AgEcon SEARCH
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library

This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.

Help ensure our sustainability.

Give to AgEcon Search

AgEcon Search
http://ageconsearch.umn.edu
aesearch@umn.edu

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

SCHRIFTEN DER GESELLSCHAFT FÜR WIRTSCHAFTS- UND SOZIALWISSENSCHAFTEN DES LANDBAUES E.V.

Henrichsmeyer, W.: Die Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts der landwirtschaftlichen Produktion. In: Reisch, E.: Quantitative Methoden in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Band 4, Münster-Hiltrup: Landwirtschaftsverlag (1967), S. 364-388.

Die Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts der landwirtschaftlichen Produktion

Von Dr. W. Henrichsmeyer, Stuttgart-Hohenheim

1 Klassische und moderne Betrachtungsweise 364

2 Räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Basis vorgegebener Angebots- und Nachfragefunktionen 365

2.1 Gleichgewichtsbedingungen 366
2.2 Umwandlung des deskriptiven Problems in ein Optimierungsproblem 367
2.3 Lösung des räumlichen Gleichgewichtsproblems für ein Produkt und mehrere Regionen 368
2.4 Probleme der empirischen Anwendung und empirische Untersuchungen 371

3 Räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Basis von aggregierten Produktionsmodellen 372

3.1 Gleichgewichtsbedingungen 372
3.2 Ein lineares interregionales Programmierungsmodell 374
3.3 Ein allgemeines statisches räumliches Gleichgewichtsmodell 374
3.4 Schwierigkeiten der empirischen Anwendung 379
3.5 Begrenzungen des Aussagewertes von statischen räumlichen Gleichgewichtsmodellen 381

4 Ansatzpunkte für eine Erweiterung der statischen räumlichen Gleichgewichtsmodelle 381

4.1 Ein rekursives interregionales Wettbewerbsmodell 382
4.2 Ein dynamisches interregionales Wettbewerbsmodell 383
4.3 Kombination von interregionalen Wettbewerbs- und Preiserwartungsmodellen 384

Anhang 388

Die Entwicklung der landwirtschaftlichen Standortforschung ist in den letzten Jahren durch die Fortschritte in der allgemeinen Theorie des räumlichen Gleichgewichts entscheidend beeinflußt worden. Diese Fortschritte wurden vor allem durch die Darstellung des räumlichen Gleichgewichtsproblems in Form von erweiterten Walras-Modellen und durch die Anwendung neuerer mathematischer Instrumente, insbesondere der linearen und nichtlinearen Programmierung, erzielt. Erste Ansätze für eine Darstellung des räumlichen Gleichgewichtsproblems mit Hilfe von Gleichungssystemen sind bereits bei August Lösch zu finden [46]. In den letzten Jahren ist dann diese Richtung der allgemeinen Theorie des räumlichen Gleichgewichts durch die Arbeiten von Isard [34; 35], Lefeber [45], v. Böventer [9] und Kuenne [42] zu einem gewissen Abschluß geführt worden.

Die neuen Erkenntnisse der allgemeinen räumlichen Gleichgewichtstheorie bilden die Grundlage für die rasche Entwicklung der landwirtschaftlichen Standortforschung.

In den neueren landwirtschaftlichen Standortmodellen wird das räumliche Gleichgewicht der landwirtschaftlichen Produktion durch ein System von Variablen beschrieben, das bestimmten Begrenzungen unterworfen ist. Die Entwicklung der landwirtschaftlichen Standortforschung beruht somit auf den gleichen Impulsen, denen auch die landwirtschaftliche Betriebswirtschaftslehre ihre raschen Fortschritte im letzten Jahrzehnt verdankt.
Diese neue Darstellungsform des räumlichen Gleichgewichtsproblems beinhaltet zunächst einmal im Bereich der Standortlehre genausowenig eine neue Theorie wie in der Betriebswirtschaftslehre, wenn sie auch zur Weiterentwicklung der Theorie des allgemeinen räumlichen Gleichgewichts einen entscheidenden Anstoß gegeben hat. Die Bedeutung für die landwirtschaftliche Standortforschung liegt vielmehr vor allem in der Möglichkeit, Modelle für die quantitative Lösung praktischer Probleme zu entwickeln. Damit wird eine Entwicklung eingeleitet, die selbst ein so phantasievoller Nationalökonom wie August Lösch noch vor 30 Jahren als illusorisch ansah, wenn er schrieb [46 S. 65]: „Eine andere Bedeutung (als die Ableitung von Bedingungen für das räumliche Gleichgewicht) haben m. E. derartige Gleichungssysteme nicht. Ich halte es für utopisch anzunehmen, man könnte sie allmählich ausbauen und damit praktische Probleme exakter lösen als mit unseren jetzigen groben Verfahren".

1 Klassische und moderne Betrachtungsweise

In den räumlichen Gleichgewichtsmodellen der landwirtschaftlichen Produktion wird versucht, die räumliche Anordnung der verschiedenen landwirtschaftlichen Produktionszweige und die Intensität ihrer Nutzung, den interregionalen Agrargüteraustausch und den regionalen Einsatz von Produktionsfaktoren aus dem Zusammenwirken der verschiedenen Standortfaktoren zu erklären.
Die Standortfaktoren sind in bestimmter Form über die Fläche verteilt und teils an den Boden (natürliche Produktionsverhältnisse, Sachkapitalausstattung) und teils an die Bevölkerung (Güternachfrage, Arbeitsangebot) gebunden. Im Verhältnis zur gewerblichen Produktion ist die landwirtschaftliche Erzeugung sehr flächenextensiv. Daher zeigt sie im allgemeinen eine mehr gleichmäßige Verteilung über die Fläche des Wirtschaftsgebietes, während gewerbliche Produktion und Dienstleistungsbetriebe (und damit die nichtlandwirtschaftliche Bevölkerung) je nach dem Stand der Wirtschaftsentwicklung mehr oder weniger in bestimmten Zentren konzentriert sind.
Das Vorliegen dieser Verhältnisse hat zu den bekannten Abstraktionen in den traditionellen landwirtschaftlichen Standortmodellen geführt: Die nichtlandwirtschaftlichen Wirtschaftszweige (und damit die Nachfrage nach Agrarprodukten) sind in einer oder mehreren Punktstädten konzentriert gedacht, während sich die landwirtschaftliche Produktion über eine homogene Ebene, die um die Städte gelagert ist, verteilt. In diesen Modellen lassen sich auf dem Wege der isolierenden Abstraktion die Einflüsse der einzelnen Standortfaktoren analysieren und unter äußerst restriktiven Annahmen die landwirtschaftlichen Anbauzonen, Nutzungsintensitäten und Marktstrukturen graphisch oder analytisch ableiten [61; 46; 16; 48; 42].
Die moderne landwirtschaftliche Standortforschung fragt demgegenüber nach dem Wirkungszusammenhang der Standortfaktoren unter annähernd realistischen Verhältnissen. Um hierfür operationale Modelle ableiten zu können, ist es notwendig, auch auf der Produktionsseite zu einer diskreten Betrachtungsweise überzugehen und anzunehmen, daß die landwirtschaftliche Produktion kleinerer Erzeugungsgebiete durch Punkte im Raum repräsentiert wird. Auf diese Art und Weise gelingt es, die restriktiven Annahmen homogener Flächen und gleichmäßiger Produktionsfaktorausstattung, wie

sie in den traditionellen Standortmodellen üblich sind, fallenzulassen und die spezifischen Produktionsbedingungen der einzelnen Regionen zu berücksichtigen. Für die einzelnen Teilregionen sind dann zwar weiterhin strenge Homogenitätsvoraussetzungen zu machen[1]), zwischen den Regionen können jedoch alle denkbaren Unterschiede in den Produktionsfunktionen und der Faktorausstattung bestehen. Dadurch daß man die Regionen genügend klein wählt, kann man sich den tatsächlichen Verhältnissen beliebig annähern[2])

Das räumliche Gleichgewichtsproblem läßt sich dann wie folgt beschreiben:

Das betrachtete Wirtschaftsgebiet ist raumdeckend in eine endliche Zahl von Produktions- und Nachfrageregionen eingeteilt, die jeweils durch Punkte im Raum repräsentiert werden. In jeder Produktionsregion werden eine oder mehrere Gruppen landwirtschaftlicher Betriebe unterschieden, die unter bestimmten Gesichtspunkten (die unter im einzelnen analysiert werden) als annähernd homogen angesehen werden können. Die Betriebsgruppen werden als ökonomische Einheiten aufgefaßt, die selbständige Entscheidungen fällen. Sie sind auf eine der beiden folgenden Weisen gekennzeichnet:

1. Entweder durch Preis-Angebotsfunktionen für die landwirtschaftlichen Erzeugnisse oder
2. durch die Faktoren, die den Verlauf der Preis-Angebotsfunktionen bestimmen:
   a) den Verlauf der Produktionsfunktionen für landwirtschaftliche Erzeugnisse,
   b) die Ausstattung mit Boden, Arbeit und Kapital,
   c) den Verlauf der Preis-Angebotsfunktionen für Produktionsmittel und
   d) die wirtschaftlichen Verhaltensweisen der Produzenten.

