



**AgEcon** SEARCH  
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

*The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library*

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

*No endorsement of AgEcon Search or its fundraising activities by the author(s) of the following work or their employer(s) is intended or implied.*

# **PROBLEMAS DE TRANSPORTE E ARMAZENAMENTO: O MÉTODO DE REDES CAPACITADAS, COM UMA APLICAÇÃO AO CORREDOR DE EXPORTAÇÃO DE PARANAGUÁ<sup>1</sup>**

Charles L. Wright<sup>2</sup>

## **SINOPSE**

As redes de transporte e armazenagem nos países em desenvolvimento apresentam sérios limites de capacidade e pontos de estrangulamento, fatores que não podem ser abordados pelos métodos tradicionais de programação linear. Neste trabalho, de cunho metodológico, o método de redes capacitadas é apresentado como instrumento de análise para a problema conjunto de transporte e armazenagem sob condições de contingenciamento e limites de capacidades. Usando como exemplo o estudo pioneiro de Wright sobre a transferência de grãos e farelos ao longo do corredor de exportação de Paranaguá, o trabalho mostra uma gama de problemas econômicos que não podem ser abordados efetivamente por outros modelos. Estes problemas incluem a localização dos pontos atuais e potenciais de estrangulamento, a quantificação dos seus custos, a definição de redes e fluxos eficientes, e a estimativa de economias externas que seriam obtidas com a realocação modal de cargas.

## **SUMMARY**

The transportation and storage networks in developing countries have serious bottlenecks and capacity limitations, characteristics which cannot be analyzed with traditional linear programming models. In this article - methodological in nature - the capacitated network model is presented as a useful instrument for the analysis of joint transport - storage problems, under conditions of congestion and capacity limitations. Using Wright's pioneering study of grain and meal transfers on the Paranaguá export corridor, the article shows how capacitated networks can be used to examine a range of economic issues which cannot be treated effectively by other methods. These issues include locating present and potential bottlenecks and the quantification of the costs they impose on the transfer system, the definition of efficient networks and flows, and the estimation of external economies which would occur with a modal reallocation of freight.

---

<sup>1</sup> O autor gostaria de agradecer a colaboração de muitos indivíduos e organizações no decorrer da pesquisa em que este trabalho se baseia, salientando os nomes de Richard L. Meyer e da Empresa Brasileira de Planejamento de Transportes - GEIPOT, bem como o apoio financeiro do Midwest Universities Consortium for International Activities, a Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e a Fundação FORD.

<sup>2</sup> Técnico de Planejamento de Transportes, GEIPOT, e Professor colaborador, Universidade de Brasília.

## **PROBLEMAS DE TRANSPORTE E ARMAZENAMENTO: O MÉTODO DE REDES CAPACITADAS, COM UMA APLICAÇÃO AO CORREDOR DE EXPORTAÇÃO DE PARANAGUÁ**

Charles L. Wright

### **1. INTRODUÇÃO**

A finalidade deste artigo é esboçar uma metodologia que mostra ser de grande utilidade no estudo de problemas de transporte e armazenamento - a de redes capacitadas.<sup>1</sup> Será apresentado, inicialmente, um resumo de quatro modelos de transporte de interesse dos economistas agrícolas, demonstrando as vantagens do método de redes capacitadas na abordagem de uma gama de problemas. Em segundo lugar, mostrar-se-á graficamente como características essenciais de sistemas de transportes e armazenagem podem ser representadas por redes capacitadas. A seguir, descrever-se-á um algoritmo de elevada eficiência na obtenção das soluções ótimas dos problemas assim formulados. Finalmente, serão apresentados exemplos de resultados empíricos obtidos com esta abordagem no estudo do autor do corredor de exportação de Paranaguá (16).

### **2. MODELOS DE TRANSPORTE E ARMAZENAGEM**

Pressuposições e Características.<sup>2</sup>

Há quatro categorias de modelos que determinam os fluxos de custos mínimos entre uma série de origens e uma série de destinos:<sup>3</sup>

- 1) o modelo simples de transporte (TB);
- 2) o modelo de transbordos (TB);
- 3) o modelo de equilíbrio espacial, um caso especial da programação linear geral (PLG); e
- 4) o modelo de redes capacitadas (RC).

---

<sup>1</sup> Este trabalho baseia-se na tese do autor, em que primeiramente se usou o método de redes capacitadas para abordar uma gama de problemas de transporte e armazenagem de produtos agrícolas com o método de redes capacitadas (16).

<sup>2</sup> No modelo de equilíbrio espacial, os "fluxos de custos mínimos" são considerados de modo mais amplo, incluindo condições determinantes de oferta e demanda, que variam entre regiões. Como nos outros modelos, a minimização dos custos conjuntos equivale à maximização do valor adicionado com as transferências efetuadas.

<sup>3</sup> Uma abordagem mais completa, com numerosos exemplos e referências, é encontrada na tese de WRIGHT, seção 3.5 (16). Exemplos práticos ilustrando processo computacional são encontrados na apostila de WRIGHT (17).

## **2.1. Introdução**

Os quatro modelos são inter-relacionados pelo fato de terem certos pressupostos em comum, sendo os três primeiros, adaptações diretas da programação linear. Aqueles com menos pressupostos se aplicam a um número maior de problemas reais. Entretanto, em alguns casos, as dificuldades de operacionalização dos modelos e do cômputo de soluções crescem exponencialmente, à medida que são reduzidos os pressupostos. Este aspecto será abordado em maior detalhe posteriormente.

## **2.2. Os Pressupostos dos Modelos**

Apresentam-se, a seguir, os pressupostos do modelo simples de transportes. Os outros modelos são baseados nas mesmas pressuposições (salvo os casos indicados por parênteses), o que permite examinar as inter-relações entre os quatro modelos:

- 1) há ligações diretas entre cada origem e destino (TB, PLG, RC);
- 2) não há restrições de capacidade nestas ligações (PLG, RC);
- 3) não há armazenamento (TB, PLG, RC);
- 4) os custos unitários de transporte independem das quantidades embarcadas (PLG, R C);
- 5) as quantidades de superávit e déficit de cada região são conhecidas e fixas (PLG);
- 6) o produto transportado é homogêneo (TB, PLG, R C);
- 7) as regiões podem ser apresentadas por pontos.

