teststatistik $\xi=nR^{*2}$ durchgeführt werden, die einer χ^2-Verteilung mit zwei Freiheitsgraden genügt. Dabei bezeichnet n die Anzahl der Beobachtungen und R^{*2} ein modifiziertes Bestimmtheitsmaß

(7) $$R^{*2} = 1 - (\sum_i \varepsilon_i^2)/(\sum_i \varepsilon_i^2) = 1 - (\sum_i \varepsilon_i^2)/n$$

der "Pseudo"-Regression

(8) $$e = Fb + \varepsilon$$

in der ein n-dimensionaler Einsenvektor e auf einen Vektor F regressiert wird, der in seinen Spalten sämtliche Gradienten unter der Hypothese H_0 umfaßt. Die ersten Spalten von F beinhalten die Ableitungen der logarithmierten Likelihood-Funktion nach den Parametern des Modells H_0, die letzten beiden die nach κ_3 und κ_4 unter der Annahme, das Modell H_0 würde gelten.

Die Annahme der Homoskedastizität kann überprüft werden, indem in einem allgemeineren Modell H_1 eine spezielle Form von Heteroskedastizität zugelassen wird. Es mag unterstellt werden, daß zwischen den Individuen die Varianzen der Störgrößen in Abhängigkeit bestimmter Variablen Z_i variiern, z.B. in der Form von $\sigma_i^2=\sigma^2\exp(Z_i\delta)$. Eine Überprüfung der Homoskedastizitätsannahme entspricht in diesem Fall einem Test der Hypothese H_0: $\delta=0$, der ebenfalls als Score-Test durchgeführt werden kann.

Doch was ist zu tun, wenn sich die unterstellten Modellannahmen als falsch erweisen? Ist lediglich die Annahme der Homoskedastizität verletzt, mag ein neues Modell geschätzt werden, daß die bestätigte Form von Heteroskedastizität berücksichtigt. Wird jedoch die Verteilungsannahme abgelehnt, fällt es schwer ein alternatives Modell zu finden. Denn die abgeschnittenen Edgeworthreihen (5) und (6) erlauben zwar, ein lokales Nicht-Normalverhalten zu modellieren, eignen sich aber nicht als alternative Verteilung, da sie im Gegensatz zu den nicht-abgeschnittenen Edgeworthreihen (3) und (4) auch negative Werte annehmen können.

Neuere Lösungsvorschläge laufen darauf hinaus, statt nach einem neuen Modell zu suchen, einen Schätzer zu verwenden, der robust auf diese Art von Fehlspezifikation reagiert. Derartige Schätzer werden z.B. von POWELL (1986) und BUCKLEY und JAMES (1979) vorgeschlagen. Es handelt sich hierbei um nicht-parametrische und semi-parametrische Verfahren.

AMEMIYA, T., (1974), The Nonlinear Two-Stage Least-Square Estimator, Journal of Econometrics, Vol. 2, S. 105-110.

AMEMIYA, T., (1984), Tobit Models: A Survey, in: Journal of Econometrics, Annals 1984-1, A Supplement to the Journal of Econometrics, Censored or Truncated Regression Models, edited by T. Amemiya, Vol. 24, No.1/2, S. 3-61.

BLUNDELL, R., (1988), Consumer Behaviour, Theory and Empirical Evidence – A Survey, Economic Journal, Vol. 88, S. 16-65.

BROWNING, M., A. DEATON and M. IRISH, (1985), A Profitable Approach to Labor-Supply and Comodity Demand over the Life Cycle, Econometrica, Vol. 53, S. 503-544.

BROWNING, M., (1987), A Simple Non-Additive Class of Intertemporal Preferences, Disc. Paper, McMaster University, Hamilton (Canada).

BUCKLEY, J. and I. JAMES, (1979), Linear Regression with Censored Data, in Biometrika, 66, S. 429-436.

CUMBY, R.E., J. HUIZINGA, M. OBSTFELD, (1983), Two-Step Two-Stage Least Squares Estimation in Models with Rational Expectations, Journal of Econometrics, Vol. 21, S.333-355.

DEATON, A. and J. MUELLBAUER, (1980), An Almost Ideal Demand System, American Economic Review, Vol. 70, S. 312-326.

DIEWERT, E., (1971), An Generalized Leontief Production Function, Journal of Political Economy, Vol. 79, S. 481-507.

ENGLE, R.F. and C.W. GRANGER, (1987), Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing in: Econometrica, Vol. 55, S. 251-276.

FLAVIN, M., (1981), The Adjustment of Consumption to changing Expectations about Future Income, Journal of Political Economy, Vol. 89, S. 974-1009.

HALL, R., (1978), Stochastic Implication of the Life-Cycle Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence, JOPE, Vol. 86, S. 971-988.

HANSEN, G., (1984), Der Einfluβ von Zinsen und Preisen auf die Ersparnis und die Nachfrage nach dauerhaften Gütern in der Bundesrepublik, Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, 104. Jahrgang, S. 227-245.

