



**AgEcon** SEARCH  
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

*The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library*

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

---

Goetz, R. U.: Bodenerosion und See-Eutrophierung: Agrarpolitische Ansatzpunkte für eine umweltschonende Agrarstruktur. In: Kirschke, D.; Odening, M.; Schade, G.: Agrarstrukturentwicklungen und Agrarpolitik. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Band 32, Münster-Hiltrup: Landwirtschaftsverlag (1996), S.105-115.

---



## **BODENEROSION UND SEE-EUTROPHIERUNG: AGRARPOLITISCHE ANSATZPUNKTE FÜR EINE UMWELTSCHONENDE AGRARSTRUKTUR**

von

R. U. GOETZ\*<sup>1</sup>

### **1 Einleitung**

In den letzten Jahrzehnten nahm die Verschmutzung von Oberflächengewässern, verursacht durch Schadstofffrachten aus diffusen Quellen, zu. Insbesondere die Landwirtschaft trägt einen größeren Anteil an diesen Schadstofffrachten in Form von Stickstoff, Phosphor und Pestiziden bei. Gemäß Schätzungen von RIBAUDO (1989) verursachen die Verschmutzungen von Oberflächengewässern in den USA jährliche Schäden in Höhe von 9 Milliarden US-Dollar. Sowohl die Messung der Schadstofffrachten einzelner Landwirte als auch ihre Herleitung aufgrund des beobachteten Einsatzes von Produktionsmitteln bzw. der gemessenen Wasserqualität ist zumeist technisch nicht möglich oder zu teuer. Aufgrund dieser Gegebenheiten kann nicht auf die üblichen umweltpolitischen Maßnahmen, wie z.B. Besteuerung oder Festlegung von Grenzwerten bezüglich der Schadstofffrachten, zurückgegriffen werden. Statt dessen rücken indirekte umweltpolitische Maßnahmen, die auf landwirtschaftliche Produkte, bestimmte Produktionsmittel oder die Wasserqualität ausgerichtet sind, in den Mittelpunkt des Interesses. Indirekte umweltpolitische Maßnahmen dürften aber nur als unvollständiger Ersatz für direkte umweltpolitische Maßnahmen gelten, die auf die Höhe der Schadstofffrachten abzielen.

Dieser Beitrag ist darauf ausgerichtet, die Gestaltung effizienter umweltpolitischer Maßnahmen zu diskutieren, die aufgrund spezifischer räumlicher Information sowohl zielgenau als auch leicht durchsetzbar sind. Insbesondere schlagen wir umweltpolitische Maßnahmen vor, die auf bestimmte Landzonen ausgerichtet sind. Im Mittelpunkt der Analyse steht der Abtrag von Phosphor, P, von landwirtschaftlich genutzten Flächen, die im Wassereinzugsbereich eines Binnensees liegen. P-Ladungen oberhalb der permanenten Festlegungsrate von P im Sediment des Sees führen zu exzessivem Wachstum des Phytoplanktons und folglich zu anaeroben Bedingungen. Aufgrund dessen sinkt der Nutzungswert des Sees für kommerzielle als auch für freizeitliche Zwecke, verringert sich die biologische Diversität, und die Kosten der Wasseraufbereitung für Trinkwasser oder industrielle Zwecke steigen (HOLMES 1988).

Im Gegensatz zu Stickstoff ist P durch Anion-Adsorption zumeist fest an Bodenpartikel gebunden. Von daher sind P-Abträge im überwiegenden Maße nicht in Lösung, sondern an erodierte Bodenpartikel gebunden<sup>2</sup>. Dementsprechend sind Kontrollstrategien zur Verringe-

---

\* Dr. Renan U. Goetz, ETH Zürich, Institut für Agrarwirtschaft (IAW), Sonnegstraße 33, CH-8092 Zürich

<sup>1</sup> Für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit dankt der Autor den Schweizerischen Nationalfonds.

<sup>2</sup> Die verschiedenen Phasen des Phosphors - lösliche und partikuläre (feste) - dienen beide als Quelle für bioverfügbaren Phosphor. Während partikulärer Phosphor grundsätzlich als langfristige Quelle angesehen werden kann, so dient löslicher Phosphor als unmittelbare Quelle für bioverfügbaren Phosphor. Im Rahmen dieses Beitrages betrachten wir ausschließlich bioverfügbaren Phosphor, aber unterscheiden nicht, welchen Ursprungs der bioverfügbare Phosphor ist.

rung von P-Abträgen mit denen zur Verringerung der Bodenerosion identisch bzw. sehr ähnlich. Neben betriebsspezifischen Kontrollstrategien können auch seeinterne Maßnahmen, wie z. B. eine Zwangszirkulation und Belüftung des Sees oder auch das Ausbaggern des Seesedimentes vorgenommen werden, um den P-Gehalt des Sees zu reduzieren (FAST, 1978).

In vielen industrialisierten Ländern haben P-Ladungen von landwirtschaftlich genutzten Flächen zugenommen, während P-Ladungen von nicht-diffusen Quellen aufgrund wirksamer Kontrollstrategien abgenommen haben (COMMITTEE ON LONG-RANGE SOIL AND WATER CONSERVATION POLICY 1993). Für den Sempacher See (Schweiz) z.B. stieg der Anteil der P-Ladungen, die von landwirtschaftlich genutzten Flächen stammen, von 20 % im Jahre 1967 auf 80 % im Jahre 1988 (GÄCHTER und STADELMANN 1993). In der Bilanz zeigt sich jedoch, daß viele Seen weiterhin eutroph sind (SAS und VERMIJ 1989) und eine Reduktion der P-Ladungen von landwirtschaftlich genutzten Flächen unumgänglich ist, um vom Gesetzgeber vorgegebene Grenzwerte bezüglich der Wasserqualität einzuhalten (STADELMANN 1988; BOGESS, LACEWELL und ZILBERMAN 1993).