O modelo de transbordos dispensa os pressupostos (1), (3) e (6) e, portanto, aplica-se a um número maior de problemas reais do que o modelo simples. A programação linear geral dispensa os pressupostos de (1) a (6), o que torna, teoricamente, este modelo o mais flexível dos quatro, permitindo que as quantidades de superávit e déficit sejam determinadas endogenamente. Entretanto, se estas quantidades puderem ser estimadas exogenamente, o modelo de redes capacitadas será igualmente flexível, além de ser superior quanto à facilidade de uso e eficiência computacional. Estes conceitos serão comentados oportunamente.

## **2.3. O Modelo Simples de Transporte**

O modelo simples de transporte é o mais restritivo dos quatro, já que se baseia em todos os sete pressupostos listados acima. Os problemas econômicos que podem ser resolvidos com este modelo são do seguinte tipo:

Uma firma possui  $F$  fábricas e  $A$  armazéns, onde se realizam as vendas do produto homogêneo  $P$ . A firma sabe quantas unidades de  $P$  devem ser entregues a cada armazém e conhece os custos de transporte entre cada fábrica e armazém. Os custos unitários independem do número de unidades embarcadas. O número de unidades disponíveis nas  $F$  fábricas é igual ou maior do que o total de unidades demandadas nos  $A$  armazéns. Há ligações diretas de capacidade infinita entre todos os pares de origem e destino (O-D). A firma quer minimizar o custo total do transporte das unidades demandadas de  $P$ .

#### **2.4. O Modelo de Transbordos**

O modelo de transbordos é a primeira tentativa de adequar a programação linear a problemas mais complexos e interessantes que esse que acaba de ser descrito, permitindo as representações de transbordos (incluindo transformações do produto) e armazenamento. Entretanto, há um aumento considerável na complexidade na formulação e computação dos problemas, bem como na interpretação das soluções ótimas. Por exemplo, um problema com apenas três origens e quatro destinos, que possui uma matriz  $TS$  de dimensões  $3 \times 4$ , com 12 células, passa a ter uma matriz  $TB$  de  $7 \times 7$ , com 49 células, quando se permitem transbordos nos pontos de destino. Outrossim, é necessário criar "estoques fictícios" nos nós considerados como pontos de transbordo para permitir a operação do algoritmo.<sup>1</sup>

#### **2.5. O Modelo de Equilíbrio Espacial**

O modelo de equilíbrio espacial é, potencialmente, o mais "geral" dos quatro, indo além do modelo de redes capacitadas, mediante a moderação do pressuposto de excedentes e déficits conhecidos, assim tornando endógena a determinação do equilíbrio de oferta e procura.<sup>2</sup> Esta vantagem pode ser apenas aparente, já que se passa a pressupor que as funções de oferta e procura sejam conhecidas, contínuas e lineares. Isto pode ser menos satisfatório do que admitir que se conhecem os déficits e excedentes das regiões. O modelo PLG é utilizado para estimar fluxos do comércio inter-regional, na ausência de estatísticas que permitam o seu mapeamento direto, como é feito nos trabalhos de MORRIL e GARIRISON; KING; TAKAYAMA e JUDGE; WALKER; e de FEDELER, HEADY e KOO (11, 10, 14, 15, 5).

#### **2.6. O Modelo de Redes Capacitadas**

Os modelos de programação linear citados acima dificilmente poderão ser adaptados para a análise de sistemas físicos de transporte e armazenagem, os

---

<sup>1</sup> V. SCOTT (13) e DANTZIG (2). Devido à dificuldade de formular exemplos didáticos e a superioridade do método de redes capacitadas para a resolução deste tipo de problemas, muitos textos, incluindo o de GASS (9), simplesmente omitem a apresentação do modelo de transbordos.

<sup>2</sup> V., por exemplo, DULOY e NORTON (3).

quais são caracterizados por rotas específicas e[imites de capacidade.<sup>1</sup> A facilidade com que se podem representar estas características talvez seja a maior vantagem do modelo de redes capacitadas. Entretanto, há outras, incluindo a eficiência superior em solucionar os problemas tradicionais de programação linear (exceto o de equilíbrio espacial), o problema do caminho mais curto, e o de obter o fluxo máximo permitido por uma rede. BRADLEY atribui a crescente popularidade dos modelos de redes capacitadas à sua superioridade para com os seguintes fatores (1):

- 1) flexibilidade, o que permite a representação acurada de muitas situações;
- 2) facilidade de uso e interpretação, pois modelos que são representações de redes físicas são mais fáceis de explicar a pessoas que não possuem treinamento matemático especializado;
- 3) soluções de baixo custo, pois o tempo de computação é de 100 a 300 vezes menos do que o da programação linear para muitos dos mesmos problemas; e
- 4) maior capacidade para solucionar problemas, com maior número de variáveis e restrições do que qualquer outro método de otimização.

Pode-se ressaltar o fato de estes fatores assumirem maior importância no Brasil e noutros países em desenvolvimento, devido aos pontos de estrangulamento que estas nações têm nos setores de transporte e armazenamento e à inadequabilidade dos modelos tradicionais de programação linear na análise destes problemas.

### **3. UMA REPRESENTAÇÃO RETICULADA DE ALGUNS ASPECTOS DA TRANSFERÊNCIA DE GRÃOS E FARELOS NO PARANÁ**

Serão apresentados nesta seção, em forma gráfica, alguns aspectos do problema de transferência de grãos e farelos no Paraná. A representação reticulada empregada compõe-se de uma série de subsistemas interligados. Os arcos e os nós de cada subsistema rodoviário, ferroviário, de processamento, terminal e portuário acham-se conexos entre si por arcos que representam as operações nos terminais, com custos<sup>1</sup> e capacidades apropriados. Os arcos dos armazéns coletores se ligam aos das unidades de processamento, nos locais relevantes, e à rede de transportes, nos quatro períodos de tempo que caracterizam a demanda para transportes e armazenamento no Estado. Ligam-se também os nós que representam armazéns no mesmo local, porém, em períodos de tempo diferentes.