HANSEN, G., (1985), Die Nachfrage nach nichtdauerhaften Gütern in der Bundesrepublik, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, S.27-40.

HANSEN, G., (1988), Der Einfluβ der realen Faktorpreise und der Geld- und Fiskalpolitik auf Wachstum und Inflation in der Bundesrepublik, Arbeiten aus dem Institut für Statistik und Ökonometrie der Universität Kiel, Nr. 41/1988.

HANSEN, G., (1988), Analyse ökonomischer Gleichgewichte und cointegrierter Zeitreihen, erscheint im Allgemeinen Statistischen Archiv, 1988.

HANSEN, G. und H.-P. SIENKNECHT, (1988), A Comparison of Demand Systems, erscheint in Empirical Economics.

HANSEN, L.P., (1982), Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators, Econometrica, Vol. 50, S. 1029-1054.

HANSEN, L.P. and K.L. SINGLETON, (1982), Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models, Econometrica, Vol. 50, S. 1269-1286.

HAUSMANN, J.A., (1978), Specification Test in Econometrics, in: Econometrica, Vol. 46, No. 6, S. 1251-1271.

HECKMANN, J.J., (1976), The Common Structure of Statistical Models of Truncation, Sample Selection, and Limited Dependent Variables and a Simple Estimator for such Models, in: Annals of Economic and Social Measurement, 5, S. 475-492.

KUGLER, P., and U. MÜLLER, (1987), Nonneutral Technical Change, Adjustment Costs and Rational Expectations: Empirical Results for West Germany, Paper presented at the Econometric Society Meeting, Copenhagen, 1987.

MUELLBAUER, J., (1983), Surprises in the Consumption Function, Economic Journal, S. 34-50.

OLSEN, R.J., (1978), Note on the Uniqueness of the Maximum Likelihood Estimator for the Tobit Model, in: Econometrica, 46, S. 1211-1215.

PAARSCH, H.J., (1984), A Monte Carlo Comparison of Estimators for Censored Regression Models, in: Journal of Econometrics, 24, S. 197-213.

PHLIPS, L. and F. SPINNEWYN, (1981), Rational and Myopic Demand Systems, in: Advances in Econometrics, ed. by R. Bassmann and J. Rhodes, IAT-Press.

POLLAK, R.A., (1970), Habit Formation Demand Functions, JOPE, Vol. 78, S. 77-78.

POLLAK, R.A. and T.-J. WALES, (1980), Comparison of the Quadratic Expenditure and Translog Demand Systems with Alternative Specifications of Demographic Effects, in: Econometrica, Vol. 48, S. 595-612.

POWELL, J.L., (1986), Symmetrically Trimmed Least Square Estimation for Tobit Models, in: Econometrica, 54, S. 1435-1460.

PINDYCK, R. and J. ROTEMBERG, (1983), Dynamic Factor Demands and the Effects of Energy Price Shocks, American Economic Review, Vol. 73, S. 1066-1079.

PINDYCK, R. and J. ROTEMBERG, (1983), Dynamic Factor Demands under Rational Expectations, Scandinavian Journal of Economics, Vol. 85, S. 223-238.

SIENKNECHT, H.-P., (1986), Probleme der Konstruktion und Überprüfung ökonometrischer Modelle der Konsumgüternachfrage, Schriften zur angewandten Ökonometrie, Heft 17, Haag + Herchen Verlag, Franfurt/M.

SMITH, R.J., (1987), Testing the Normality Assumption in Multivariate Simultaneous Limited Dependent Variable Models, in: Journal of Econometrics, 34, S. 105-123.

STONE, J.R.N., (1954), Linear Expenditure Systems and Demand Theory, An Application to the Pattern of British Demand, Economic Journal, Vol. 64, S. 511-527.

WALES, T.J. and WOODLAND, A.D., (1980), Sample Selectivity and the Estimation of Labor Supply Functions, in: International Economic Review, 2, S. 437-468.

WEGENER, R., (1987), Makroökonometrische Investitionsmodelle auf der Grundlage der neoklassischen Theorie – Eine empirische Untersuchung der Bruttoinvestitionsausgaben der Wirtschaftssektoren der Bundesrepublik Deutschland.

WEISSENBERGER, E., (1986), An Intertemporal System of Dynamic Consumer Demand Functions, European Economic Review, Vol. 30, S. 859-892.

WICHENS, M. and H. MOLANA, (1984), Stochastic Life-Cycle Theory with Varying Interest Rates and Prices, Economic Journal, Vol. 94, S. 133-147.

WHITE, H., (1982), Maximum Likelihood Estimation in Misspecified Models, in: Econometrica, 50, S. 1-25.

WOLTERS, J., (1987), Konsum und Einkommen: Theoretische Entwicklungen und empirische Ergebnisse für die BRD, in: Franz, Wolters, Gaab, Theoretische und Angewandte Wirtschaftsforschung, Heidelberg, 1988, S. 162-182.