Während Agrarökonomien die optimale intertemporale Nutzung des Bodens eines landwirtschaftlichen Betriebes intensiv analysierten (MIRANOWSKI 1993), haben sie den Folgeschäden der Bodenerosion bisher wenig Beachtung geschenkt. JOHNSEN (1993) analysierte die Kosteneffizienz verschiedener P-Kontrollstrategien, nimmt jedoch dabei an, daß das Land bezüglich der Gefährdung von P-Abträgen homogen ist. LAL et al. (1991) berücksichtigen den räumlichen Aspekt von P-Abträgen und entwickelten ein computergestütztes, regionales Entscheidungsmodell für den See Okeechobee, mit dessen Hilfe Strategien entwickelt werden können, die es ermöglichen, einen vorgegebenen Gehalt an Phosphor zu realisieren. Dieses Entscheidungsmodell basiert jedoch auf einer statischen Bilanzierung des Phosphors und trifft keine Aussagen über die optimale Allokation des Landes bezüglich verschiedener Nutzungsformen. Unter Beachtung des dynamischen Charakters des Problems, gegeben durch den Phosphor, der den biologischen Kreisläufen im See zur Verfügung steht, analysieren wir die optimale Allokation landwirtschaftlicher Produktionsverfahren in bezug auf den Raum und die Zeit.

## 2 Das ökonomische Modell

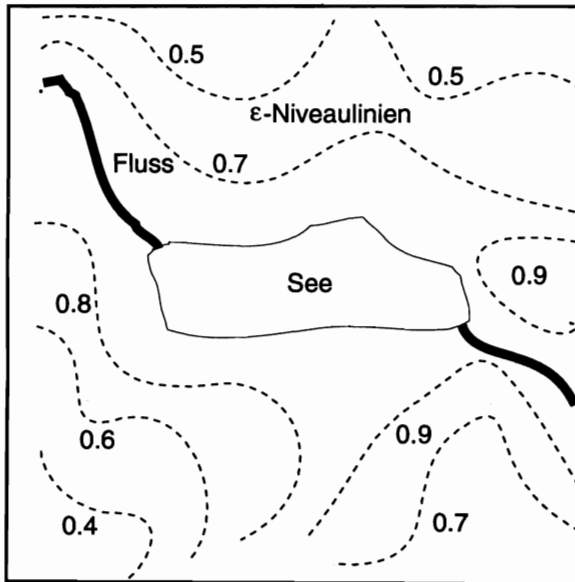
Der Deckungsbeitrag zweier unterschiedlicher landwirtschaftlicher Aktivitäten sei gegeben durch  $b_i$ ,  $i = 1, 2$ . Der Anteil des Landes, verwendet für die Aktivität 1, wird mit  $x$  bezeichnet und der verbleibende Anteil des Landes, genutzt für die Aktivität 2, mit  $1 - x$ . Dabei nehmen wir an, daß die gesamte landwirtschaftliche Nutzfläche innerhalb des Einzugsgebietes des Sees landwirtschaftlich genutzt wird und durch die Wahl einer geeigneten Einheit auf eins normiert werden kann. Darüber hinaus nehmen wir an, daß die Landwirte ihre Deckungsbeiträge maximieren und alle Preise exogen sind. Daher sind  $b_i$ ,  $i = 1, 2$  für alle Landwirte innerhalb des Wassereinzugsgebietes des Sees identisch. Die landwirtschaftlichen Aktivitäten 1 und 2 könnten verschiedene Fruchtfolgen kennzeichnen, wie z.B. eine Hackfrucht- und eine Getreidebetonte Fruchtfolge. Gleichfalls könnte Aktivität 1 den Anbau einer Kultur oder Fruchtfolge ohne eine spezielle Kontrollstrategie zur Reduktion der P-Abträge repräsentieren, während Aktivität 2 den Anbau der gleichen Kultur oder Fruchtfolge repräsentiert, jedoch verbunden mit einer speziellen Kontrollstrategie.

Der ökonomische Schaden, der durch übermäßiges Wachstum des Phytoplanktons, insbesondere in Form von Algen entsteht, wird durch die Schadensfunktion  $d(p)$  abgebildet, wobei  $p$  die Konzentration bioverfügbaren Phosphors im See mißt. Da der ökonomische Schaden auf die Region beschränkt ist, die im wirtschaftlichen Austausch mit dem Wassereinzugsgebiet des Sees steht, ist davon auszugehen, daß  $d(p)$  begrenzt ist. Von daher schlagen wir eine konvex-konkave Schadensfunktion mit den folgenden Eigenschaften vor:

$d(0) = 0$ ,  $d'(0) = 0$ ,  $d''(\hat{p}) = 0$ ;  $d'(p) > 0$ , für  $0 < p < \hat{p}$ ;  $d''(p) > 0$ , für  $0 < p < \bar{p}$ ;  $d''(p) < 0$ , für  $\bar{p} < p < \hat{p}$ , wobei  $\bar{p}$  die Gleichung  $d''(p) = 0$  erfüllt, und  $\hat{p}$  leitet sich aus der maximalen Biomasse ab, die im See lebensfähig ist.