---

<sup>1</sup> O modelo de equilíbrio espacial teoricamente poderia ser adaptado, mas as complicações na formulação dos problemas e no cômputo das soluções tornam inviável esta alternativa, salvo no caso de exemplos muito simples.

No Primeiro período, representa-se a "entrada" dos grãos colhidos no sistema de transferência como um fluxo pelo arco artificial (OA, CS1), conforme visto na figura 1. O nó OA é a origem artificial (fonte), e CS é o centro onde se realiza a limpeza, secagem e o armazenamento no período (no exemplo, este centro é Campo Mourão). O excedente exportável da região neste período é estimado exogenamente e representado pelo limite superior UC sobre o arco (OA, CS1). O primeiro parâmetro do arco é o custo unitário, e o terceiro, o limite é inferior. O custo de zero neste arco indica que não são computados os custos de produção, já que a análise se limita ao transporte e armazenagem do produto. No segundo período, o excedente estimado é representado por  $U'c$  no arco (OA, CS2,). Após a limpeza e secagem, os grãos podem ser expedidos por rodovia no mesmo período, sendo o carregamento dos caminhões representado pelo arco (CS1, CR1,). O limite superior "G" neste arco é um valor arbitrariamente grande, cujo emprego indica que não há uma restrição efetiva de capacidade na Operação de carregamento.

Completada esta operação, os grãos são transportados pelo sistema rodoviário para outro terminal. Se este transporte não for realizado no primeiro período, o produto permanecerá estocado para transporte num período posterior. O armazenamento entre o primeiro e o segundo períodos é representado pelo fluxo por um dos arcos (CS1, CS2). O arco com custo zero representa a capacidade efetiva de armazenamento a granel, estimada como 80% da capacidade registrada no censo de 1976 da Companhia Brasileira de Armazenamento (CIBRAZÉM). Isto leva em conta que: (1) há unidades sem secadores conjugados, o que exige transbordos adicionais do produto; e (2) há uma redução no espaço efetivamente disponível, devido às indivisibilidades inerentes à maioria dos armazéns graneleiros no Paraná. Posto que a soja, o milho, o trigo e, às vezes, o arroz são armazenados nestas unidades, a separação dos produtos frequentemente implica em espaço ocioso.

Armazéns não graneleiros, ou alternativos, incluem os "convencionais" (para produtos ensacados), galpões e armazéns infláveis. A capacidade dos armazéns alternativos varia de algumas poucas toneladas a centenas de toneladas. No mínimo, tais armazéns acrescem um custo de movimentação de cerca de Cr\$ 45/tonelada ao custo de armazenagem a granel.<sup>1</sup> Isto acontece porque os grãos passam obrigatoriamente por instalações de secagem e limpeza, logo após a colheita, para evitar perdas. No caso de armazéns convencionais, acrescenta-se o custo do ensacamento, o que duplica o custo de movimentação. Neste caso, entretanto, os grãos podem ser armazenados durante períodos mais longos, sem perdas.

No modelo de redes, atribui-se um custo zero ao arco de armazenamento a granel. Consequentemente, não são calculados os custos que variam somente com o tempo de armazenamento. Há três razões para este procedimento: (1) o tempo

---

<sup>1</sup> Valores em cruzeiros de 1976.

de permanência do produto no armazém, ao contrário da escolha do local e do tipo de instalação, é determinado pelo caráter sazonal da demanda final, de modo que não se podem evitar os custos associados ao fator tempo, através da realização do transporte no primeiro período; (2) espera-se que os aumentos normais no preço do produto compensem exatamente estes custos, em conformidade com a teoria apresentada no estudo de WRIGHT (16); e (3) estes custos são pequenos, se comparados com os outros considerados no modelo.

Incluem-se no modelo os custos de movimentação incorridos desde a entrada dos grãos no armazém. Destarte, atribui-se ao arco que representa armazenagem alternativa um custo diferencial de movimentação de Cr\$ 45/tonelada. Se o mesmo produto for armazenado durante dois períodos numa dessas instalações, o custo será de Cr\$ 90/tonelada. Isto corresponde ao custo estimado de armazenamento de grãos ensacados (Cr\$ 89/t), que é o meio mais conveniente de evitar perdas em armazéns convencionais, durante prazos mais extensos. A capacidade dos armazéns alternativos é estimada em 1/4 da capacidade convencional relatada no censo da CIBRAZÉM. O uso desta percentagem leva em conta que muitas dessas unidades, embora constem do censo, não podem ser utilizadas para armazenar grãos, enquanto outras são usadas para armazenar outros produtos. A disponibilidade estimada de armazéns convencionais é, contudo, bastante grande na maioria das regiões. Os limites superiores de capacidade são expressos em toneladas. Os limites inferiores são de zero, pois não se requer o uso de instalações específicas em determinados períodos de tempo.

Os grãos estocados do período 1 ao período 2 e os produzidos no período 2 competem pelo transporte rodoviário durante o período 2, como também pelo espaço disponível nos armazéns, do período 2 ao período 3. Estas atividades são representadas pelos arcos (CS2, CR2) e (CS2, CS3), respectivamente. A produção tritícola compete pelo armazenamento disponível, do período 3 ao período 4, representado pela redução do limite superior U do arco (CS3, CS4), até 40% da capacidade de armazenamento a granel da microrregião. Não há nenhuma redução para os arcos referentes ao armazenamento nas instalações alternativas, uma vez que as normas da CTRIN não permitiriam sua utilização em circunstâncias normais.