Die regionale Nachfrage für die verschiedenen landwirtschaftlichen Erzeugnisse ist durch regionale Nachfragefunktionen gekennzeichnet. Die Produktions- und Nachfrageregionen sind durch Transportkosten getrennt, die vorgegeben und unabhängig von den im landwirtschaftlichen Bereich transportierten Mengen sind. Transportkosten innerhalb der Regionen werden vernachlässigt.

Den beiden Möglichkeiten zur Charakterisierung der landwirtschaftlichen Produktion entsprechen zwei Typen analytischer Modelle zur Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts:

1. Räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Basis vorgegebener Preis-Angebotsfunktionen und
2. räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Grundlage aggregierter Produktionsmodelle.

2 Räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Grundlage vorgegebener Angebots- und Nachfragefunktionen[3])

Die Probleme des Güteraustausches und der Preisbildung bei räumlich getrennten Märkten, die jeweils durch Preis-Angebots- und Preis-Nachfragefunktionen gekennzeichnet sind, sind schon seit mehr als hundert Jahren von Nationalökonomen unter-

---

[1]) Vgl. die Diskussion der Bedingungen für vollkommene Aggregation und die Möglichkeiten ihrer Annäherung in Abschn. 2.4.

[2]) In den allgemeinen räumlichen Gleichgewichtsmodellen wird vielfach bis auf die Standorte der einzelnen Haushalte bzw. Betriebe zurückgegangen (LEFEBER, v. BÖVENTER), in der empirischen Analyse setzen die Kapazitäten der Rechenanlagen jedoch enge Grenzen.

[3]) Die Ausführungen in diesem Abschnitt sind z. T. wörtlich einer anderen Arbeit des Verfassers entnommen [30].

sucht und wohl erstmals von COURNOT im Jahre 1838 genauer beschrieben worden [11]. Die Bedingungen für die räumliche Gleichgewichtslösung bei vollkommenem Wettbewerb wurden bereits von ihm klar gesehen, wenn er schrieb: „Es ist klar, daß eine Ware, die beweglich ist, vom Markt, auf dem ihr Wert geringer ist, zu dem Markt strömen muß, auf dem ihr Wert größer ist, bis der Wertunterschied zwischen den beiden Märkten nicht größer ist als die Transportkosten" [11, S. 103].

2.1 *Gleichgewichtsbedingungen*

Für die weiteren Ableitungen ist es zweckmäßig, diese Bedingungen in einer Form zu formulieren, die der linearen Produktionstheorie analog ist: Der Wertzuwachs durch Transport darf nicht größer als die Transportkosten sein. Er ist den Transportkosten gerade gleich, wenn im Gleichgewicht zwischen den betreffenden Standorten Güter ausgetauscht werden.
Hieraus folgt für das regionale Preisgefälle: Der Ortspreis eines Produktes ist in einer Region, die an eine andere Region liefert, stets genau um die Transportkosten niedriger als der Ortspreis in der Empfangsregion. Somit entspricht das regionale Preisgefälle eines Produktes für alle Regionen, die direkt oder indirekt durch Güteraustausch miteinander verbunden sind, den Transportkosten zwischen den Regionen. In Regionen, die in bezug auf ein bestimmtes Gut selbstversorgend sind, wird der Preis allein durch die Preis- und Angebotsfunktionen der jeweiligen Region bestimmt.

An dem bekannten vereinfachten Lehrbuchbeispiel für 2 Regionen und 1 Produkt läßt sich das veranschaulichen (Abb. 1). Ohne interregionalen Austausch ist der Preis für Gut 1 in Region r ${}_rp_{01}$ und in Region g ${}_gp_{01}$.

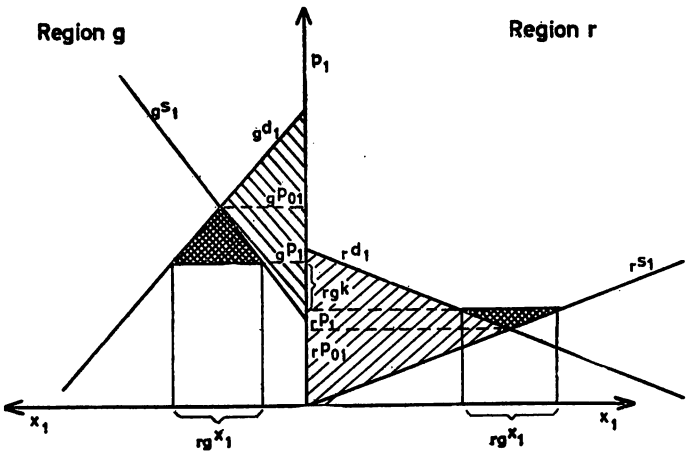

Abb. 1

Sind die Transportkosten größer als ${}_gp_{01}-{}_rp_{01}$, so bringt ein Austausch keinen Gewinn. Bei Transportkosten in Höhe von ${}_rgk$ lohnt es sich, das Gut von r nach g zu liefern. Durch den Austausch erhöht sich der Preis in r und erniedrigt sich der Preis in g. Solange die Preisdifferenz noch größer als die Transportkosten ist, machen die Händler einen Arbitragegewinn. Dieser verschwindet, wenn die Preisdifferenz den Transportkosten gleich wird. Dann ist das räumliche Gleichgewicht mit den Preisen ${}_rp_1$ und ${}_gp_1$ und der Austauschmenge ${}_rgx$ erreicht.

Das beschriebene räumliche Gleichgewichtsproblem ist ein Problem der „deskriptiven Ökonomik" [50]. In dem einfachen Zwei-Regionen-Fall kann man die Lösung ohne Schwierigkeiten graphisch ermitteln, und für mehrere (aber wenige) Regionen läßt sich die Lösung ebenfalls „durch Probieren" finden. Zu einer eleganteren und direkten Lösung des Problems kam ENKE, indem er die Analogie zum Problem des elektrischen Kreislaufs bei bestimmten Widerständen und Batterien ausnutzte [18][1]).
Den Ansatzpunkt für die Lösung größerer empirischer Probleme schuf jedoch erst SAMUELSON, indem er zeigte, daß sich das deskriptive Gleichgewichtsproblem künstlich in ein Optimierungsproblem verwandeln läßt. Hierdurch wird die Anwendung der leistungsfähigen Verfahren der Optimumrechnung möglich.

2.2 *Umwandlung des deskriptiven Problems in ein Optimierungsproblem*

Die künstliche Transformation des Gleichgewichts- in ein Extremwertproblem beruht auf dem Grundgedanken, die Gleichgewichtslösung auf irgendeine Art und Weise durch Flächen unter den Angebots- und Nachfragefunktionen zu beschreiben, die im Gleichgewicht eine maximale bzw. minimale Größe haben müssen.
Samuelson ging bei der ersten Ableitung dieses Ansatzes davon aus, daß die Fläche unter den Überschußnachfragekurven nach Abzug der Transportkosten (Net-Social-Pay-Off) in der Gleichgewichtslösung einen maximalen Wert haben muß [50].
Neuerdings hat SMITH [53] gezeigt, daß sich das Gleichgewicht in ähnlicher Weise auch durch Minimierung der Produzenten- und Konsumentenrenten unter bestimmten Nebenbedingungen ermitteln läßt.[2]) Da man die Minimierung der Produzenten- und Konsumentrenten besser ökonomisch interpretieren kann, soll von diesem Ansatz ausgegangen werden. Beide Wege führen jedoch zum gleichen Ergebnis.[3])
In Abb. 1 gibt die einfach plus doppelt schraffierte Fläche die Rentensumme in der Gleichgewichtslage an. Es ist leicht einzusehen, daß bei allen anderen Preisen und Austauschmengen die Rentensumme größer sein muß, wenn man die Bedingung berücksichtigt, daß die Preisdifferenz zwischen den Regionen nicht größer als die Transportkosten sein darf.
Aus Abb. 1 ist weiterhin ersichtlich, daß bei allen denkbaren Preiskonstellationen die Rentensummen der Regionen in isoliertem Zustand (in Abb. 1 die einfach schraffierten Flächen) als unveränderlicher Teil der Gesamtrenten auftreten (wobei sich allerdings der jeweilige Anteil der Produzenten- und Konsumentenrente verändern kann). Man kann daher die Rentensummen der isolierten Regionen als Konstante ansehen und sich darauf beschränken, die zusätzlichen Renten (in Abb. 1 die doppelt schraffierten Flächen) zu minimieren.
Für den allgemeineren Fall von t Regionen und einem Produkt läßt sich dann bei An-

---

[1]) ENKES Verfahren ist bei linearen Angebots- und Nachfragefunktionen und einem Gut anwendbar.