Die P-Ladung von einem bestimmten Punkt der landwirtschaftlichen Nutzfläche innerhalb des Wassereinzugsgebietes des Sees hängt ab von der Wasserzuflußrate, spezifischen Eigenschaften des Sees und bestimmten Eigenschaften des Bodens im Zusammenhang mit kulturtechnischen Maßnahmen, wie z.B. das Erosions- und Abschwemmungspotential, der P-Gehalt des Bodens und die angebaute Kultur. Für die Beurteilung des Risikos von P-Abträgen von landwirtschaftlich genutzten Flächen, die zu einer Verminderung der Wasserqualität führen, sollten alle obengenannten Faktoren berücksichtigt werden. Eine derartige Risikobeurteilung wird gegenwärtig vom United States Department of Agriculture - Soil Conservation Service für die Entwicklung eines P-Indexes vorgenommen (SHARPLEY und HALVORSON 1994). Der P-Index (Gewichtungsfunktion) erlaubt es, jedem Punkt im Raum des Wassereinzugsgebietes einen potentiellen P-Abtrag für eine gegebene Kultur und Anbautechnik zuzuweisen. Die Gewichtungsfunktion für eine bestimmte Kultur  $i$ , verbunden mit einer bestimmten Anbautechnik, wird mit  $\alpha^i(\epsilon)$  bezeichnet, wobei  $\epsilon$  einen abgeleiteten P-Index bezeichnet, der jedem Punkt im Raum des Wassereinzugsgebietes einen potentiellen P-Abtrag unabhängig von der angepflanzten Kultur und der damit verbundenen Anbautechnik zuweist. Von daher kann das Wassereinzugsgebiet des See durch 'e - Niveaulinien' klassifiziert werden, die den potentiellen P-Abtrag, basierend auf den natürlichen Eigenschaften des Landes und des Sees, unabhängig von der landwirtschaftlichen Nutzung des Landes widerspiegeln.

Abbildung 1: Niveaulinien des P-Indexes  $\epsilon$



In der Abbildung 1 ist eine derartige Klassifizierung des Landes exemplarisch dargestellt, wobei die Gefährdung des Sees durch P-Abträge mit Höhe des  $\epsilon$  - Wertes zunimmt. Die P-Frachten von  $x$  und  $1 - x$  sind daher durch  $\alpha^1(\epsilon)$  und  $\alpha^2(\epsilon)$  gegeben. Um ein sinnvolles Pro-

blem zu analysieren, nehmen wir an, daß  $b_1 < b_2$ , und  $\alpha^1(\epsilon) < \alpha^2(\epsilon)$ . Weiterhin definieren wir  $\alpha^1(0) = \alpha^2(0) = 0$  und  $0 < \frac{d\alpha^1}{d\epsilon} < \frac{d\alpha^2}{d\epsilon}$ , so daß sich die Funktionen  $\alpha^1(\epsilon)$  und  $\alpha^2(\epsilon)$  für  $\epsilon > 0$  nicht schneiden und der Wert von  $|\alpha^1(\epsilon) - \alpha^2(\epsilon)|$  mit dem Wert von  $\epsilon$  zunimmt.

Die Dynamik der P-Konzentration im See ist nunmehr gegeben durch:

$$(1) \quad \frac{dp(t, \bar{\epsilon})}{dt} = \int_0^{\bar{\epsilon}} (\alpha^1(\epsilon)x(t, \epsilon) + \alpha^2(\epsilon)(1-x(t, \epsilon)))g(\epsilon) d\epsilon - \zeta p(t, \bar{\epsilon}),$$

wobei  $\bar{\epsilon}$  den oberen Wert des P-Indexes, basierend auf der natürlichen Variabilität des Landes, und  $g(\epsilon)$  eine Dichtefunktion darstellen. Entsprechend der Arbeit von CLASEN et al. (1989) wird der Entwicklungspfad von  $p$  als lineare Funktion von  $p$  abgebildet, und  $\zeta$  stellt die permanente Festlegungsrate von  $p$  im Seesediment dar.

### 3 Die optimale Strategie für eine Sanierung des Sees aus ökonomischer Sicht

Es wird angenommen, daß ein sozialer Planer existiert, der die Deckungsbeiträge unter Berücksichtigung des ökonomischen Schadens als Folge eines hohen P-Gehaltes im See maximiert. Zusätzlich wird davon ausgegangen, daß der soziale Planer einen Grenzwert,  $p_T$ , bezüglich  $p$  festlegt, der am Ende des Planungszeitraums,  $T$ , eingeführt wird. Der soziale Planer grenzt seine Analyse auch auf eine beschränkte Anzahl von Zonen ein und analysiert nicht unendlich viele Punkte im Raum, gegeben durch  $\epsilon \in [0, \bar{\epsilon}]$ . Die Zonen werden mit Hilfe des P-Indexes auf der Basis möglichst geringer Variation von  $\epsilon$  innerhalb einer Zone gebildet. Von daher ist es möglich, durchsetzbare umweltpolitische Maßnahmen zu definieren, die spezifisch für einzelne Zonen gelten, wie z.B. Schutzmaßnahmen in bezug auf Bodenerosion und P-Abträge oder eine Begrenzung des Anteils von Hackfrüchten in der Fruchtfolge. Da die qualitativen Eigenschaften der Lösung des ökonomischen Problems im Vordergrund stehen, begrenzen wir unsere Analyse ohne Einschränkung der Allgemeinheit auf den Fall von zwei Zonen. Das Entscheidungsproblem des sozialen Planers läßt sich nun wie folgt definieren:

$$\max_{x_1(t), x_2(t)} \int_0^T \exp^{-\delta t} \left( \sum_{i=1}^2 (b_i x_i(t) + b_2(1-x_i(t)))g_i - d(p(t)) \right) dt, \quad (P)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{p} = \sum_{i=1}^2 (\alpha_i^1 x_i(t) + \alpha_i^2 (1-x_i(t)))g_i - \zeta p(t)$$

$$p(0) = p_0, \quad p(T) \leq p_T, \quad x_i \in [0, 1], \quad i=1, 2,$$

wobei der tiefgestellte Index der Variablen  $x(t)$ ,  $\alpha^1$ ,  $\alpha^2$  und  $g$  die jeweilige Zone bezeichnet,  $\delta > 0$  steht für die soziale Diskontrate, und ein Punkt über einer Variablen kennzeichnet den Operator  $\frac{d}{dt}$ . Zur Vereinfachung der Notation wird das Argument  $t$  der Variablen  $p$ ,  $x_1$ ,  $x_2$

sowie der später eingeführten Variablen  $\lambda$ ,  $\phi_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  nur angegeben, wenn es für eine zweifelsfreie Notation notwendig erscheint.