A figura 2 mostra o processamento e as operações terminais. Como na figura anterior, a produção é representada pelos limites máximos nos arcos que ligam a origem artificial (OA) aos nós CS1, CS2, MS, e MS2, ou seja, os armazéns em Campo Mourão e Maringá no período 1 e no período 2, respectivamente. O carregamento de grãos em Campo Mourão, no primeiro período, é representado como um fluxo sobre o arco (CS1, CR1). O custo de carregamento é baixo (Cr\$ 1/tonelada), uma vez que as filas são pequenas e o carregamento em si leva apenas uns cinco minutos. Os grãos são transportados até Maringá pelo arco (CR1, MR1), podendo continuar por rodovias sobre (MRI, MR1) e arcos subsequentes, até chegar a um terminal, como, por exemplo, PARI. Os custos de operação de veículos são aditivos para cada arco ligando dois nós. Há um custo de transbordo em PAR,



(Paranaguá). Esta operação consiste em transferir os grãos dos caminhões aos armazéns portuários, sendo representada como fluxo sobre um dos arcos (PARI, PS,). Os parâmetros de custo são diferentes para cada arco, começando a Cr\$ 11/tonelada no primeiro arco e aumentando em Cr\$ 10/tonelada em cada arco adicional. Desta maneira, os custos terminais aumentam com o volume, ou seja, representa-se o custo de congestionamento. Esta função descontínua é uma aproximação linear, por segmentos, dos custos de congestionamento, à medida que aumenta o número de caminhões no terminal de Paranaguá.<sup>1</sup>

Uma vez transferido dos caminhões aos armazéns portuários, o produto pode ser carregado em navios, ou armazenado para embarque num período posterior. O carregamento do navio é representado por fluxo sobre o arco (PS1, DA). Os custos de carregamento não são considerados neste modelo, desde que todo o produto exportado há de passar por estas instalações.<sup>2</sup> Não há restrição imposta na capacidade de carregamento, além da demanda para exportação em cada período de tempo, representada no arco (PS1, DA). A operação de carregamento só se torna um problema quando não há navios disponíveis, sendo estas variações de pouco interesse para os períodos considerados no modelo.

O armazenamento do período 1 ao período 2, nos armazéns portuários, é representado por fluxos pelos arcos (PS1, PS2). Atribui-se ao armazenamento portuário a granel um custo de zero, e ao chamado armazenamento de reserva fora da área portuária, um custo de Cr\$ 53/t. Esta quantia é o custo financeiro cobrado pelo uso do armazenamento de reserva, durante um prazo curto, e corresponde aos custos adicionais de movimentação inerentes ao uso destas instalações.

A figura 2 também mostra, para o caso dos grãos enviados a Maringá por caminhão, as duas outras opções: (1) o transbordo à ferrovia pelo arco (MR1, MF1) e (2) o descarregamento da soja nas usinas para processamento pelo arco (MR1, MP1). No primeiro caso, incorre-se em um custo de Cr\$ 12/t, composto da operação de descarregamento (Cr\$ 1/t), e do custo da operação terminal da ferrovia (Cr\$ 11/t). Quanto ao segundo caso, de processamento, há filas que resultam em um custo de Cr\$ 11/t, calculado com base no tempo estimado de espera. Quanto a Ponta Grossa (resto indicado no diagrama), os custos de congestionamento são muito mais acentuados, sendo representados por arcos

---

<sup>1</sup> Cada arco que liga os dois nós tem um limite inferior de zero e um limite superior que corresponde a 100 caminhões diários, com carga média útil de 19 toneladas (1.900 t/dia), multiplicada pelo número de dias em cada período de tempo. O custo por tonelada é calculado a partir de um custo terminal mínimo de Cr\$ 11t para um total de 100 caminhões, ou menos, aumentando em Cr\$ 10/t por cada 100 caminhões acrescidos à frota, por dia. A função de custo total, portanto, aumenta com o volume, e a função de custo marginal aumenta mais rapidamente que a dos custos totais. A função é uma aproximação razoável dos custos reais de congestionamento no porto, dado um custo estimado de Cr\$ 20/t por cada dia de espera no porto.

<sup>2</sup> O custo de zero pode estar próximo do custo financeiro enfrentado pelos exportadores paranaenses. As vantagens financeiras do habitual carregamento em navios, em prazo menor que o estipulado, podem compensar os custos com o equipamento e a mão-de-obra, dado o volume das operações em Paranaguá.

adicionais, como no caso de Paranaguá, ajustando-se a função custo/volume para refletir os custos de congestionamento nessa região de beneficiamento.

Um quarto do peso da soja beneficiada é representado no fluxo sobre o arco artificial (MP1, DA), referente à produção de 18% de óleo e uma perda de peso de 7%. O óleo constitui uma pequena parcela do volume total e é transferido para destinos variados (por exemplo, o fluxo de óleo para Paranaguá é de apenas 5,6% do fluxo dos outros produtos considerados). Como inexistente um problema de pico e como este transporte se efetua por meio de caminhões e terminais especiais, seu único efeito sobre o transporte de grãos é uma competição mínima pela capacidade rodoviária. Portanto, não se incluem no modelo o transporte e o armazenamento do óleo.

Os 75% do peso restante da soja em grão são transformados em farelo, processo representado pelo fluxo sobre o arco artificial (MP1, MP'1), sendo a capacidade de beneficiamento especificada pelo limite superior do arco. Ao arco artificial, atribui-se um custo negativo para permitir gerar preços-nós compatíveis com as condições de "Kilter" constantes do quadro 1, descrito adiante. Estes custos negativos são retirados dos valores da solução final. O arco artificial de beneficiamento representa a capacidade e a demanda nas indústrias, posto que existem duas modalidades de transporte em Maringá, com a escolha das modalidades feita pelo modelo. Há arcos artificiais similares para Londrina e Ponta Grossa (não indicados no diagrama). Entretanto, para as regiões de beneficiamento sem transporte ferroviário, a capacidade e a demanda são representadas pelos limites sobre o arco que representa o carregamento do caminhão na usina, como, por exemplo, o arco (MP'1, MR'1). Isto evita a inclusão de nós e arcos desnecessários na rede. A capacidade de beneficiamento é fixada em 80% da capacidade nominal diária, com 300 dias de operação por ano. São estes os parâmetros geralmente aceitos no Estado, embora certas usinas excedam estes índices e outras operem a taxas inferiores.

Quanto ao farelo, a operação do terminal ferroviário é representada pelo arco (MP'1, MF'1), com um custo de Cr\$ 11 /t. Este custo é inferior ao custo de transbordo caminhão-vagão, de Cr\$ 12/t, já que as usinas geralmente possuem seus próprios desvios.