[2]) Unter Konsumentenrente wird hierbei im Anschluß an Marshall die Differenz zwischen dem Betrag, den die Nachfrager maximal (bei Preisdifferenzierung) für ein Gut auszugeben bereit wären, und dem Betrag verstanden, den sie tatsächlich im Gleichgewicht zahlen. Entsprechendes gilt für die Produzentenrente [47]. Es ist jedoch zu betonen, daß es sich sowohl bei der Maximierung des Net-Social-Pay-Off als auch bei der Minimierung der Konsumenten- und Produzentenrenten lediglich um rechentechnisch günstige Formulierungen des räumlichen Gleichgewichtsproblems bei vollkommener Konkurrenz handelt. Die Ausdrücke Konsumentenrente, Produzentenrente und Social-Pay-Off dürfen nicht dazu verleiten, dem Ergebnis irgendwelche Welfare-Bedeutung beizumessen.

[3]) SMITH beweist die Äquivalenz beider Verfahren [53]

nahme linearer Preis-Angebots- und Preis-Nachfragefunktionen die räumliche Gleichgewichtslösung analytisch bestimmen.
Gegeben sind:
Regionale Preis-Nachfragefunktionen

$$ {}_rd_1 = {}_r\alpha_1 - {}_r\beta_1 \, {}_rp_{d1} \qquad (r = 1, 2, \ldots, g, \ldots, t) \tag{1} $$

mit ${}_rd_1$ als Nachfragemenge und ${}_rp_{d1}$ als Preis in Region r für das Gut 1 und ${}_r\alpha_1$ und ${}_r\beta_1$ als Parameter.
Regionale Preis-Angebotsfunktionen

$$ {}_rs_1 = {}_r\delta_1 + {}_r\gamma_1 \, {}_rp_{s1} \qquad (r = 1, 2, \ldots, g, \ldots, t) \tag{2} $$

mit ${}_rs_1$ als Angebotsmenge und ${}_rp_{s1}$ als Preis für das Gut 1 in Region r und ${}_r\delta_1$ und ${}_r\gamma_1$ als Parameter.
Das räumliche Gleichgewichtsmodell läßt sich dann wie folgt formulieren:
Minimiere die Rentensumme R

$$ \begin{aligned} R = & \sum_{g=1}^{t} \int_{{}_gp_{o1}}^{{}_gp_{s1}} ({}_g\vartheta_1 + {}_g\gamma_1 \, {}_gp_{s1}) \, dp \\ & - \sum_{r=1}^{t} \int_{{}_rp_{o1}}^{{}_rp_{d1}} ({}_r\alpha_1 - {}_r\beta_1 \, {}_rp_{d1}) \, dp \end{aligned} \tag{3} $$

unter den Nebenbedingungen

$$ \begin{aligned} {}_gp_{s1} - {}_rp_{d1} + {}_gr k_1 &\geq 0 \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2, \ldots, t \\ g = 1, 2, \ldots, t \end{pmatrix} \\ {}_gp_{s1}, \; {}_rp_{d1} &\geq 0 \end{aligned} \tag{4} $$

Hierin bezeichnet ${}_gr k_1$ die Transportkosten für den Austausch einer Einheit des Gutes 1 von Region g nach Region r. Aufgrund der Annahme von Punktmärkten in den einzelnen Regionen ist ${}_gg k_1$ $(g = 1, 2, \ldots, t)$ gleich Null.
Nach Durchführung der Integration kann man (3) und (4) als Programmierungsproblem mit quadratischer Zielfunktion und linearen Nebenbedingungen schreiben:

$$ \begin{aligned} Min \; R = & \sum_{g=1}^{t} \left({}_g\vartheta_1 \, {}_gp_{s1} + \frac{1}{2} \, {}_g\gamma_1 \, {}_gp^2{}_{s1} \right) \\ & - \sum_{r=1}^{t} \left({}_r\alpha_1 \, {}_rp_{d1} - \frac{1}{2} \, {}_r\beta_1 \, {}_rp^2{}_{d1} \right) \end{aligned} \tag{5} $$

unter den Nebenbedingungen

$$ \begin{aligned} -{}_gp_{s1} + {}_rp_{d1} - {}_gr k_1 &\leq 0 \qquad \begin{pmatrix} g = 1, 2, \ldots, t \\ r = 1, 2, \ldots, t \end{pmatrix} \\ {}_gp_{s1}, \; {}_rp_{d1} &\geq 0 \end{aligned} \tag{6} $$

Zur Lösung dieses Problems stehen eine Reihe leistungsfähiger Lösungsverfahren zur Verfügung [44; 6a]. Es ist das Verdienst von TAKAYAMA und JUDGE, zum erstenmal auf diese Möglichkeit zur Lösung des räumlichen Gleichgewichtsproblems hingewiesen zu haben [58].

2.3 *Lösung des räumlichen Gleichgewichtsmodells für ein Produkt und mehrere Regionen*

Von den Lösungsverfahren erscheinen für das räumliche Gleichgewichtsproblem besonders die Verfahren effizient, bei denen das quadratische Problem in ein lineares

Programm überführt wird, das dann nach der Simplexmethode lösbar ist. Die Grundstruktur dieser Verfahren läßt sich von den KUHN-TUCKER-Bedingungen für nichtlineare Programme ableiten[1]).
Aus (5) und (6) ergibt sich folgende verallgemeinerte Lagrangefunktion:

$$\begin{aligned} F(p, x) = & \sum_{g=1}^{t} \left({}_g\vartheta_1 \, {}_gp_{s1} + \frac{1}{2} \, {}_g\gamma_1 \, {}_gp^2{}_{s1} \right) \\ & - \sum_{r=1}^{t} \left({}_r\alpha_1 \, {}_rp_{d1} - \frac{1}{2} \, {}_r\beta_1 \, {}_rp^2{}_{d1} \right) \\ & + \sum_{g=1}^{t} \sum_{r=1}^{t} {}_{gr}x_1 (-{}_gp_{s1} + {}_rp_{d1} - {}_{gr}k_1) \end{aligned} \tag{7}$$

Hierin sind ${}_{gr}x_1$ $(g = r = 1, 2, \ldots, t)$ die Lagrange-Multiplikatoren, die sich bei unserem Problem als interregionale Austauschmengen bzw. bei ${}_{gg}x_1$ als Austauschmenge zwischen Angebot und Nachfrage innerhalb einer Region interpretieren lassen. ${}_{gr}x_1$ bezeichnet eine Mengeneinheit des Gutes 1, die von g nach r geliefert wird.
Nach KUHN und TUCKER ergeben sich folgende Bedingungen für eine optimale Lösung des Problems:

$$\frac{\delta F(p, x)}{\delta_g p_{s1}} = {}_g\vartheta_1 + {}_g\gamma_1 \, {}_gp_{s1} - \sum_{r=1}^{t} {}_{gr}x_1 \geq 0 \qquad (g = 1, 2, \ldots, t) \tag{8a}$$

$$\frac{\delta F(p, x)}{\delta_g p_{s1}} \cdot {}_gp_{s1} = 0 \tag{8b}$$

$$\frac{\delta F(p, x)}{\delta_r p_{d1}} = -({}_r\alpha_1 - {}_r\beta_1 \, {}_rp_{d1}) + \sum_{g=1}^{t} {}_{gr}x_1 \geq 0 \tag{8c}$$

$$(r = 1, 2, \ldots, t) \tag{8}$$

$$\frac{\delta F(p, x)}{\delta_r p_{d1}} \cdot {}_rp_{d1} = 0 \tag{8d}$$

Die Bedingungen (8a) und (8c) besagen, daß in der räumlichen Gleichgewichtslösung die Nachfrage nicht das Angebot übersteigen darf, und aus den Bedingungen (8b) und (8d) ergibt sich, daß bei positiven Preisen in (8a) und (8c) stets Gleichungen erfüllt sein müssen, also Angebot gleich Nachfrage sein muß.
Die weiteren KUHN-TUCKER-Bedingungen sind:

$$\frac{\delta F(p, x)}{\delta_{gr} x_1} = -{}_gp_{s1} + {}_rp_{d1} - {}_{gr}k_1 \leq 0 \qquad (g = r = 1, 2, \ldots, t) \tag{9a}$$

$$\frac{\delta F(p, x)}{\delta_{gr} x_1} \, {}_{gr}x_1 = 0 \tag{9b}$$

(9)

$${}_gp_{s1}, \; {}_rp_{d1}, \; {}_{gr}x_1 \geq 0 \tag{10}$$

Bedingung (9a) fordert, daß die Preisdifferenz zwischen zwei Regionen nicht größer als die Transportkosten zwischen den Regionen sein darf, und aus (9a) und (9b) zusammen ergibt sich: Bei interregionalem Austausch ist die Preisdifferenz genau den Transport-