Unter Verwendung des Maximumprinzips von Pontryagin in Form des Gegenwartswertes ergibt sich die Hamiltonfunktion:

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^2 (b_i x_i + b_2(1-x_i))g_i - d(p) + \lambda \left( \sum_{i=1}^2 (\alpha_i^1 x_i + \alpha_i^2 (1-x_i))g_i - \zeta p \right)$$

und unter Berücksichtigung der Restriktionen in bezug auf die Kontrollvariablen die folgende Lagrangefunktion:

$$(2) \quad \mathcal{L} = \sum_{i=1}^2 (b_1 x_i + b_2 (1-x_i)) g_i - d(p) + \lambda \left( \sum_{i=1}^2 (\alpha_1^1 x_i + \alpha_1^2 (1-x_i)) g_i - \zeta p \right) \\ + \phi_1 x_1 + \phi_2 x_2 + \phi_3 (1-x_1) + \phi_4 (1-x_2).$$

Die notwendigen Bedingungen für eine Lösung des Problems (P), gemäß Proposition 6.1 und Korollar 2.1 von FEICHTINGER und HARTL (1986), sind gegeben durch:

$$(3) \quad \mathcal{L}_{x_1} = (b_1 - b_2) g_1 + \lambda (\alpha_1^1 - \alpha_1^2) g_1 + \phi_1 - \phi_3 = 0$$

$$(4) \quad \mathcal{L}_{x_2} = (b_1 - b_2) g_2 + \lambda (\alpha_2^1 - \alpha_2^2) g_2 + \phi_2 - \phi_4 = 0$$

$$(5) \quad \dot{\lambda} = \lambda \delta - \mathcal{H}_p = \lambda (\delta + \zeta) + d'(p)$$

$$(6) \quad \dot{p} = \sum_{i=1}^2 (\alpha_1^1 x_i + \alpha_1^2 (1-x_i)) g_i - \zeta p, \quad p(0) = p_0.$$

wobei eine tiefgestellte Variable die entsprechende partielle Ableitung kennzeichnet. Die Transversalitätsbedingung nimmt die folgende Form an

$$(7) \quad \lambda(T) \leq 0, \quad p(T) - p_T \leq 0, \quad \lambda(T)[p(T) - p_T] = 0,$$

mit komplementärem Schlupf für die Gleichung rechter Hand.

Die Kozustandsvariable  $\lambda$ , assoziiert mit dem Entwicklungspfad von  $p$ , spiegelt die Höhe der Schattenkosten der P-Konzentration im See wider. Da mit der Höhe von  $p$  auch der ökonomische Schaden zunimmt, muß  $\lambda < 0$  gelten. Die notwendige Bedingung (3) im Falle einer inneren Lösung ( $\phi_1 = \phi_3 = 0$ ) zeigt an, daß die Allokation des Landes in bezug auf die beiden landwirtschaftlichen Aktivitäten optimal ist, wenn die Deckungsbeiträge, abzüglich der Schattenkosten für beide Aktivitäten, gleich sind. Im Falle einer Randlösung entspricht der Lagrangemultiplikator der bindenden Restriktion der Differenz zwischen den Deckungsbeiträgen der beiden landwirtschaftlichen Aktivitäten abzüglich der Schattenkosten. Die gleiche ökonomische Interpretation gilt auch für die Zone 2 entsprechend der notwendigen Bedingung (4).

Für die Bestimmung des Lösungspfades für  $x_1$  und  $x_2$  legt die Linearität von  $\mathcal{H}$  in  $x_1$  und  $x_2$  nahe, Umschaltfunktionen,  $\sigma_{x_1}$  und  $\sigma_{x_2}$ , zu definieren. Diese Funktionen sind gegeben durch:

$$(8) \quad \mathcal{H}_{x_1} \equiv \sigma_{x_1} \equiv (b_1 - b_2) g_1 + \lambda (\alpha_1^1 - \alpha_1^2) g_1 \leq 0$$

$$(9) \quad \mathcal{H}_{x_2} \equiv \sigma_{x_2} \equiv (b_1 - b_2) g_2 + \lambda (\alpha_2^1 - \alpha_2^2) g_2 \leq 0.$$

Dementsprechend wird die Hamiltonfunktion maximiert, wenn  $x_1$  und  $x_2$  gemäß den folgenden Kriterien gewählt werden.

$$(10) \quad x_1 = \begin{pmatrix} 1 & , \sigma_{x_1} > 0 \\ x_1 \in [0,1] & , \sigma_{x_1} = 0 \\ 0 & , \sigma_{x_1} < 0 \end{pmatrix} \quad x_2 = \begin{pmatrix} 1 & , \sigma_{x_2} > 0 \\ x_2 \in [0,1] & , \sigma_{x_2} = 0 \\ 0 & , \sigma_{x_2} < 0 \end{pmatrix}.$$



In beiden Zonen wird nur die landwirtschaftliche Aktivität 1 durchgeführt, wenn der Deckungsbeitrag dieser landwirtschaftlichen Aktivität, abzüglich der Schattenkosten, größer ist als der Deckungsbeitrag der Aktivität 2, abzüglich der Schattenkosten. Die exklusive Wahl der landwirtschaftlichen Aktivität 2 in beiden Zonen ( $x_i = 0, i = 1, 2$ ) läßt sich analog erklären.

Von der Theorie der optimalen Kontrolle ist bekannt, daß der singuläre Pfad ( $\sigma_{x_i} = 0, i = 1, 2$ ), vorausgesetzt daß er existiert, so rasch als möglich angestrebt wird. Von daher ergibt sich die erste Proposition.

*Proposition 1:* Das Gleichgewicht der Gleichungen (5) und (6) unter Beachtung der Gleichungen (3) und (4) ist mit einem singulären Pfad identisch, und zumindest eine der Kontrollvariablen nimmt einen Randwert an.