O nó rodoviário de Maringá é dividido em dois, MR1 e MR'1, ligados por um arco artificial de custo zero e limite máximo "G", arbitrariamente grande. Desta maneira, evita-se que o mesmo fluxo passe duas vezes por MR1. No sistema físico, os grãos chegam a Maringá para beneficiamento, podendo sair por caminhão em forma de farelo, pelas mesmas estradas. A criação de um arco e um nó artificiais permite a simulação desta situação sem criar um caminhão circular ("loop") dentro da rede. Estes nós e arcos são acrescentados a cada região dotada de usinas de beneficiamento, como também à rede ferroviária em Ponta Grossa, onde estão localizadas as únicas usinas que recebem soja por via férrea. Esta última restrição corresponde às opções permitidas no modelo. Seria fisicamente possível o recebimento de soja por ferrovia nas usinas de Londrina e Maringá.

Economicamente, entretanto, essa alternativa é excluída devido aos elevados custos de transbordo, e, portanto, não está incluída como uma opção na rede.

#### **4. OBTENDO SOLUÇÕES: O ALGORITMO DE FULKERSON (7,6,4,1,12,16,17).**

O algoritmo empregado na pesquisa de WRIGHT na obtenção de soluções ótimas dos problemas formulados como redes ' capacitadas é uma versão do algoritmo de FULKERSON (OKA).<sup>1</sup> O algoritmo determina o conjunto de fluxos máximos,  $X_{ij}$ , que minimiza os custos totais de transferência, incluindo os custos de transporte em vias, de transbordos, de armazenagem e outros custos atribuídos aos arcos do modelo. O fluxo máximo é determinado pelo conjunto de corte mínimo (12, p. 43). Se for possível forçar todos os excedentes pela rede, os arcos que os representam constituir-se-ão no conjunto de corte mínimo, de maneira que o fluxo máximo equivale aos excedentes disponíveis.

O algoritmo minimiza:

$$(1) \quad \sum C_{ij}X_{ij} \quad \text{para todos } i \text{ e } j$$

Sujeito a:

$$(2) \quad L_{ij} \leq X_{ij} \leq U_{ij} \quad \text{para todos } i \text{ e } j$$

e

$$(3) \quad \sum_j X_{ij} - \sum_j X_{ji} = 0 \quad \text{para todos } i$$

Onde:

$C_{ij}$  = o custo de transferir uma unidade de  $i$  para  $j$ , em Cr\$/tonelada

$X_{ij}$  = toneladas transferidas de  $i$  a  $j$

$L_{ij}$  = o número mínimo de toneladas que devem ser transferidas (zero exceto quando representa uma quantidade demandada)

$U_{ij}$  = capacidade do arco, em toneladas

---

<sup>1</sup> O algoritmo foi denominado de "out-of-kilter" ("fora-de-ordem" ou "fora-do-ótimo"), no trabalho original de FULKERSON (7). A explicação oferecida para o emprego deste termo errôneo (que sugere uma solução heurística ou não ótima), consiste no fato de que pelo menos um arco está em condição de inviabilidade ou de "fora-do-ótimo", até que se obtenha a solução ótima. Ora, todos os algoritmos de otimização possuem características não ótimas enquanto não for obtida esta solução, caso exista. Uma designação mais apropriada seria o "algoritmo de kilter", devido ao uso dos "estados de kilter", descritos no quadro 1.

A condição (3) é a princípio de conservação de fluxo. Indica que o total dos fluxos para um nó qualquer há de ser igual à soma dos fluxos saindo do mesmo nó. Portanto, para obter a solução pelo OKA, deve-se acrescentar ao sistema um arco artificial (DA, OA) que ligue o destino artificial à origem artificial, completando o sistema. Desta maneira, evitam-se a perda de fluxo na fonte (DA) e o ganho de fluxo no destino artificial (DA).

Além de gerar os fluxos ótimos  $X_{ij}$  e o custo total da solução ótima, o algoritmo determina, de modo endógeno, os seguintes valores: 1) os custos líquidos dos arcos ( $C_{ij}$ ); 2) preços nos nós ( $P_i$ ); e números de "Kilter".

Os preços nos nós ( $P_i$ ) são calculados em cada iteração, de modo que os aumentos de fluxo sejam feitos pelos caminhos mais baratos. São preços relativos e equivalem, na formulação de redes, ao conceito das rendas locais de Von Thünen (para a solução ótima). Dados os custos dos arcos ( $C_{ij}$ ), determinam os custos líquidos dos arcos:

$$(4) \quad \bar{C}_{ij} = C_{ij} - (P_j - P_i)$$

Estabelecidos estes parâmetros, a cada arco se associa um estado de Kilter e um número de Kilter, conforme as definições do quadro 1.

Estes conceitos são ilustrados na figura 3. A diferença de preços entre a origem e o destino ( $P_j - P_i$ ) é plotada no eixo das ordenadas e o volume de fluxo ( $X_{ij}$ ) no das abscissas. A linha espessa representa os três estados de Kilter. O custo líquido do arco ( $C_{ij}$ ) é o custo marginal para aumentar o fluxo neste arco em uma unidade, considerando o custo total para a rede inteira. Deste modo, o estado (a) corresponde a um arco com um custo líquido de arco positivo e com fluxo igual ao limite inferior ( $X_{ij} = L_{ij}$ ). Um fluxo maior seria não-ótimo, colocando o arco no estado (a2), enquanto um fluxo menor seria inviável, colocando-o no estado (a1). Em termos econômicos, o estado (a) é uma rota cujo preço de destino ( $P_j$ ) é demasiadamente baixo para cobrir o preço na origem ( $P_i$ ) e o custo de transferência ( $C_{ij}$ ). A fim de minimizar os custos, transfere-se o mínimo permitido ( $L_{ij}$ ).

