mára" összefoglaló címen egy kötetlen sorozatot ad ki. A sorozat valóban kötetlen, hiszen az egyes kötetek teljesen önálló munkák. Tulajdonképpen csak egy szempont fogja őket össze: *a gazdagsági szakemberek számára,* azok igényeit kielégítő felépítésben és példaanyaggal készülnek. És itt ki kell emelni azt a helyes célkitűzést, hogy egy igen éles és homogenításában is eléggé heterogén réteg igényeit szeretné kielégíteni a kiadó. A „gazdasági szakember" fogalomkörébe ugyanis — ha szélesen értelmezzük — mindenki belatartozik, aki rendszeres tevékenysége során — kellő ismerettel megalapozva — gazdasági szempontokat érvényesít. Ilyen értelemben tehát ide tartoznak például a mezőgazdaság területén az *elméleti és gyakorlati közgazdászok, üzemgazdászok, számviteli szakemberek (főkönyvelők, könyvelők, statisztikusok stb.), mezőgazdászok, sőt brigádvezetők* is.

A sorozat első kötete, a „Matematikai alapismeretek", feltétlenül kielégíti a különböző előképzettséggel rendelkezők igényeit, és — tekintve a könyv előszavában ismertetett közvetlenül soronkövetkező köteteket — ez a kötet az, amelyik a legszélesebb körű érdeklődésre tarthat számot. Ugyanakkor azonban Bacskay és Krekó könyve egyúttal alapja is a következő köteteknek, mert aki az abban közölt alapismeretekkel tisztában van, a következőkben megjelenő könyvek matematikai ismeretanyagát is könnyen elsajátíthatja.

Végtére tehát milyen könyv is ez a „Matematikai alapismeretek"? Műfaját nehéz meghatározni, mert nem tankönyv, miután annál kevesebb magyarázatot tartalmaz, de nem is rövid meghatározásokat tartalmazó, bizonyítások nélküli zsebkönyv. Valahol a kettő között van, úgy mondhatnánk: „*matematikai továbbképzést szolgáló segédkönyv*", amely felfrissíti bennünk a régen tanultakat, és nagyon közérthető nyelven megírt új anyaggal vagy a régiek sokoldalú felhasználhatóságával ismertet meg bennünket.

Hogy mennyire az „alapok"-nál kezdik a szerzők az ismertetést, és hogy a könyv nyelvezete milyen közérhető, didaktikailag milyen kitűnő, hadd idézzük, hogyan ismerteti az összeadást: „$2 + 3 = 5$. Ezt a jelölést így olvassuk: «2 plusz 3 egyenlő 5». Ez a jelölés azt jelenti, hogyha 2-ből kiindulva 3-mal tovább számolunk, 5-höz jutunk. A 2 számhoz 3 egység hozzászámlálásán 2 és 3 összeadását értjük, a hozzászámlálás eredményét: 5-öt 2 és 3 összegének nevezzük, 2 és 3 pedig az összeadandó" (46. old.).

A 604 oldalas könyv nyolc részben tárgyalja a matematikai alapismereteket. Az *1.* rész igen hasznos táblázatokat tartalmaz. Csak példaként említem a hazai, orosz és angol mértékegységek táblázatát, a számok négyzetének és köbének, illetve négyzet- és köbgyökének táblázatát, a kamattényezők táblázatát, a logaritmus táblázatot, de van itt fajsúlytáblázat, sőt a görög ábécé is megtalálható. A könyv *2.* része az aritmetika. Ebben a részben nagyon ügyes, közelítő értékeket adó egyszerű és gyors számítási módszerekkel, továbbá a logarléc használatával is megismerkedhetünk. A *3.* rész az algebrai ismereteket adja, míg a *4.* a függvényekről szól. Az *5.* rész a gazdasági számításokban oly gyakran előforduló számtani és mértani sorozatokat és alkalmazásaikat tárgyalja. A *6.* részben a szerzők a geometria tudományát ismertetik népszerűen. A megértést csak ebben a részben több mint háromszáz ábra segíti. A *7.* rész az ugyancsak nélkülözhetetlen matematikai statisztika elemeivel, végül a *8.* a kombinatorikával ismerteti meg az olvasót.

Az anyag megértését és az ismeretek begyakorlását a könyvben mindenütt sok példa, és ami a legfontosabb: *gazdasági jellegű példák segítik elő!* Ezek természetesen a népgazdaság különböző ágazataiból merített példák, de a legfontosabb ismereteknél csaknem minden ágazat megtalálhatja a „saját" példáit. A legtöbb esetben azonban csaknem minden példa értelemszerűen használható mindenütt.

Természetesen a mezőgazdaság köréből is sok példát találhatunk a könyvben. Nem felesleges itt is néhányat közölni ezek közül, mert így jobban érzékelhető, hogy mi mindenre is jó ez a könyv, de a példákat esetleg azok is haszonnal tanulmányozhatják, akik nem szándékoznak a könyvet megszerezni.