*Beweis:*

Wir nehmen an, daß ein singulärer Pfad existiert, der nicht mit dem Gleichgewicht identisch ist. Somit sollte die Umschaltfunktion auf einem Zeitintervall positiver Länge den Wert Null annehmen, und es muß  $\dot{\sigma}_{x_1} = \dot{\lambda} = 0, \dot{\sigma}_{x_2} = \dot{\lambda} = 0$  gelten. Die Tatsache, daß  $\dot{\lambda} = 0$  gilt, widerspricht jedoch unserer Annahme, und wir können somit folgern, daß jeder singuläre Pfad mit dem Gleichgewicht identisch ist.

Ein Gleichgewicht, in dem beide Kontrollvariablen im Inneren ihres Definitionsbereiches liegen, impliziert gemäß Gleichung (3) und (4), daß  $\alpha_1^1 - \alpha_1^2 = \alpha_2^1 - \alpha_2^2$ . Dies widerspricht jedoch unseren Annahmen in bezug auf  $\alpha_i^j, i, j = 1, 2$  und wir können daher feststellen, daß Werte bezüglich  $x_j \in (0, 1)$  und  $x_2 \in (0, 1)$  kein optimales Gleichgewicht repräsentieren können.  $\square$

Die nächste Proposition definiert die optimalen Entwicklungspfade von  $x_1$  und  $x_2$ .

*Proposition 2:* Die raschest mögliche Annäherung an das Gleichgewicht erfolgt durch genau einen der folgenden Pfade.

$$(11) \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, & \frac{b_1 - b_2}{\alpha_1^1 - \alpha_1^2} < -\lambda \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & \frac{b_1 - b_2}{\alpha_2^1 - \alpha_2^2} < -\lambda < \frac{b_1 - b_2}{\alpha_1^1 - \alpha_1^2} \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \frac{b_1 - b_2}{\alpha_2^1 - \alpha_2^2} > -\lambda \end{pmatrix}$$

*Beweis:*

Gemäß unseren Annahmen gilt  $|\alpha_1^1 - \alpha_1^2| < |\alpha_2^1 - \alpha_2^2|$  und demzufolge auch  $\frac{b_1 - b_2}{\alpha_1^1 - \alpha_1^2} > \frac{b_1 - b_2}{\alpha_2^1 - \alpha_2^2}$ . Für

den Fall  $x_1 = x_2 = 1$  ergeben die Gleichungen (3) und (4), daß  $\frac{b_1 - b_2}{\alpha_1^1 - \alpha_1^2} < -\lambda$  bzw.  $\frac{b_1 - b_2}{\alpha_2^1 - \alpha_2^2} < -\lambda$ .

Somit ist  $\frac{b_1 - b_2}{\alpha_1^1 - \alpha_1^2} < -\lambda$  eine hinreichende Bedingung dafür, daß  $x_1 = x_2 = 1$  einen optimalen

Lösungspfad darstellt. Die Bedingungen für die übrigen Pfade der raschest möglichen Annäherung an ein Gleichgewicht lassen sich in analoger Weise herleiten, und wir verzichten daher auf eine Fortsetzung des Beweises in dieser Richtung.

Eine Sequenz der Pfade gemäß Proposition 2 kann nicht optimal sein, da der Wechsel der Pfade im Widerspruch zum Grundsatz der raschest möglichen Annäherung an ein Gleichgewicht steht.  $\square$

Proposition 2 macht auch deutlich, daß  $x_1 = 1$  und  $x_2 = 0$  keinen optimalen Lösungspfad darstellt. Gemäß den Gleichungen (3) und (4) müßten in diesem Fall die Ungleichungen  $\frac{b_1 - b_2}{\alpha_1^1 - \alpha_1^2} < -\lambda$  und  $\frac{b_1 - b_2}{\alpha_2^1 - \alpha_2^2} < -\lambda$  simultan gelten. Dies steht jedoch im Widerspruch zu unseren Annahmen bezüglich  $\alpha_j^i, i, j = 1, 2$ . Von daher kann eine Agrarpolitik, die den Ausbau einer stark phosphorabtragenden Kultur in einer gefährdeten Zone fördert, nicht optimal sein. Hierunter fällt beispielsweise die Förderung des Getreideanbaues in Berggebieten im Einzugsbereich eines Binnensees.

Ist der anfängliche Gehalt an Phosphor im See hoch, so führt dies auch zu hohen Schattenkosten, und gemäß Proposition 2 ist der optimale Pfad durch  $x_1 = x_2 = 1$  gegeben. Dieser Pfad wird so lange beibehalten, bis der Gleichgewichtszustand, identisch mit dem singulären Pfad, erreicht ist.

Die nächste Proposition beleuchtet die qualitativen Eigenschaften des Gleichgewichtszustandes. Gemäß Proposition 1 nimmt  $x_i, i = 1, 2$  zumindest in einer Zone einen Randwert an. Der Fall, daß  $x_i, i = 1, 2$  in beiden Zonen einen Randwert annimmt, erscheint als sehr speziell und wird in diesem Beitrag nicht weiter verfolgt. Proposition 3 analysiert daher die möglichen Gleichgewichtszustände, wenn  $x_i, i = 1, 2$  in einer Zone im Inneren seines Definitionsbereiches liegt und in der anderen Zone auf dem Rand.

*Proposition 3:* Wenn  $x_i \in (0, 1)$  und  $x_j \notin (0, 1)$ , für  $i, j = 1, 2$  und  $i \neq j$ , dann sind die folgenden zwei Gleichgewichtszustände möglich:

$$(12) \quad x_1 \in (0, 1) \text{ und } x_2 = 1, \quad \text{oder} \quad x_1 = 0 \text{ und } x_2 \in (0, 1)$$

*Beweis:*

Wir betrachten den Fall, daß  $x_1 \in (0, 1)$  und  $x_2 = 1$ . Die Gleichungen (3) und (4) ergeben daher

$$(13) \quad \mathcal{L}_{x_1} = b_1 - b_2 + \lambda (\alpha_1^1 - \alpha_1^2) = 0$$

$$(14) \quad \mathcal{L}_{x_1} = b_1 - b_2 + \lambda (\alpha_2^1 - \alpha_2^2) - \frac{\phi_4}{g_2} = 0$$

Aus der Gleichung (13) erhalten wir  $\lambda = \frac{b_1 - b_2}{\alpha_1^1 - \alpha_1^2}$  und verwenden diesen Ausdruck in (14).