[1]) Die KUHN-TUCKER-Bedingungen sind Verallgemeinerungen der klassischen Multiplikatormethode von LAGRANGE, bei der auch Ungleichungen in den Nebenbedingungen zugelassen sind [43]. Eine knappe Beschreibung der KUHN-TUCKER-Bedingungen findet sich bei KÜNZI und Krelle [44], auf die im folgenden weitgehend Bezug genommen wird.

kosten gleich und umgekehrt, wenn die Preisdifferenz kleiner als die Transportkosten ist, findet kein Austausch statt.
Insgesamt entsprechen also die KUHN-TUCKER-Bedingungen für das quadratische Programmierungsproblem (5) und (6) völlig den oben beschriebenen Bedingungen für das Austauschgleichgewicht bei vollkommenem Wettbewerb.
Durch eine alternative Formulierung der KUHN-TUCKER-Bedingungen, die von BARANKIN und DORFMAN [2] vorgeschlagen worden ist, kommt man direkt zum Ansatz des linearen Programms für das Problem. Dazu definieren wir

$$\frac{\delta F(p, x)}{\delta_{gr} x_1} = -{}_{gr}v_1. \tag{11}$$

Weiterhin nehmen wir aufgrund der ökonomischen Zusammenhänge an, daß die Preise stets > 0 sind. Die Bedingungen (8a), (8c), (9a) und (10) lassen sich dann folgendermaßen schreiben (nach entsprechender Umformung):

$$\begin{aligned}
&{}_g\vartheta_1 + {}_g\gamma_1\, {}_gp_{s1} - \sum_{r=1}^{t} {}_{gr}x_1 = 0 && (g = 1, 2, \ldots, t)\\
&-{}_r\alpha_1 + {}_r\beta_1\, {}_rp_{d1} + \sum_{g=1}^{t} {}_{gr}x_1 = 0 && (r = 1, 2, \ldots, t)\\
&-{}_gp_{s1} + {}_rp_{d1} - {}_{gr}k_1 + {}_{gr}v_1 = 0 && \begin{pmatrix} g = 1, 2, \ldots, t \\ r = 1, 2, \ldots, t \end{pmatrix}\\
&{}_gp_{s1},\ {}_rp_{d1},\ {}_{gr}x_1,\ {}_{gr}v_1 \geq 0
\end{aligned} \tag{12}$$

Wie leicht einzusehen ist, ist die Bedingung (9b) dann erfüllt, wenn

$$\sum_g^t \sum_r^t {}_{gr}x_1\, {}_{gr}v_1 = 0 \tag{13}$$

An diese Formulierung knüpfen einige der Lösungsverfahren für quadratische Programmierungsprobleme an [19; 3; 65]. Es wird eine solche Lösung für die Variablen p, x und v gesucht, die den Nebenbedingungen (12) genügt und für die (13) Null wird. Das wird erreicht durch eine Minimierung des Ausdrucks (13) unter den Nebenbedingungen (12):

$$\sum_g^t \sum_r^t {}_{gr}x_1\, {}_{gr}v_1 = Z = Min!$$

$$\begin{aligned}
&{}_g\gamma_1\, {}_gp_{s1} - \sum_{r=1}^{t} {}_{gr}x_1 &&= -{}_g\vartheta_1 && (g = 1, 2, \ldots, t)\\
&{}_r\beta_1\, {}_rp_{d1} + \sum_{g=1}^{t} {}_{gr}x_1 &&= {}_r\alpha_1 && (r = 1, 2, \ldots, t)\\
&-{}_gp_{s1} + {}_rp_{d1} + {}_{gr}v_1 &&= {}_{gr}k_1 && \\
&{}_gp_{s1},\ {}_rp_{d1},\ {}_{gr}x_1,\ {}_{gr}v_1 \geq 0 && && \begin{pmatrix} g = 1, 2, \ldots, t \\ r = 1, 2, \ldots, t \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{14}$$

Dieses Programm ist mit Hilfe der Simplexmethode unter Berücksichtigung bestimmter Zusatzregeln lösbar und führt, wenn eine Lösung für das Problem überhaupt existiert[1]) in einer endlichen Zahl von Iterationen zu $Z = 0$.
Nach den Erfahrungen von TAKAYAMA und JUDGE, die ohne direkten Bezug auf die

[1]) Bei „normal" geneigten Angebots- und Nachfragefunktionen im Ein-Produktfall existiert stets eine Lösung. Vgl. dazu [30, Abschn. 3.4].

KUHN-TUCKER-Bedingungen auf etwas umständlichere Weise zu dem Ansatz (14) gelangen[1]), erscheint für räumliche Gleichgewichtsprobleme eine Kombination der Verfahren von BARANKIN-DORFMAN und WOLFE am leistungsfähigsten[2]).
In ganz entsprechender Weise läßt sich der Modellansatz auch für mehrere Regionen und mehrere Produkte formulieren. Es ist dann die Summe der Konsumenten- und Produzentenrenten für alle Produkte und Regionen unter der Bedingung zu minimieren, daß bei keinem Produkt die Preisdifferenz zwischen zwei Orten die Transportkosten übersteigt [30].

Anmerkung:

Das beschriebene räumliche Gleichgewichtsproblem läßt sich auch mit Hilfe iterativer Verfahren lösen, wie zunächst von SAMUELSON vorgeschlagen worden war [50]. Diese Verfahren führen zu keiner direkten Lösung des räumlichen Gleichgewichtsproblems, sondern geben bestimmte Regeln für einzelne Lösungsschritte an, die in Richtung auf eine Gleichgewichtslösung führen. Kernstück dieser Verfahren ist das Transportmodell des KOOPMANNS-HITCHCOCK-Typs, mit dem sich bekanntlich für bestimmte vorgegebene regionale Angebots- und Nachfragemengen und Transportkosten die optimalen Austauschverflechtungen ermitteln lassen. Für den Sonderfall vollkommen preisunelastischer Angebots- und Nachfragefunktionen führt die Lösung des Transportproblems direkt zur räumlichen Gleichgewichtslösung.[3]) Bei preiselastischen Funktionen lassen sich bestimmte Regeln angeben, nach denen man sich in einer Reihe von Schritten der räumlichen Gleichgewichtslösung annähert. Bei jedem Schritt werden dabei die interregionalen Interdependenzen durch Lösung von Transportmodellen berücksichtigt. Diese Verfahren sind an anderer Stelle ausführlich beschrieben worden [39, S. 801—820; 21; 62; 31, Kap. 4.442].

2.4 *Probleme der empirischen Anwendung und empirische Untersuchungen*

Die Anwendung der beschriebenen räumlichen Gleichgewichtsmodelle setzt die Kenntnis der regionalen Preis-Angebots- und Preis-Nachfragefunktionen voraus. Die Schätzung beider Gruppen von Funktionen bereitet bekanntlich erhebliche Schwierigkeiten, auf die im Rahmen dieses Referates jedoch nicht weiter eingegangen werden kann. Da bisher nur wenige sporadische Untersuchungen über regionale Nachfrage- und Angebotsfunktionen vorliegen, ist die empirische Anwendung des beschriebenen Ansatzes vorerst auf ganz bestimmte enge Fragestellungen, wie etwa sehr kurzfristige räumliche Gleichgewichtsanalysen oder experimentelle Studien, beschränkt. Im einzelnen lassen sich folgende Untersuchungsrichtungen unterscheiden:

1. Sehr kurzfristig kann man das landwirtschaftliche Angebot weitgehend als durch außerökonomische Faktoren bestimmt ansehen. Für einige Monate läßt sich etwa die Bodenproduktion aufgrund von Anbaustatistiken und des Witterungsverlaufs und die Veredlungsproduktion aufgrund der Bestandszählungen und Futtervorausschätzungen mehr oder weniger exakt vorausschätzen. In räumlichen Gleichgewichtsmodellen des beschriebenen Types kann man dann die zu erwartenden interregionalen Austauschmengen und regionalen Preise ermitteln[4]).