Os arcos com valores  $C_{ij}$  de zero e fluxos viáveis se encontram no estado b (quadro 1 e figura 3). Os fluxos nestes arcos podem ser ajustados dentro dos limites  $L_{ij}$ , a fim de colocar outros arcos num estado de kilter e reduzir os custos totais da rede. Os estados (b1) e (b2) são inviáveis. Os valores  $C_{ij}$  são zero em ambos os casos, mas o fluxo se encontra ou abaixo do limite mínimo (estado b1), ou além do máximo (estado b2). Em termos econômicos, obtém-se o estado de Kilter b quando o preço no destino é igual ao preço na origem, mais o custo de transferência. Assim, o embarcador fica indiferente às quantidades transferidas por arcos no estado (b), pois mudanças nas quantidades transferidas não trazem nem lucros nem perdas.

Os arcos com custos líquidos negativos e fluxos máximos acham-se no estado (c). O valor absoluto de  $C_{ij}$  corresponde à economia que seria obtida, se se pudesse desviar uma unidade de fluxo dos arcos mais onerosos para o arco no estado (c). Em termos econômicos, estes arcos são os pontos de estrangulamento do sistema. Transferências por estes arcos custam menos que as efetuadas por arcos alternativos, mas estes encontram-se saturados, o que exige o uso de caminhos mais caros. Um arco com um valor  $C_{ij}$  negativo e um fluxo aquém do limite superior, encontra-se no estado c, (quadro I e figura 3). Fluxos acima de  $U_{ij}$  seriam inviáveis, colocando o arco no estado (c2). Quanto ao estado de Kilter (c), os preços de destino excedem os preços de origem em mais do que o custo de transferência. Portanto, minimizam-se os custos enviando tanto quanto possível por arcos neste estado.

Os três estados (a), (b) e (c) são viáveis e ótimos, com números de Kilter de zero (quadro 1 e figura 3). Os estados restantes se encontram fora de Kilter, devido aos fluxos serem inviáveis, não-ótimos ou ambos. A estes estados se associam números de Kilter positivos (quadro 1). Cada iteração do algoritmo tem o propósito de diminuir o número positivo de Kilter de um arco que se ache fora de Kilter, sem aumentar o número de Kilter de qualquer outro arco. Assim, qualquer alteração realizada em qualquer arco levará um ou mais arcos que estiverem fora de Kilter mais perto dum estado de Kilter (a), (b) ou (c). Frequentemente, uma única iteração diminui os números de Kilter de muitos arcos. Portanto, todas as alterações que ocorram são no sentido de otimização, para cada arco afetado e para a rede como um todo. Além disso, a rotina de computação do OKA pode ser iniciada com qualquer fluxo (viável ou não), usando-se o método primal-dual. A solução ótima de um problema fornece o ponto de partida para a análise pós-ótima, permitindo soluções rápidas para subproblemas, quando se acrescentam arcos ou modificam-se os seus parâmetros. Estas vantagens fazem do algoritmo um método rápido e eficiente para a solução de problemas formulados como redes capacitadas.<sup>1</sup>

## 5. RESULTADOS PRÁTICOS

Devido ao cunho metodológico deste trabalho, bem como as limitações de espaço, esta seção se limita a uma breve descrição dos principais resultados obtidos. Os leitores interessados em obter maiores detalhes deverão consultar a tese de WRIGHT (16).

- 1) A localização dos principais pontos de estrangulamento no sistema de transferência e a quantificação dos custos que estes gargalos impõem ao sistema. No setor dos transportes, o estrangulamento de maior

---

<sup>1</sup> O autor usou uma versão computacional de Howard L. Gauthier, professor de geografia, Universidade Estadual de Ohio. Esta versão exige apenas 120 k de memória. Existem algoritmos para redes que possivelmente teriam resultado em tempos ainda menores (1, 8, 16). O maior tempo registrado com a computação eletrônica foi de 183 segundos, para uma rede inicial de 502 nós e 1.144 arcos, com a solução seqüencial de 12 subproblemas compostos de redes de aproximadamente o mesmo tamanho.

gravidade foi o terminal de descarregamento ferroviário em Paranaguá. A ineficiência no terminal faz com que os vagões sirvam de "armazéns" no porto, tornando-se insuficientes para atender à demanda dos expedidores.

- 2) A localização de pontos de estrangulamento potencial, à medida que os estrangulamentos mais graves forem eliminados. Através de simulações sequenciais, verificou-se que melhoramentos no terminal ferroviário em Paranaguá iria levar à saturação da linha férrea da serra entre Curitiba e Paranaguá (o que subseqüentemente tem sido confirmado com as melhorias recentes no terminal).
- 3) A definição de uma rede de transportes adequada a médio e a longo prazos, tema que continua a ser objeto de estudo.
- 4) A localização de fluxos que poderiam ser mais econômicos que aqueles vistos atualmente. Tornou-se evidente que a alocação de um número maior de vagões a centros mais afastados seria mais econômico para o sistema de transferência.
- 5) A obtenção de dados sobre o efeito que um deslocamento do tráfego de grãos, das congestionadas rodovias paranaenses às ferrovias, teria sobre os demais usuários das rodovias. Os resultados das simulações efetuadas permitiam uma quantificação parcial das economias externas que seriam proporcionadas pela realocação modal de carga.