Somit resultiert:

$$(15) \quad (b_1 - b_2) \left( 1 - \frac{\alpha_2^1 - \alpha_2^2}{\alpha_1^1 - \alpha_1^2} \right) = \frac{\phi_4}{g_2}$$

Da der Bruch in Gleichung (15) strikt größer als eins ist, nimmt die linke wie auch die rechte Seite der Gleichung ein positives Vorzeichen an. Demzufolge ist Gleichung (15) für ein  $\phi_4 > 0$  lösbar und  $x_1 \in (0, 1)$  und  $x_2 = 1$  ist ein zulässiges Gleichgewicht. Im Gegensatz hierzu ist  $x_1 \in (0, 1)$  und  $x_2 = 0$  kein zulässiges Gleichgewicht. Zur Verifikation dieser Behauptung wird  $\phi_4 = \phi_2$  gesetzt, um die Restriktion bezüglich des neuen Randwertes von  $x_2$  entsprechend zu berücksichtigen. Da sich die Vorzeichen der linken und der rechten Seite der Gleichung (15) jetzt nicht mehr entsprechen, existiert keine Lösung dieser Gleichung für ein  $\phi_2 > 0$ , und die Behauptung ist somit bewiesen. In der gleichen Art und Weise läßt sich auch zeigen, daß  $x_1 = 0$  und  $x_2 \in (0, 1)$  ein zulässiges und  $x_1 = 1$  und  $x_2 \in (0, 1)$  kein zulässiges Gleichgewicht darstellen.

Proposition 3 zeigt, daß eine ökonomisch sinnvolle Politik eine stark phosphorabtragende Aktivität in der weniger gefährdeten Zone beläßt und eine schwach phosphorabtragende Aktivität in der gefährdeten Zone einsetzt. Eine stark phosphorabtragende Aktivität wird in ei-

ner gefährdeten Zone nur dann eingesetzt, wenn diese Aktivität bereits vollumfänglich in der weniger gefährdeten Zone Verwendung findet.

Von den beiden möglichen Gleichgewichtszuständen analysieren wir den Fall  $x_1 = 0$  und  $x_2 \in (0,1)$ . Im Gleichgewicht<sup>3</sup> gilt  $\dot{\lambda} = \dot{p} = 0$ , und somit ergeben die notwendigen Bedingungen (3)-(6):

$$(16) \quad (b_1 - b_2)g_1 + \lambda (\alpha_1^1 - \alpha_1^2)g_1 + \phi = 0$$

$$(17) \quad (b_1 - b_2)g_2 + \lambda (\alpha_2^1 - \alpha_2^2)g_2 = 0$$

$$(18) \quad \lambda(\delta + \zeta) + d'(p) = 0$$

$$(19) \quad \sum_{i=1}^2 (\alpha_i^1 x_i + \alpha_i^2 (1 - x_i))g_i - \zeta p = 0$$

Die Gleichungen (16) und (17) zeigen, daß eindeutige Werte für  $\lambda$  und  $\phi$  existieren. Unter der Annahme<sup>4</sup>, daß  $d'(\bar{p}) < -\lambda(\delta + \zeta)$  nicht für alle  $p$  gilt, existiert eine Lösung der Gleichung (18). Aufgrund der Annahme  $0 = d'(0) < -\lambda(\delta + \zeta)$  wissen wir, daß zwei Lösungen, bezeichnet mit  $p_1$  und  $p_2$ , für die Gleichung (18) existieren. Im Falle von  $p_1$  ist  $d''(p_1)$  positiv, und im Falle von  $p_2$  ist  $d''(p_2)$  negativ. Das optimale Gleichgewicht wird jedoch ausschließlich von  $p_1$  unterstützt. Diese Behauptung läßt sich durch eine Reformulierung des Problems (P) in Form der Variationsrechnung beweisen. Der entsprechende Beweis wurde jedoch aus Platzgründen außen vor gelassen<sup>5</sup>. Für ein gegebenes  $p_1$  läßt sich die Gleichung (19) lösen, und wir erhalten einen eindeutigen Wert für  $x_2$  unter der Voraussetzung, daß  $\alpha_1^2 g_1 + \alpha_2^2 g_2 < \zeta p_1 < \alpha_1^1 g_1 + \alpha_2^1 g_2$  gilt<sup>6</sup>. Daraus können wir schließen, daß eine eindeutige Lösung der notwendigen Bedingungen (16) - (19) existiert. Da die Hamiltonfunktion in dem zulässigen Bereich von  $p_1$  konkav in den Zustands- und den Kontrollvariablen ist, können wir folgern, daß die notwendigen Bedingungen auch hinreichend sind. Von daher existiert ein ökonomisch optimales Gleichgewicht bzw. ein singulärer Pfad.

### 3.1 Stabilitätsanalyse im Zustand - Kozustand-Phasendiagramm

Gleichung (10) und Proposition 2 zeigen, daß  $x_i$ ,  $i = 1,2$  stückweise konstante Funktionen sind, und wir können die Differentialgleichungen (5) und (6) für konstantes  $x_i$ ,  $i = 1,2$  (HARTL 1982) analysieren.

*Proposition 4:* Das Gleichgewicht des Systems der Differentialgleichungen (5) und (6) unter den Nebenbedingungen (3) und (4) ist für konstante  $x_i$ ,  $i = 1,2$  durch einen lokalen Sattelpunkt gekennzeichnet.