---

[1]) Die Ableitung von TAKAYAMA und JUDGE geht vom Dual-Theorem der linearen Programmierung und von einem Theorem über die Reduzierbarkeit quadratischer Probleme zu linearen aus [60, S. 74f.]

[2]) TAKAYAMA, T. and JUDGE, G. G.: [60, S. 77 u. 86.] Auf technische Einzelheiten der Programmformulierung soll hier nicht weiter eingegangen werden.

[3]) Siehe zur Interpretation der Lösung eines Transportmodells als Ergebnis des Marktmechanismus [7]

[4]) Die meisten bisherigen empirischen Untersuchungen zielen auf eine solche kurzfristige räumliche Gleichgewichtsanalyse ab. Siehe u. a. [20, 22, 37, 38].

2. Durch hypothetische Annahme und systematische Variation von regionalen Angebots- und Nachfragefunktionen kann man die Sensitivität der interregionalen Austauschbeziehungen und des räumlichen Preisgefälles, etwa im Hinblick auf extreme Witterungsschwankungen, Außenhandelsmaßnahmen, langfristige Verschiebungen der Erzeugungsschwerpunkte, der Nachfrage und dergleichen, testen [40; 33; 56].
3. Man kann das räumliche Gleichgewichtsmodell für eine bestimmte ex-post-Periode formulieren und die in der betrachteten Periode tatsächlich in den einzelnen Regionen angebotenen und nachgefragten Mengen einsetzen[1]). Zwischen normativer Modellösung und tatsächlich beobachteten Austauschströmen und räumlichem Preisgefälle bestehen dann im allgemeinen Differenzen, die sich im wesentlichen auf nicht allein auf Transportkostenminimierung ausgerichtetes Verhalten der Produzenten und Händler und die Unvollkommenheiten des Modellansatzes zurückführen lassen. Somit lassen sich Aussagen über das Händlerverhalten und die empirische Funktionsfähigkeit des Transportmodells machen [25].

Die zukünftigen Anwendungsmöglichkeiten von räumlichen Gleichgewichtsmodellen der bisher beschriebenen Art hängen im wesentlichen von den Fortschritten bei der Schätzung regionaler Preis-Angebotsfunktionen ab. Im folgenden wird daher ein Ansatz beschrieben, der von der Standortdefinition 2 (vgl. Abschn. 1) ausgeht und auf der Seite der landwirtschaftlichen Produktion aggregierte Produktionsmodelle zur Grundlage hat. Dieser Ansatz setzt nicht die Kenntnis von Preis-Angebotsfunktionen voraus, sondern geht von einer Schicht von Informationen aus, die hinter diesen Funktionen steht.

3 Räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Basis von aggregierten Produktionsmodellen

Das räumliche Gleichgewicht läßt sich nun folgendermaßen kennzeichnen:
Das betrachtete Wirtschaftsgebiet ist raumdeckend in eine Reihe von landwirtschaftlichen Erzeugungs- und Nachfrageregionen eingeteilt, die jeweils durch einen einzigen Punkt repräsentiert werden. Auf der Nachfrageseite werden wie im vorigen Abschnitt regionale Preis-Nachfragefunktionen angenommen, während auf der Angebotsseite die einzelnen Erzeugungsregionen bzw. Gruppen relativ homogener Betriebe in den Regionen als Entscheidungseinheiten aufgefaßt werden. Diese Entscheidungseinheiten werden im folgenden als „Regionshöfe" bzw. „Gruppenhöfe" bezeichnet. Sie treffen ihre Produktions- und Angebotsentscheidungen wie einzelne landwirtschaftliche Betriebe auf der Grundlage der in der Gruppe bzw. Region bestehenden Produktionsfunktionen, der verfügbaren Mengen an Produktionsfaktoren und der (z. T. im räumlichen Gleichgewichtsmodell endogen bestimmten) Bezugs- und Absatzpreise und Entlohnungssätze für Produktionsfaktoren.

3.1 *Gleichgewichtsbedingungen*

Für das so skizzierte räumliche Gleichgewichtsproblem müssen die Gleichgewichtsbedingungen auf drei Ebenen erfüllt sein:

1. Auf der Ebene des Güteraustausches,
2. auf der Ebene der Produktion und
3. auf der Ebene des Faktoraustausches.

---

[1]) Das räumliche Gleichgewichtsmodell wird dann zum einfachen Transportmodell.

Die Gleichgewichtsbedingungen für den Güteraustausch sind bereits im vorigen Abschnitt beschrieben worden und brauchen hier nicht wiederholt zu werden.
Für das *Produktionsgleichgewicht* in den Gruppenhöfen gelten die gleichen Bedingungen, die auch im Preis- und Kostengleichgewicht des Einzelbetriebes erfüllt sein müssen. Jeder Gruppenhof dehnt im Rahmen der zur Verfügung stehenden Bodenflächen, Produktionsanlagen und Arbeitskräfte die einzelnen Betriebszweige soweit aus und nutzt sie so intensiv, wie es sich unter den Preis- und Kostenverhältnissen der Region lohnt. Bei Annahme neoklassischer Produktionsfunktionen lauten die Bedingungen genauer: Das Produktionsgleichgewicht ist dann erreicht, wenn:

1. der monetäre Grenzertrag (zu Ortspreisen) gleich den Grenzkosten ist und wenn
2. die Grenzkosten sich so zusammensetzen, daß der monetäre Grenzertrag jedes Faktors dem Ortspreis des Faktors gleich ist.

Bei Annahme linear-limitationaler Produktionsfunktionen, die dem Modellansatz zur Analyse des räumlichen Gleichgewichts besser entsprechen, lauten die entsprechenden Gleichgewichtsbedingungen: Die monetären Grenzprodukte dürfen bei keinem Produktionsprozeß größer als die Grenzkosten sein und bei Prozessen, die in der Gleichgewichtslösung zum Zuge kommen, müssen sie diesen gerade gleich sein.
Für das *Gleichgewicht des Faktoraustausches* gelten im Prinzip die gleichen Bedingungen wie für den Güteraustausch, nur sind dabei zwei Formen des Faktoraustausches zu unterscheiden: Austausch von Faktorleistungen im Rahmen des Pendelverkehrs (bei gleichem ständigen Sitz) und die Wanderung der Produktionsfaktoren selbst.
Im ersten Fall entsprechen die Gleichgewichtsbedingungen völlig denen beim Güteraustausch: Die Faktorentlohnungsdifferenzen zwischen den Gruppen — bzw. Regionshöfen dürfen nicht größer als die Kosten für den Pendelverkehr der Produktionsfaktoren sein und sind bei stattfindendem Austausch diesen Kosten gleich [45, Kap. 5.3 u. 5.4].
Die Wanderung von Produktionsfaktoren (Arbeitskräften) wird durch zahlreiche ökonomische, soziologische und institutionelle Faktoren und individuelle Präferenzen bestimmt. Wenn man von allen nichtökonomischen Einflüssen absieht, werden Produktionsfaktoren immer dann wandern, wenn die erwarteten Einkommenszuwächse höher eingeschätzt werden als die Wanderungskosten.
In formaler Weise lassen sich dann die Bedingungen für das Gleichgewicht der Faktorwanderung analog zu den Bedingungen für das Produktions- und Güteraustauschgleichgewicht formulieren [8]: Die Differenz der diskontierten Werte aller erwarteten künftigen Realeinkommen zwischen den Gruppen- bzw. Regionshöfen darf nicht größer als die Wanderungskosten sein, und für die Standorte, zwischen denen eine Faktorwanderung stattfindet, muß sie gleich den Wanderungskosten sein.
Für die Verhältnisse einer schrumpfenden Landwirtschaft in einer wachsenden Volkswirtschaft haben Arbeitsaushilfe und Wanderung von Arbeitskräften zwischen landwirtschaftlichen Betrieben (in unserem Modell zwischen Gruppen- und Regionshöfen) eine untergeordnete Bedeutung gegenüber den Arbeitskräfteverflechtungen mit anderen Wirtschaftsbereichen. Diese treten vor allem in folgenden Formen auf:

1. Vollkommene Abwanderung aus der Landwirtschaft mit Wohnsitzverlegung,
2. Teilbeschäftigung von landwirtschaftlichen Arbeitskräften in der gewerblichen Wirtschaft und
3. Beschäftigung nichtständiger Arbeitskräfte in der Landwirtschaft, die selbst oder deren Familienangehörige in anderen Wirtschaftsbereichen ihre Hauptbeschäftigung haben.