Példák a könyvből:

1. példa: 20 m^3 búza súlya 156 q. Mennyi a súlya 45 m^3 búzának?

Megoldás: A mennyiségek között az arányosság egyenes $\frac{45}{20}$-szor nagyobb térfogatú búza súlya $\frac{45}{20}$-szor több, azaz

$$\frac{45}{20} \cdot 156 = 351 \text{ q}.$$

45 m^3 búza súlya 351 q.

2. példa: Egy búzatáblát a mezőgazdasági gépállomás egyik traktora 8 nap alatt szántaná fel, egy másik 10 nap alatt. Hány nap kell a szántáshoz, ha mindkét traktort munkába állítjuk?

Megoldás:

Az első traktor 1 nap alatt felszántja a tábla $\frac{1}{8}$ részét, azaz 12,5%-át, a második pedig $\frac{1}{10}$ részét, azaz 10%-át. A két traktor együtt 1 nap alatt felszántja a tábla $12{,}5 + 10 = 22{,}5$%-át. Az egész táblát, azaz a tábla 100%-át a két traktor együtt felszántja

$$100 : 22{,}5 = 4\frac{4}{9} \text{ nap alatt.}$$

3. példa: Az egyik termelőszövetkezet felvett 20 000 Ft kölcsönt. Mennyi az évi kamat, ha az évi kamatláb 3%?

Az évi kamat

$$(20\,000 \text{ Ft}) \cdot \frac{3}{100} = 600 \text{ Ft}.$$

4. példa: Ha 5 éven át minden évben 10%-kal emeljük a termelést a megelőző évihez képest, hány százaléka lesz az ötödik évi termelés az 5 éves időszakot megelőző év termeléséhez viszonyítva?

Megoldás:

Jelölje az 5 éves időszakot megelőző év termelését a_0, a következő évek termelését pedig a_1, a_2, a_3, a_4, a_5. A sorozat elemeinek száma 6. A kérdéses két év termelésének aránya

$$\frac{a_5}{a_0} = \frac{a_0 \cdot q^5}{a_0} = q^5 = 1{,}1^5,$$

mert évi 10%-os emelkedés 1,1-szeres növekedést jelent.

Az $1{,}1^5$ kifejezést egyetlen számmal kell kifejeznünk; például logaritmussal így fejezzük ki:

$$\lg 1{,}1^5 = 5 \lg 1{,}1 = 5 \cdot 0{,}0414 = 0{,}2070,$$

$$1{,}1^5 = \text{num} \lg 0{,}2070 = 1{,}610.$$

Az 5 éves időszak ötödik évének termelése az 5 éves időszakot megelőző év termeléséhez képest tehát 61%-os emelkedést mu: at.

5. példa: Tegyük fel, hogy egy erdő faállom nya évről évre 3%-kal nő. Ha az állomány most 20 000 m³, mennyi lesz a 10. v végén?

A jelen esetben $i = 0{,}03$, $r = 1{,}03$, $n = 10$ és $a_0 = 20\,000$. Ki kell számítani az

$$a_{10} = 20\,000 \cdot 1{,}03^{10}$$

kifejezés értékét. A számolást logaritmustáblánk segítségével végezzük el.

$$\begin{array}{rl} \lg 20\,000 & = 4{,}3010 \\ 10 \cdot \lg 1{,}03 & = 0{,}1280 \\ \hline \lg a_{10} & = 4{,}4290 \\ a_{10} & = 26{,}850. \end{array}$$

Az erdő faállománya tehát a 10. év végén 26 850 m³ lesz.

6. példa: Hány virágpalántára van szükség 2,5 m átmérőjű kör alakú virágágy beültetéséhez, ha minden dm²-re egy-egy virágpalántát számítunk?

$$T = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot (12{,}5 \text{ dm})^2 = 490{,}6 \text{ dm}^2.$$

A palántaszükséglet 491 db.

7. példa: Melegágyak fedésére a kertészeti kistáblás és nagytáblás albakokat használják. A kistáblás ablakok üvegezésére 20 db 28×32 cm-es üveget, a nagytábláshoz pedig 4 db 47×75 cm-es üveget használnak fel. Egy melegágyi ablak hány m² üvegfelületű?

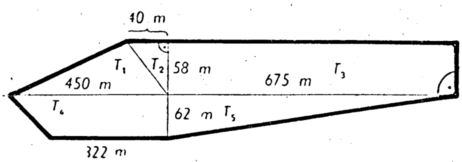
$$T_1 = 28 \cdot 32 = 896 \text{ cm}^2; \qquad 20 \cdot 896 = 17\,920 \text{ cm}^2$$

(1 m² = 10 000 cm²). A kistáblás ablak felülete 1,792 m².

$$T_2 = 45 \cdot 75 = 3375 \text{ cm}^2; \qquad 4 \cdot 3375 = 13\,500 \text{ cm}^2.$$

A nagytáblás ablak felülete 1,35 m².