<sup>3</sup> Der andere Gleichgewichtszustand,  $x_1 \in (0,1)$  und  $x_2 = 1$  ließe sich in der gleichen Art und Weise analysieren. Da diese Analyse jedoch keine zusätzlichen qualitativen Informationen liefert, wird darauf verzichtet.

<sup>4</sup> Ist diese Annahme nicht erfüllt, so besitzt der P-Gehalt des Sees keine ökonomische Bedeutung.

<sup>5</sup> Eine erweiterte Fassung dieses Beitrages ist auf Anfrage vom Autor erhältlich.

<sup>6</sup> Diese Voraussetzung zeigt lediglich, daß die technische Machbarkeit eine notwendige Bedingung für eine ökonomisch optimale Restaurierung des Sees darstellt.

*Beweis:*

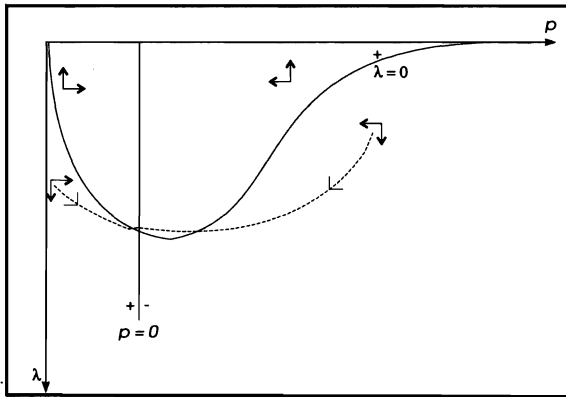
Die Elemente der Jacobi-Matrix  $J$  des Systems der Differentialgleichungen (5) und (6), ausgewertet im Gleichgewichtspunkt  $\dot{p} = \dot{\lambda} = 0$ , sind gegeben durch:

$\frac{\partial p}{\partial p} = -\zeta$ ,  $\frac{\partial p}{\partial \lambda} = 0$ ,  $\frac{\partial \lambda}{\partial p} = d''(p)$ ,  $\frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} = \delta + \zeta$ . Da die Summe der Eigenwerte, ( $\eta_i$ ,  $i = 1, 2$ ), der Matrix  $J$  gleich der Spur, und das Produkt der Eigenwerte von  $J$  gleich der Determinante von  $J$  ist, gilt  $\eta_1 = -\zeta$  und  $\eta_2 = \delta + \zeta$ . Somit wird der Gleichgewichtspunkt lokal durch einen Sattelpunkt charakterisiert.  $\square$

Darüber hinaus wird der Gleichgewichtspunkt durch die raschest mögliche Annäherung von einem beliebig gegebenen anfänglichen P-Gehalt des Sees innerhalb endlicher Zeit erreicht. Da  $\dot{p}$  für konstante  $x_i$ ,  $i = 1, 2$  unabhängig von  $\lambda$  ist, nimmt die  $\dot{p} = 0$  Isokline die Form einer vertikalen Linie an. Die Isokline schneidet die Abszisse im Punkt  $p^*$ ,  $0 < p^* < \bar{p}$ , wobei der hochgestellte Stern die Auswertung der Variablen im Gleichgewichtspunkt anzeigt. Die Anwendung des impliziten Funktionentheorems in der Gleichung (5) ergibt

$$(20) \quad \left. \frac{d\lambda}{dp} \right|_{\lambda=0} = -\frac{d''(p)}{\delta + \zeta} = \begin{cases} < 0; & d''(p) > 0 \\ > 0; & d''(p) < 0 \end{cases}$$

**Abbildung 2:** Phasendiagramm in der  $p - \lambda$  Ebene



Das resultierende Phasendiagramm ist in der Abbildung 2 wiedergegeben. Es zeigt, daß der optimale Pfad sowohl für  $p_0 < \bar{p}$  als auch für  $p_0 > \bar{p}$ ,  $\lambda > 0$  eine negative und für  $p_0 > p(t) > \bar{p}$ ,  $\lambda < 0$  eine positive Steigung aufweist. Mit anderen Worten, im ersten Fall steigen der P-Gehalt des Sees wie auch die Schattenkosten, oder der P-Gehalt des Sees als auch die Schattenkosten sinken entlang des optimalen Pfades. Für  $p(t) > \bar{p}$ ,  $\lambda < 0$  jedoch bewegen sich die Schattenkosten entgegengesetzt zu dem P-Gehalt des Sees.

Wenn  $p(T) - p_T = 0$ , dann legt die Transversalitätsbedingung (7) keinerlei Beschränkungen in bezug auf  $\lambda(T)$  fest. Von daher wird es durch den Wert von  $p_T$  und die Lage des optimalen Pfades bestimmt. Wenn  $p_T = p^*$ , dann ist  $\lambda(T)$  durch  $\lambda^*$  gegeben. Um eine langfristige Sanierung des Sees zu gewährleisten, erscheint es notwendig, daß der soziale Planer einen Grenzwert des P-Gehalt des Sees festlegt, der ein langfristiges Gleichgewicht unterstützt.

Entsprechend der Diskussion der raschest möglichen Annäherung des optimalen Pfades an den singulären Pfad, wird der singuläre Pfad zum letztmöglichen Zeitpunkt verlassen, und die Transversalitätsbedingung wird so rasch wie möglich angestrebt. Von daher wird die Endbedingung  $p(T) \leq p_T$  tendenziell als Gleichung erfüllt sein, vorausgesetzt, daß  $p_T$  innerhalb des Planungszeitraumes  $T$  erreicht werden kann.