**Quadro 1.** Estados e Números de Kilter

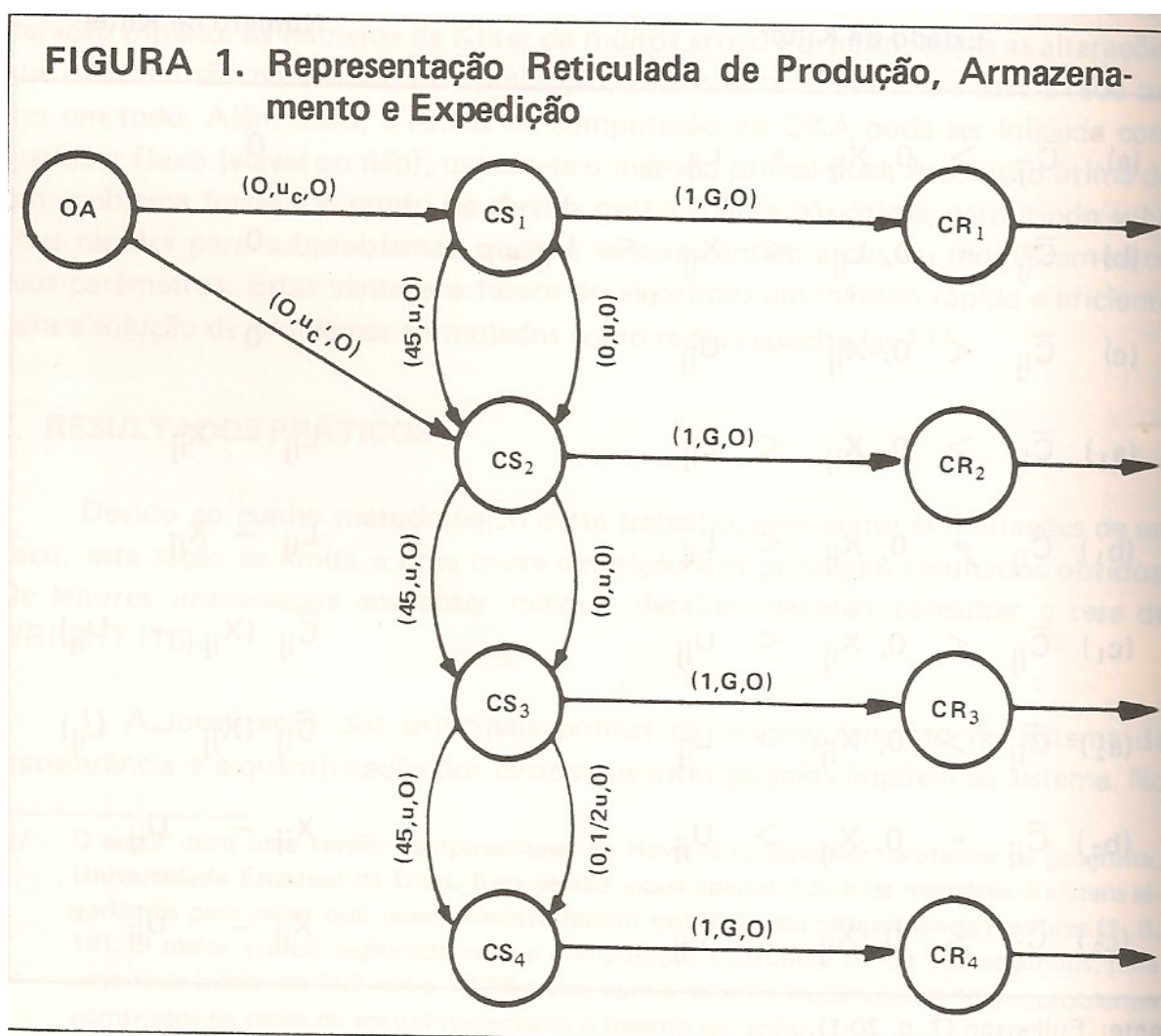
Estados de Kilter	Número de Kilter
(a) $\bar{C}_{ij} > 0, X_{ij} = L_{ij}$	0
(b) $\bar{C}_{ij} = 0, L_{ij} \leq X_{ij} \leq U_{ij}$	0
(c) $\bar{C}_{ij} < 0, X_{ij} = U_{ij}$	0
(a <sub>1</sub> ) $\bar{C}_{ij} > 0, X_{ij} < L_{ij}$	$L_{ij} - X_{ij}$
(b <sub>1</sub> ) $\bar{C}_{ij} = 0, X_{ij} < L_{ij}$	$L_{ij} - X_{ij}$
(c <sub>1</sub> ) $\bar{C}_{ij} < 0, X_{ij} < U_{ij}$	$\bar{C}_{ij} (X_{ij} - U_{ij})$
(a <sub>2</sub> ) $\bar{C}_{ij} > 0, X_{ij} > L_{ij}$	$\bar{C}_{ij} (X_{ij} - L_{ij})$
(b <sub>2</sub> ) $\bar{C}_{ij} = 0, X_{ij} > U_{ij}$	$L_{ij} - U_{ij}$
(c <sub>2</sub> ) $\bar{C}_{ij} < 0, X_{ij} > U_{ij}$	$L_{ij} - U_{ij}$