Für diese Wanderungsvorgänge gelten die oben beschriebenen Gleichgewichtsbedingungen entsprechend, für die Teilbeschäftigungen unter 2 und 3 die Bedingungen für die Faktorleistungsabgabe und für 1 die Bedingungen für Faktorwanderung.

Die *mathematische Struktur der Modelle* zur Ermittlung der räumlichen Gleichgewichtslösung hängt im wesentlichen von den Annahmen ab in bezug auf

1. den Verlauf der regionalen Preis-Nachfragefunktionen für landwirtschaftliche Erzeugnisse,
2. den Verlauf der regionalen Preis-Angebotsfunktionen für Produtkionsfaktoren und Produktionsmittel und
3. die Länge des Betrachtungszeitraumes und damit die Beweglichkeit der Produktionsfaktoren.

3.2 *Ein lineares interregionales Programmierungsmodell*

Zunächst gehen wir von den vereinfachenden Annahmen aus, daß die oben genannten Preis-Nachfrage- und Preis-Angebotsfunktionen entweder vollkommen preisunelastisch oder aber vollkommen preiselastisch sind. Im einzelnen nehmen wir an:

1. die regionalen Nachfragemengen für landwirtschaftliche Erzeugnisse sowie
2. die in den Regionen verfügbaren Mengen an Land, Arbeitskräften und Gebäuden sind gegeben, und
3. die regionalen Preise für die restlichen Produktionsmittel sind bekannt.

Das räumliche Gleichgewichtsproblem läßt sich dann mit Hilfe der linearen Programmireung lösen. Interregionale Programmierungsmodelle dieser Art sind u. a. von BECKMAN und MARSCHAK [5], ISARD [36], und STEVENS [57] allgemein beschreiben und von HEADY [26], RENBORG und BIROWO [6] für Untersuchungen im Agrarbereich angewandt worden. Die mathematische Grundstruktur eines solchen Ansatzes für drei Regionen und mehrere Regionshöfe ist im Anhang auf S. 388 dargestellt.

Aktivitäten des Modells sind die Produktionsverfahren der Gruppenhöfe und die interregionalen Austauschaktivitäten für landwirtschaftliche Erzeugnisse. (Der einfacheren Darstellung wegen sind keine Austauschaktivitäten für Produktionsfaktoren eingeführt). Diese Aktivitäten werden in der Zielfunktion mit den Spezialkosten der Produktionsverfahren bzw. den Transportkosten bewertet. Zielsetzung des Modells ist die Minimierung der gesamten Produktions- und Transportkosten unter den Nebenbedingungen, daß die regionale Nachfrage befriedigt wird und die Grenzen der Faktorverfügbarkeit nicht überschritten werden.

In der Lösung des Modells wird die optimale räumliche Organisation der landwirtschaftlichen Produktion für bestimmte natürliche, technische und ökonomische Daten ermittelt. Diese Lösung ist gleichbedeutend mit der statischen räumlichen Gleichgewichtslösung bei vollkommenem Wettbewerb und völlig rationalem Verhalten der Produzenten, Händler und Konsumenten.

Im einzelnen erhält man in der direkten Lösung den Umfang der Produktionsverfahren (und damit der Produktion und des Faktoreinsatzes) in den Gruppenhöfen und die Güteraustauschmengen zwischen den Regionen. Als Grenzwerte für die regionalen Nachfragenebenbedingungen ergeben sich die Grenzkosten (aus Produktion und Transport) für die Anlieferung der einzelnen Güter, die bei vollkommener Konkurrenz natürlich den Gleichgewichtspreisen gleich sind. Entsprechend lassen sich die Grenzwerte für austauschbare Produktionsfaktorleistungen als Gleichgewichtspreise für Faktorleistungen interpretieren. Die Grenzwerte für gruppenfixe Produktionsfaktoren können wie bei der einzelbetrieblichen Betrachtung als Renten aufgefaßt werden.

3.3 *Ein allgemeines statisches räumliches Gleichgewichtsmodell*

Bei der bisherigen Ableitung des räumlichen Gleichgewichtsmodells ist vereinfachend davon ausgegangen worden, daß bestimmte regionale Nachfrage- und Faktormengen

vorgegeben sind. Im folgenden soll nun die allgemeinere Annahme preiselastischer (linearer) Nachfragefunktionen eingeführt werden. (In ähnlicher Weise könnten auch preiselastische Funktionen für das Faktorangebot berücksichtigt werden, aber das soll hier der einfachen Darstellung wegen nicht geschehen). Dann ergibt sich ein nichtlineares Programmierungsproblem.

Zur Lösung dieses Problems gibt es, ähnlich wie beim Modell mit vorgegebenen Angebots- und Nachfragefunktionen, zwei Möglichkeiten: Man kann einmal bestimmte iterative Lösungsverfahren anwenden[1]) oder aber das Problem direkt mit Hilfe der quadratischen Programmierung lösen. In diesem Abschnitt soll der zweite Weg beschrieben werden.

Einfaches Einsetzen von Preis-Nachfragefunktionen statt der vorgegebenen Endnachfragemengen in das im vorigen Abschnitt beschriebene lineare Programmierungsmodell würde zu einem Standortmodell führen, bei dem die Landwirtschaft ihre Produktion so einrichtet, als wenn sie sich in einer monopolistischen Situation befände[2]). Zu einer räumlichen Gleichgewichtslösung bei vollkommenem Wettbewerb gelangen wir auch hier, wenn wir entsprechend den Vorschlägen von Samuelson oder Smith von Ansätzen ausgehen, bei denen eine betimmte Größe des Net-Social-Pay-Off maximiert bzw. die Summe der Konsumenten — und Produzentenrenten minimiert wird[3]).

Net-Social-Pay-Off definieren wir als Summe der Flächen unter den Preis-Nachfragekurven minus Summe der Faktorentlohnungen. Die Maximierung des Net-Social-Pay-Off unter den räumlichen Gleichgewichtsbedingungen, daß die Grenzkosten der Produktionsverfahren $\geq$ den monetären Grenzerlösen sind und die regionalen Preisunterschiede $\leq$ den Transportkosten sind, führt dann zu der räumlichen Gleichgewichtslösung bei vollkommenem Wettbewerb:[4])

Maximiere[5]):

$$Z = \sum_r^t \sum_i^n \int_0^{{}_rp_i} \left({}_r\alpha_i - {}_r\beta_{ii}\, {}_rp_i - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^n {}_r\beta_{ij}\, {}_rp_j \right) d_rp_i - \sum_r^t \sum_h^m {}_rb_h\, {}_rq_h$$

$$= \sum_r^t \sum_i^n \left({}_r\alpha_i\, {}_rp_i - \frac{1}{2}\, {}_r\beta_{ii}\, {}_rp^2{}_i - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^n {}_r\beta_{ij}\, {}_rp_j\, {}_rp_i \right) - \sum_r^t \sum_h^m {}_rb_h\, {}_rq_h$$

unter den Nebenbedingungen (15)

$$\sum_i^n {}_ra_{ik}\, {}_rp_i - \sum_h^m {}_rf_{hk}\, {}_rq_h - {}_rc_k \leq 0 \begin{pmatrix} r = 1, 2, \ldots t \\ k = 1, 2, \ldots z \end{pmatrix}$$

$$-{}_gp_i + {}_rp_i - {}_grk_i \leq 0 \begin{pmatrix} g \neq r = 1, 2, \ldots t \\ i = 1, 2, \ldots n \end{pmatrix}$$

$${}_rp_i\, {}_rq_h \geq 0!$$

---

[1]) Ein solches Verfahren ist u. a. vom Verfasser beschrieben worden in [31, Kap. 4.5]

[2]) Auch die Untersuchung dieser Situation kann von Interesse sein, wenn man z. B. die Möglichkeiten einer staatlichen Produktions- und Angebotsbeschränkung in der Landwirtschaft untersuchen will. Vgl. hierzu [64]

[3]) Ein Modell dieser Art ist zuerst von TAKAYAMA und JUDGE formuliert worden [59]

[4]) Dieses läßt sich dadurch zeigen, daß die (im folgenden abgeleiteten) KUHN – TUCKER-Bedingungen den Bedingungen für die räumliche Gleichgewichtslösung entsprechen.