#### 4 Zusammenfassung

Im Mittelpunkt dieses Beitrages steht die optimale ökonomische Konzeption umweltpolitischer Maßnahmen zur Reduktion von P-Abträgen landwirtschaftlich genutzter Flächen in einen Binnensee. Ausgehend von einem vorgegebenen Grenzwert für den P-Gehalt des Sees wird die optimale räumliche und zeitliche Allokation landwirtschaftlicher Aktivitäten analysiert. Für die praktische Umsetzung umweltpolitischer Maßnahmen sowie ihrer raumbezogenen Ausrichtung wird vorgeschlagen, das Wassereinzugsgebiet des Sees in Zonen entsprechend so einzuteilen, daß der potentielle P-Abtrag der jeweiligen Fläche, ausgedrückt mit Hilfe eines P-Indexes, nur geringfügig variiert. Exemplarisch für den Fall von zwei landwirtschaftlichen Aktivitäten und zwei Zonen wird gezeigt, daß ein optimales umweltökonomisches Konzept eine stärker phosphorabtragende Aktivität in der Phase der Seerestaurierung nicht in der Zone mit dem höheren potentiellen P-Abtrag verwendet, während die geringer phosphorabtragende Aktivität in der Zone mit dem niedrigeren potentiellen P-Abtrag eingesetzt wird. Im langfristigen Gleichgewicht kann dies der Fall sein, allerdings nur, wenn die geringer phosphorabtragende Aktivität bereits vollumfänglich in der Zone mit dem höheren potentiellen P-Abtrag Verwendung fand, oder wenn die stärker phosphorabtragende Aktivität bereits vollumfänglich in der Zone mit dem niedrigeren potentiellen P-Abtrag eingesetzt wurde. Das Optimierungsmodell ist struktureller Art, und die einzelnen Aktivitäten könnten zum Beispiel verschiedene Kulturen oder eine bestimmte Fruchtfolge mit bzw. ohne die Auflage von Bodenschutzmaßnahmen darstellen.

#### Summary

This paper aims at the design of an economically optimal environmental policy supporting the reduction of P runoffs in a lake from agricultural land. For a given standard of the P concentration of the lake the optimal spatial and intertemporal allocation of agricultural activities is analyzed. For the actual implementation of an environmental policy which takes account of spatial heterogeneity it is proposed that the watershed of the lake is divided into different zones such that the variation of the potential P runoffs within this particular zone, given by a P index, is small. For the case of two zones and two agricultural activities it is shown that an economically optimal policy during the phase of the restoration of the lake does not employ an activity with high P runoffs in a hazardous zone while the activity with low P runoffs is employed in the less hazardous zone. At the steady state, however, this can be the case. Yet, it is required that the low polluting activity is already completely employed in the more hazardous zone or the high polluting activity is completely employed in the less hazardous zone. The optimization model is generic and the single activities could be, for example, different crops or a particular crop rotation with or without an erosion control strategy.

## Literaturverzeichnis

- BOGGESE, W.; LACEWELL, R.; ZILBERMAN, D. (1993): Economics of Water Use in Agriculture. In: Carlson, G.; Zilberman, D.; Miranowski, J. (Hrsg.): *Agricultural and Environmental Resource Economics*. New York: Oxford University Press, Kapitel 8
- BRADEN, J.; SEGERSON, K. (1993): Information Problems in the Design of Nonpoint-Source Pollution Policy. In: Russel, C.; Shogren, J. (Hrsg.): *Theory, Modeling and Experience in the Management of Nonpoint-Source Pollution*. Boston: Kluwer, S. 1-36
- CLASEN, J.; IMBODEN, D.; KAMP-NIELSEN, J.; REYNOLDS, C.; SAS, H.; SOMMER, U. (1989): *Lake Restoration by Reduction of Nutrient Loading*. St. Augustin: Academia
- COMMITTEE ON LONG-RANGE SOIL AND WATER CONSERVATION POLICY (1993): Phosphorus in the soil-crop system. In: Board on Agriculture, National Research Council (Hrsg.): *Soil and Water Quality: an agenda for agriculture*. National Academy Press, Kapitel 7
- FAST, A.W., et al. (1978): *In-Lake Treatment*. Washington, D.C.: U.S. Environmental Protection Agency, Lake Restoration, S. 105-160
- GÄCHTER, R.; STADELMANN, P. (1993): *Gewässerschutz und Seeforschung: Sempachersee*. Luzern (Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Luzern) S. 343-378
- HARTL, R. (1982): A Mixed Linear-Nonlinear Optimization Model of Production and Maintenance for a Machine. In: Feichtinger, G. (Hrsg.): *Optimal Control Theory and Economic Analysis*. Amsterdam (Viennese Workshop on Economic Applications of Control Theory 1981), S. 43-57
- HOLMES, T. (1988): *The Offsite Impact of Soil Erosion on the Water Treatment Industry*. In: Land Economics 64, S. 356-366
- JOHNSEN, F. (1993): *Economic Analyses of Measures to Control Phosphorus Run-Off from Non-Point Agricultural Sources*. In: European Review of Agricultural Economics 20, S. 399-418
- LAL, H. et al. (1991): *Lake Okeechobee Agricultural Decision Support System (LOADSS)*. Chicago: Am. Soc. Agr. Eng. St. Joseph (ASAE paper 91-2623)
- MIRANOWSKI, J. (1993): Economics of Land in Agriculture. In: Carlson, G.; Zilberman, D.; Miranowski, J. (Hrsg.): *Agricultural and Environmental Resource Economics*. New York: Oxford University Press, Kapitel 9
- SAS, H.; VERMIJ, S. (1989): Description of Individual Case Studies of Lake Recovery. In: *Lake Restoration by Reduction of Nutrient Loading*. St. Augustin: Academia, S. 149-480
- SHARPLEY, A.; HALVORSON, A. (1994): The Management of Soil Phosphorus Availability and its Impact on Surface Water Quality. In: Lal, R.; Stewart, B. (Hrsg.): *Soil Processes and Water Quality*. Boca Raton, S. 7-90
- STADELMANN, P. (1988): *Zustand des Sempachersees*. In: Wasser, Energie, Luft 80, Nr. 3/4, S. 81-96