8. példa: Hány kh az a burgonyatábla, amelynek alakját és méreteit az 1. ábra tünteti fel?



1. ábra

$$T_1 = \frac{450 \cdot 58}{2} = 13\,050 \text{ m}^2$$

$$T_2 = \frac{40 \cdot 58}{2} = 1\,160 \text{ m}^2$$

$$T_3 = 675 \cdot 58 = 39\,150 \text{ m}^2$$

$$T_4 = \frac{450 + 322}{2} \cdot 62 = 23\,932 \text{ m}^2$$

$$T_5 = \frac{675 \cdot 62}{2} = 20\,925 \text{ m}^2$$

$$98\,217 \text{ m}^2$$

$$T = \frac{98\,217 \text{ m}^2}{5755 \text{ m}^2} = 17{,}1 \text{ kh.}$$

9. példa: Egy kísérleti parcella alakját és méreteit a 2. ábrán látjuk. Mekkora a parcella területe?

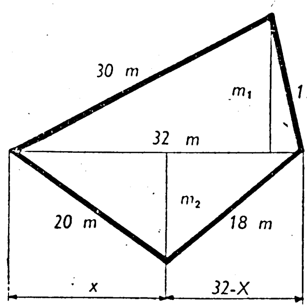
Az átló alatti derékszögű háromszögre érvényes, hogy

$$m_2^2 + x^2 = 20^2,$$
$$m_2^2 + (32 - x)^2 = 18^2,$$

Vonjuk ki a felső egyenletből az alsót:

$$x^2 - (32 - x)^2 = 20^2 - 18^2,$$
$$x^2 - 1024 + 64\,x - x^2 = 400 - 324,$$
$$64x = 1100,$$
$$x = 17{,}2 \text{ m.}$$

Ha x értékét az első egyenletbe helyettesítjük, akkor



2. ábra

$$m_2 = \sqrt{20^2 - 17{,}2^2} = \sqrt{104{,}16} = 10{,}2 \text{ m.}$$

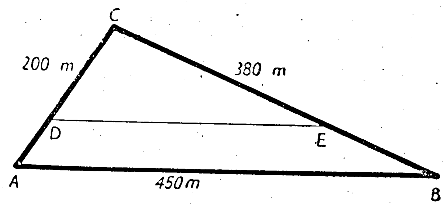
Hasonló módon számítjuk ki az átló feletti két derékszögű háromszögből az m_1-et. $m_1 = 14{,}4$ m.

A kísérleti parcella területét mármost kiszámíthatjuk:

$$T = \frac{32 \cdot 14{,}4}{2} + \frac{32 \cdot 10{,}2}{2} = \frac{32}{2}(14{,}4 + 10{,}2) = 393{,}6 \text{ m}^2.$$

10. példa: Egy termelőszövetkezetben a 3. ábrán látható háromszög alakú kukoricatáblát az egyik oldalával párhuzamos egyenessel két család között egyenlően kell felosztani megművelésre. Hogyan osztható fel ez a tábla és hány kh kukorica megművelése jut egy-egy családnak?

Megoldás: A területfelosztás feladatát megoldottuk, ha az oldalvonalakon kijelöljük az osztópontokat. Meg kell határoznunk tehát a $\overline{CD}$ és a $\overline{CE}$ távolságokat.



3. ábra

Mivel

$$ABC\triangle \sim DEC\triangle,$$

ezért felírhatjuk a hasonló háromszögekre megismert azt az összefüggést, hogy a hasonló háromszögek területének aránya a megfelelő oldalaik négyzetének arányával egyenlő. Ha tehát az $ABC\triangle$ területe T, a $DEC\triangle$ területe pedig t, akkor

$$T : t = \overline{AC}^2 : \overline{CD}^2,$$

illetve

$$\sqrt{\frac{T}{t}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}},$$

ahonnan

$$\overline{CD} = \overline{AC} \cdot \sqrt{\frac{t}{T}}.$$

Hasonlóképpen

$$\overline{CE} = \overline{BC} \cdot \sqrt{\frac{t}{T}}.$$

Példánkban $t = \frac{T}{2}$, illetve $2\,t = T$, úgyhogy

$$\overline{CD} = 200\text{ m} \cdot \sqrt{\frac{t}{2\,t}} = 200\text{ m} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 200\text{ m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= 200\text{ m} \cdot 0{,}7071 = 144{,}42\text{ m}.$$

$$\overline{CE} = 380\text{ m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 268{,}70\text{ m}.$$