[5]) Die Bezeichnungen für die folgenden Ableitungen sind nachstehend unter „Bezeichnungen" zusammengestellt.

Bezeichnungen:

Variable und Koeffizienten sowie die Definition der entsprechenden Vektoren und Matrizen.
Matrizen werden mit großen Buchstaben und Vektoren mit kleinen Buchstaben bezeichnet. Transponierte Vektoren und Matrizen sind mit einem ' gekennzeichnet.
Variable:

${}_rp_i$ Preis für das Produkt i in Region r

$$p' = ({}_1p_1, {}_1p_2 \ldots {}_1p_n; {}_2p_1 \ldots {}_2p_n; \ldots {}_tp_1 \ldots {}_tp_n)$$

${}_ry_k$ Produktionsprozeß k in Region r

$$y' = ({}_1y_1, {}_1y_2 \ldots {}_1y_z; {}_2y_1 \ldots {}_2y_z; \ldots {}_ty_1 \ldots {}_ty_z)$$

${}_rc_k$ variable Kosten des Prozesses k in Region r

$$c' = ({}_1c_1, {}_1c_2 \ldots {}_1c_z; {}_2c_1 \ldots {}_2c_z; \ldots {}_tc_1 \ldots {}_tc_z)$$

${}_rb_n$ Kapazität des Produktionsfaktors h in Region r

$$b' = ({}_1b_1, {}_1b_2 \ldots {}_1b_m; {}_2b_1 \ldots {}_2b_m; \ldots {}_tb_1 \ldots {}_tb_m)$$

${}_rq_h$ Preis des Produktionsfaktors h in Region r

$$q' = ({}_1q_1, {}_1q_2 \ldots {}_1q_m; {}_2q_1 \ldots {}_2q_m; \ldots {}_tq_1 \ldots {}_tq_m)$$

${}_{gr}x_i$ Transportaktivität für δrodukt i von Region g nach Region r

$$x' = ({}_{12}x_1 \ldots {}_{12}x_n; {}_{13}x_1 \ldots {}_{13}x_n; \ldots {}_{1t}x_1 \ldots {}_{1t}x_n; \ldots; {}_{(t-1)t}x_1 \ldots {}_{(t-1)t}x_n)$$

${}_{gr}k_i$ Transportkosten für Produkt i von Region g nach Region r

$$k' = ({}_{12}k_1 \ldots {}_{12}k_n; {}_{13}k_1 \ldots {}_{13}k_n; \ldots {}_{1t}k_1 \ldots {}_{1t}k_n; \ldots; {}_{(t-1)t}k_1 \ldots {}_{(t-1)t}k_n)$$

u, v und w sind Vektoren mit Schlupfvariablen.

Koeffizienten:

${}_r\alpha_i$, ${}_r\beta_{ij}$ Parameter der Nachfragefunktionen

$$\alpha' = ({}_1\alpha_1 \ldots {}_1\alpha_n; {}_2\alpha_1 \ldots {}_2\alpha_n; {}_t\alpha_1 \ldots {}_t\alpha_n)$$

$$B = \begin{bmatrix} {}_1B & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & {}_rB & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & {}_tB \end{bmatrix} \text{ mit } {}_rB \begin{bmatrix} {}_r\beta_{11} & \cdots & {}_r\beta_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \cdots & {}_r\beta_{ij} & \cdots \\ \vdots & & \vdots \\ {}_r\beta_{n1} & \cdots & {}_r\beta_{nn} \end{bmatrix}$$

${}_ra_{ik}$ Netto-output-Koeffizienten für Produkt i in Prozeß k der Region r

$$A = \begin{bmatrix} {}_1A & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & {}_rA & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & {}_tA \end{bmatrix} \text{ mit } {}_rA \begin{bmatrix} {}_ra_{11} & \cdots & {}_ra_{1z} \\ \vdots & & \vdots \\ \cdots & {}_ra_{ik} & \cdots \\ \vdots & & \vdots \\ {}_ra_{n1} & \cdots & {}_ra_{nz} \end{bmatrix}$$

${}_rf_{hk}$ Input-koeffizient für den Faktor h in Prozeß k der Region r

$$F = \begin{bmatrix} {}_1F & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & {}_rF & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & {}_tF \end{bmatrix} \text{ mit } {}_rF \begin{bmatrix} {}_rf_{11} & \cdots & {}_rf_{1z} \\ \vdots & & \vdots \\ \cdots & {}_rf_{hk} & \cdots \\ \vdots & & \vdots \\ {}_rf_{m1} & \cdots & {}_rf_{mz} \end{bmatrix}$$

$$
\overbrace{\text{Eine Matrix } E \qquad t(t-1) \text{ mal}}
$$

$$
E = \left[\begin{array}{cccc|ccc|c|ccc}
\overbrace{-I \; -I \; \dots \; -I}^{t-1\ mal} & & & & I & & & \cdots\cdots & \dots & I & \\
I & & & & -I & -I & -I & & & & I \\
& I & & & & \cdot & & \cdots\cdots & & & \cdot \\
& & \cdot & & & & \cdot & & & & I \\
& & & I & & & I & \cdots\cdots & -I & -I & \dots \; I
\end{array}\right]
\begin{array}{l}
\left.\vphantom{\begin{array}{c}I\\I\\I\\I\\I\end{array}}\right\} t-1\ mal \\
\left.\vphantom{I}\right\} 1\ mal
\end{array}
$$

I ist eine Einheitsmatrix der Dimension nn in Matrix E. In anderem Zusammenhang ist I eine Einheitsmatrix mit der jeweils erforderlichen Anzahl von Elementen.
Dieses quadratische Maximierungsproblem kann man (ähnlich wie das räumliche Gleichgewichtsproblem bei vorgegebenen Angebots- und Nachfragefunktionen) in ein lineares Programm umformen und nach den oben genannten Methoden der quadratische Programmierung mit Hilfe von erweiterten Simplex-Algorithmen lösen. Die Struktur des linearen Programms läßt sich einfach aus den KUHN-TUCKER-Bedingungen für das quadratische Maximierungsproblem (15) ableiten. Dabei läßt sich gleichzeitig zeigen, daß das Maximierungsproblem und das räumliche Gleichgewichtsproblem äquivalent sind.

Aus der LAGRANGE-Funktion für (15)

$$
\begin{aligned}
Z = {} & \sum_r^t \sum_i^n \left({}_r\alpha_i \, {}_rp_i - \frac{1}{2} \, {}_r\beta_{ii} \, {}_rp^2{}_i - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^n {}_r\beta_{ij} \, {}_rp_j \, {}_rp_i \right) - \sum_r^t \sum_h^m {}_rb_h \, {}_rq_h \\
& - \sum_r^t \sum_k^z {}_ry_k \left(\sum_i^n {}_r\alpha_{ik} \, {}_rp_i - \sum_h^m {}_rf_{hk} \, {}_rq_h - {}_rc_k \right) \\
& - \sum_{g \neq r}^t \sum_{r \neq g}^t \sum_i^n {}_{gr}x_i \left(- {}_gp_i + {}_rp_i - {}_{gr}k_i \right)!
\end{aligned}
\tag{16}
$$

ergeben sich die folgenden KUHN-TUCKER-Bedingungen für eine optimale Lösung des Problems:

$$
\frac{\delta Z}{\delta \, {}_rp_i} = {}_r\alpha_i - {}_r\beta_{ii} \, {}_rp_i - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^n {}_r\beta_{ij} \, {}_rp_j - \sum_k^z {}_ra_{ik} \, {}_ry_k + \sum_{g \neq r}^t {}_rg x_i - \sum_{g \neq r}^t {}_{gr}x_i \leq 0 \tag{17a}
$$

$$
\frac{\delta Z}{\delta \, {}_rp_i} \cdot {}_rp_i = 0 \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2, \dots, t \\ i = 1, 2, \dots, n \end{pmatrix} \tag{17b}
$$

Nachfrage plus Exporte eines Produktes müssen in jeder Region Produktion plus Importen gleich sein (wenn wir den ökonomisch nicht interessierenden Fall nichtpositiver Produktpreise ausschließen können).

$$
\frac{\delta Z}{\delta \, {}_rq_h} = - {}_rb_h + \sum_k^z {}_rf_{hk} \, {}_ry_k \leq 0 \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2, \dots, t \\ h = 1, 2, \dots, m \end{pmatrix} \tag{18a}
$$

$$
\frac{\delta Z}{\delta \, {}_rq_h} \cdot {}_rq_h = 0 \tag{18b}
$$

Die in einer Region nachgefragten Faktorleistungen dürfen nicht das Angebot übersteigen und müssen bei positiver Faktorentlohnung diesem gleich sein.