**Fonte:** Fulkerson (7, p. 20-1)

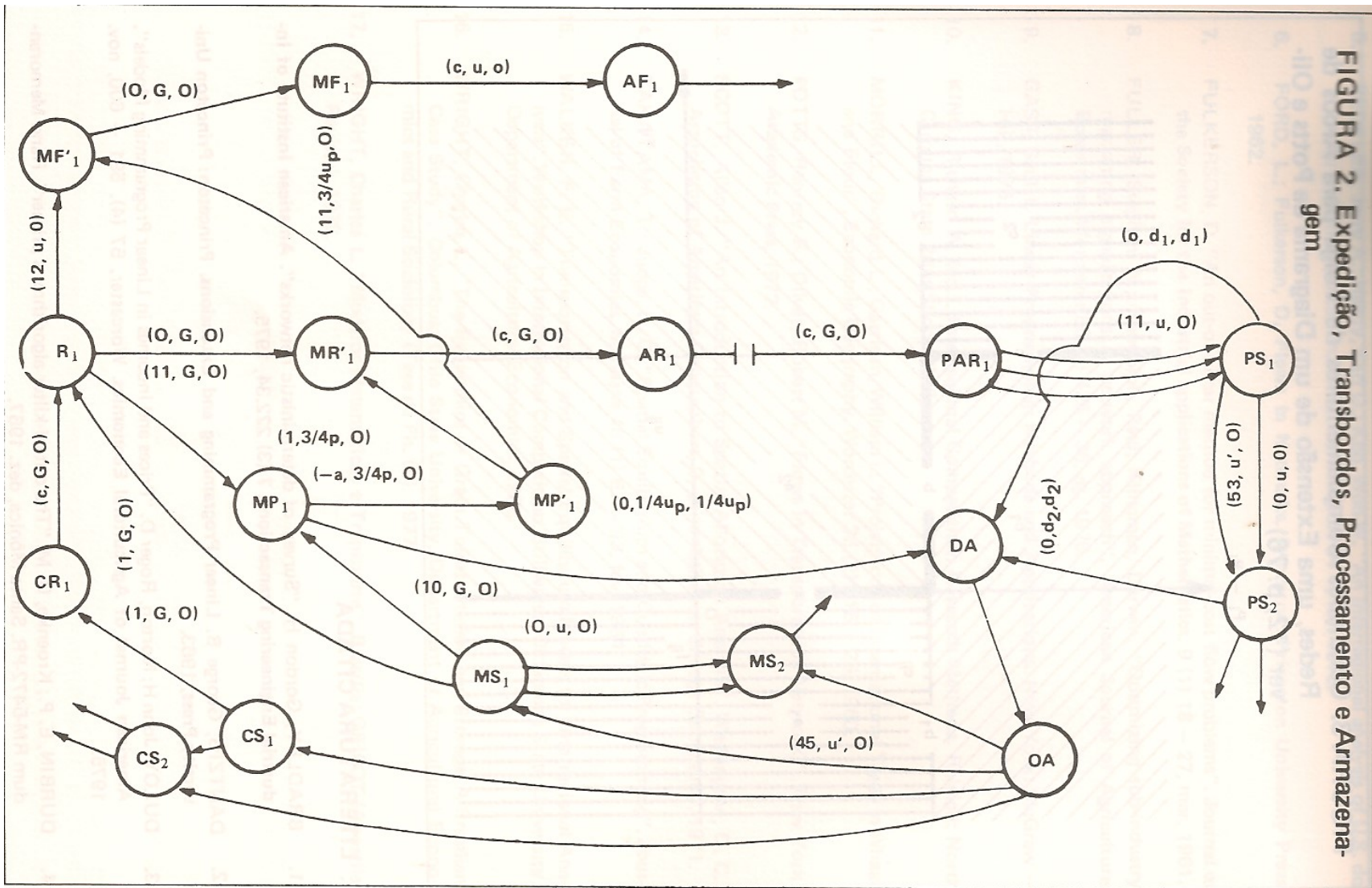
## 6. CONCLUSÕES

Muitos problemas de transporte e armazenagem podem ser melhor abordados com o modelo de redes capacitadas do que com os modelos tradicionais de programação linear. As vantagens incluem maior facilidade no uso do modelo, do ponto de vista do usuário, como também no cômputo e na interpretação das soluções. O modelo de redes capacitadas é especialmente útil na análise dos estrangulamentos comumente encontrados nas redes de transporte e armazenagem encontradas nos países em vias de desenvolvimento. Como ilustrado no estudo de Wright sobre o corredor de Paranaguá, o elevado grau de realismo na representação de um sistema físico, com o modelo de redes capacitadas, permite ao pesquisador abordar uma série maior de problemas econômicos do que seria possível com o uso de outros modelos.

**FIGURA 1.** Representação Reticulada de Produção, Armazenamento e Expedição



**FIGURA 2.** Expedição, Transtornos, Processamento e Armazenamento



**FIGURA 2.** Expedição, Transtornos, Processamento e Armazenamento





## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BRADLEY, Gordon H. "Survey of deterministic networks". **American Institute of Industrial Engineering Transactions**, 7 (3) 222-34, 1975.
2. DANTZIG, George B. Linear Programming and Extensions. Princeton: **Princeton University Press**, 1963.
3. DULOY, John H.; Norton, Roger D. "Prices and Incomes in Linear Programming Models". **American Journal of Agricultural Economics**. Worcester, 57 (4). 591 - 600, nov. 1975.
4. DURBIN, E. P.; Kroenke, D. M. "The out-of-kilter algorithm: a primer". Rand Memorandum R M-5472-PR. Santa Mônica, dez. 1967.
5. FEDELER, Jerry A.; Heady, Earl O.; Koo, Won W. "An interregional analysis of U.S. domestic grain transportation. Ames: Card Report 54 T, fev. 1975.
6. FORD, L.; Fulkerson, D. **Flows in Networks**. Princeton: **Princeton University Press**, 1962.
7. FULKERSON, D. "An out-of-kilter method for minimal-cost flow problems". Journal of the Society for the Industrial Applications of Mathematics. 9 (1) 18 - 27, mar. 1961.
8. FULLER, Stephen W.; Randolph, Paul; Klingman, Darwin. "Optimizing sub-industry marketing organizations: a network approach", **American Journal of Agricultural Economics**. Worcester 58 (3) 425 - 36, ag. 1976.
9. GASS, Saul I. **Linear Programming: Methods and Applications** New York: McGraw - Hill, 1975.
10. KING, Richard A. (ed.). **Interregional Competition: Research Methods**. Raleigh: North Carolina State Print Shop, 1963.
11. MORRILL, Richard L.; Garrison, William L. "Projections of International Trade in Wheat and Flour". **Economic Geography**. Worcester 36 (2) 116 - 26, 1960.
12. POTTS, Renfrey B.; Oliver, Robert M. "Flows in Transportation Networks". New York: **Academic Press**, 1972.
13. SCOTT, Allen J. "An Introduction to Spatial Allocation Analysis". Washington, D. C.: **Association of American Geographers**, 9, Commission on College Geography, 1971.
14. TAKAYAMA, T.; Judge, G. G. "Spatial Equilibrium and Quadratic Programming". **Journal of Farm Economics**. Menasha 46 (1) 67 - 93, fev. 1964.
15. WALKER, F. E. "Transportation and Spatial Equilibrium Models for Interregional Analysis". **Workshop in Interregional Competition**. Stillwater: Oklahoma State University, Department of Agricultural Economics, 1966.
16. WRIGHT, Charles L. "The Economics of Grain Transportation and Storage: A Brazilian Case Study". Columbus: **Ohio State University**, Department of Agricultural Economics and Rural Sociology (Tese de Ph. D.), 1977.
17. WRIGHT, Charles L. "Modelos Matemáticos e Transporte". Brasília: GEIPOT (Apostila Revista), 1978.