A területet Heron képletével határozhatjuk meg:

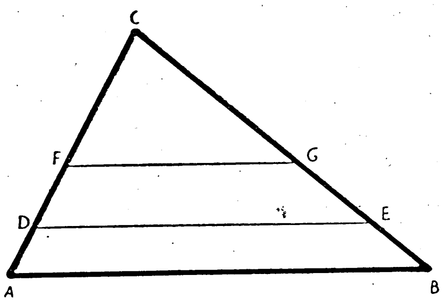
$$T = \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}.$$

Példánkban $s = \dfrac{a+b+c}{2} = \dfrac{450+380+200}{2} = 515$ m, tehát

$$T = \sqrt{515\,(515-450)\,(515-380)\,(515-200)} = 37\,729 \text{ m}^2.$$

A területet kat. holdban megkapjuk, ha figyelembe vesszük, hogy 1 kh= 5755 m².

Tehát



ábra

$$T = \frac{37\,729 \text{ m}^2}{5755 \text{ m}^2} = 6{,}55 \text{ kh};$$

$$t = \frac{T}{2} = 3{,}27 \text{ kh}.$$

Megjegyzés: Ha egy háromszög alakú táblát három egyenlő részre (4. ábra) kell felosztani, akkor ezt a területosztást két lépésben végezhetjük:

1. Először kikeressük a D és E osztópontokat úgy, hogy

$$DEC \text{ területe} = t = \frac{T}{3} \cdot 2, \text{ azaz } T = \frac{3\,t}{2}.$$

Tehát

$$\overline{CD} = \overline{AC} \cdot \sqrt{\frac{2\,t}{3\,t}} = \overline{AC} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \overline{AC} \cdot 0{,}816.$$

$$\overline{CE} = \overline{BC} \cdot 0{,}816.$$

2. Kikeressük az F és G osztópontokat úgy, hogy

$$FGC \text{ területe} = t = \frac{T}{3}, \text{ azaz } T = 3\ ,$$

tehát

$$\overline{CF} = \overline{AC} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \overline{AC} \cdot 0{,}577,$$

$$\overline{CG} = \overline{BC} \cdot 0{,}577.$$

Hasonlóképpen oszthatunk fel egy területet négy, öt stb. egyenlő részre is.

11. példa: Gyümölcsöst szeretnénk telepíteni hegyoldal lejtőjére. Gyümölcstelepítésre 10—15°-os maximális lejtésű terület még megfelelő, meredekebb már nem. Egy 224 m magas hegyoldal lejtője 656 m. Alkalmas-e ez a hegyoldal a telepítésre?

$$\sin\alpha = \frac{224}{656} = 0{,}3414;\ \alpha = 20°.$$

Ez a hegyoldal gyümölcstelepítésre a nagy lejtés miatt nem alkalmas.

12. példa: Mennyi lucerna van abban a boglyában, amelynek alapkerülete 8 m, magassága 2,5 m és a lucerna köbmétersúlyát 75 kg-ra becsüljük?

$$K = 2\,r\,\pi, \quad 8\,m = 2\,r\,\pi, \quad r = \frac{8\text{ m}}{6{,}28} = 1{,}27\text{ m}.$$

$$V = \frac{1}{2}\cdot r^2\pi\cdot m = \frac{1}{2}\cdot(1{,}27\text{ m})^2\,\pi\cdot 2{,}5\text{ m} \approx 6{,}33\text{ m}^3,$$

$$G \approx 6{,}33\text{ m}^3\cdot 75\text{ kg/m}^3 = 475\text{ kg}.$$

A közölt példáknál természetesen nem szabad elfelejteni, hogy azok a *könyv* példái, vagyis a könyvben a vonatkozó matematikai ismeretanyag után következnek. Ha tehát egyik-másik példa megértése és különösen gyakorlati használata nehézséget okoz, az méginkább azt jelenti, hogy szükségünk van matematikai ismereteink felfrissítésére, illetve gyarapítására, és így nem nélkülözhetjük az olyan matematikai szakkönyveket, mint az ismertetett „Matematikai alapismeretek".

Meg kell azonban mondanunk, hogy a fentiek ellenére nem lehetünk elégedettek a könyv mezőgazdasági példaanyagával sem mennyiségileg, sem minőségileg. Egyrészt több mezőgazdasági példára lenne szükség, másrészt jobban „húsba vágó" példákat kellett volna közölni (pl. a munkaügy területéről), hogy azok ne csak papír ízű példák, de egyúttal hasznosítható sémák is lehessenek. Sajnos, elég kevés az ilyen példa. Mindezt azért is szóvá kell tennünk, hogy a sorozat következő köteteinél erre mind a kiadó, mind a szerzők gondoljanak, és a mezőgazdaság igényeit is fokozottabban elégítsék ki.

Fébó László dr.