$$\frac{\delta Z}{\delta\, {}_r y_k} = \sum_i^n {}_r a_{ik}\, {}_r p_i - \sum_h^m {}_r f_{hk}\, {}_r q_h - {}_r c_k \leq 0 \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2, \ldots, t \\ k = 1, 2, \ldots, z \end{pmatrix} \tag{19a}$$

$$\frac{\delta Z}{\delta\, {}_r y_k} \cdot {}_r y_k = 0 \tag{19b}$$

Die monetären Grenzerlöse eines Produktionsprozesses dürfen nicht die Grenzkosten übersteigen, und bei Realisierung des Prozesses müssen beide gleich sein.

$$\frac{\delta Z}{\delta\, {}_{gr} x_i} = -{}_g p_i + {}_r p_i - {}_{gr} k_i \leq 0 \qquad \begin{pmatrix} r \neq g = 1, 2, \ldots, t \\ i = 1, 2, \ldots, n \end{pmatrix} \tag{20a}$$

$$\frac{\delta Z}{\delta\, {}_{gr} x_i}\, {}_{gr} x_i = 0 \tag{20b}$$

Der Preisunterschied zwischen zwei Regionen darf nicht größer als die Transportkosten sein und muß bei stattfindendem Austausch den Transportkosten gerade gleich sein. Es ist leicht zu sehen, daß diese Bedingungen für die Lösung des Maximierungsproblems den Bedingungen für die räumliche Gleichgewichtslösung entsprechen.
Die Transformation des quadratischen Maximierungsproblems (15) in ein lineares Programm kann nun in der folgenden Weise geschehen:
Wir definieren Schlupfvariable für die „*a*" Bedingungen und drücken die „*b*" Bedingungen durch diese Schlupfvariablen aus. Zum Beispiel definieren wir für die Bedingung (18a) die Schlupfvariable

$$\frac{\delta Z}{\delta\, {}_r q_h} = -{}_r u_h:$$

$$-{}_r b_h + \sum_k^z {}_r f_{hk}\, {}_r y_k + {}_r u_h = 0 \tag{18*a}$$

$${}_r u_h\, {}_r q_h = 0 \tag{18*b}$$

Formulieren wir in dieser Weise alle Paare von Bedingungen um und berücksichtigen wir, daß wir nichtpositive Produktpreise ausgeschlossen haben (das bedeutet einen Wert von Null für die Schlupfvariable in (17a), so erhalten wir den folgenden Satz von Bedingungsgleichungen anstelle der ursprünglichen „*a*" Bedingungen (wobei wir der einfacheren Darstellung wegen zur Matrixschreibweise überwechseln):

$$\begin{bmatrix} B & 0 & A & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & 0 & I & 0 & 0 \\ A' & -F' & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ E' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ y \\ x \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ b \\ c \\ k \end{bmatrix} \tag{21}$$

Die „*b*" Bedingungen können dann wie folgt geschrieben werden

$$[p' \quad q' \quad y' \quad x'][o \quad u \quad v \quad w]' = 0. \tag{22}$$

Nun können wir ein lineares Programm formulieren, in dem (22) unter den Nebenbedingungen (21) minimiert wird:

$$[o' \quad u' \quad v' \quad w' \quad q' \quad y' \quad x'][p \quad q \quad y \quad x \quad u \quad v \quad w]' = Z = \text{Min!}$$

$$\begin{bmatrix} B & 0 & A & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & 0 & I & 0 & 0 \\ A' & -F' & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ E' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ y \\ x \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ b \\ c \\ k \end{bmatrix} \tag{23}$$

Es ist leicht einzusehen, daß die Bedingungen (21) und (22) befriedigt sind, wenn die Lösung des linearen Programms $Z = 0$ ist. Dann ist auch gleichzeitig die Lösung des räumlichen Gleichgewichtsproblems erreicht.

3.4 *Schwierigkeiten der empirischen Anwendung*

Neben den Schwierigkeiten bei der Beschaffung der statistischen Grunddaten, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll, hängen die meisten Probleme bei der Anwendung von räumlichen Gleichgewichtsmodellen der zuletzt beschriebenen Art mit der Gruppierung der landwirtschaftlichen Betriebe in hinreichend homogene Gruppen zusammen. Diese Aggregationsprobleme betreffen vor allem die Abgrenzung der Regionen, die Auswahl von Kriterien für die Gruppenbildung in den Regionen und die Schätzung der Fehler, die sich aufgrund der Aggregation nicht völlig homogener Betriebe ergeben. Mit den Aggregationsproblemen ist dann auch weiterhin eng das technische Problem verbunden, die bei weitgehender Disaggregation sehr umfangreichen räumlichen Gleichgewichtsmodelle den verfügbaren Kapazitäten der Rechenanlagen anzupassen.

Das Aggregationsproblem

Auf der Grundlage theoretischer Überlegungen leitete Day die folgenden äußerst restriktiven Bedingungen für vollkommene Aggregation (d. h. Aggregation ohne Auftreten von Aggregtionsfehlern) von einzelnen landwirtschaftlichen Betrieben zu Gruppenhöfen ab [13a]:

1. Die Matrizen der Input- und Outputkoeffizienten, die den Nebenbedingungen zugrunde liegen, müssen identisch sein, und
2. die Vektoren mit den Deckungsbeiträgen sowie
3. die Vektoren mit den Kapazitätsbegrenzungen müssen voneinander linear abhängig sein.

Die Bedingungen für vollkommene Aggregation werden in der Realität niemals erfüllt sein, sie geben jedoch Hinweise für zweckmäßige Aggregationskriterien:

Zu 1. Die Input- und Outputkoeffizienten hängen im wesentlichen von den natürlichen Produktionsbedingungen, den angewandten Produktionstechniken und den Fähigkeiten der Betriebsleiter ab. Bei einer Gruppierung der Betriebe nach ähnlichen natürlichen Erzeugungsgebieten, Mechanisierungsgrad und gegebenenfalls auch der Ausbildung der Betriebsleiter kann man sich gleichen Koeffizienten annähern.

Zu 2. Die Deckungsbeiträge werden durch die Input- und Outputkoeffizienten sowie durch die Preise für landwirtschaftliche Erzeugnisse und Produktionsmittel bestimmt. Ähnliche Koeffizienten lassen sich durch die unter 1) genannten Gliederungskriterien und annähernd gleiche Preise dadurch sicherstellen, daß nur Regionen von begrenzter räumlicher Ausdehnung gebildet werden.

Zu 3. Das Verhältnis von Arbeit, Boden und Kapital hängt bei ähnlichen natürlichen Produktionsbedingungen und Mechanisierungsgrad (den Kriterien unter 1) im wesentlichen von der Betriebsgröße ab.
Daher lassen sich Betriebsgruppen mit gleichartigen Faktorrelationen durch eine Gliederung der Betriebe nach Betriebsgrößenklassen annähern.

Insgesamt legen diese theoretischen Überlegungen eine Gruppierung der Betriebe nach natürlichen Erzeugungsgebieten, Betriebsgröße und Mechanisierungsgrad nahe. Jedoch werden auch bei noch so sorgfältiger Regionenabgrenzung und Gruppenbildung die Bedingungen vollkommener Aggregation in empirischen Untersuchungen nur angenähert erfüllt sein. Neben den verschiedensten mehr oder weniger zufällig verteilten Aggregationsfehlern wird insbesondere ein systematischer Fehler auftreten: Bei der Aufaddierung der Faktorkapazitäten der Einzelbetriebe zu Gruppenhofkapazitäten wird zwangsläufig unterstellt, daß einzelbetrieblich fixe Produktionsfaktoren innerhalb der Gruppe vollkommen austauschbar sind. Dadurch wird die Produktionskapazität des Gruppenhofes systematisch überschätzt. Allgemein läßt sich über die Größe dieses Aggregationsfehlers wenig sagen. Er hängt von der besonderen Produktionsstruktur der Betriebe und der Homogenität der Gruppe ab. In der letzten Zeit ist in verschiedenen Fall-Studien versucht worden, eine Vorstellung von der Größenordnung dieses Fehlers für unterschiedliche natürliche und strukturelle Produktionsbedingungen zu gewinnen [23; 52; 4; 24].
Wenn genügend Erfahrungen aus Stichprobenuntersuchungen vorliegen, läßt sich der Aggregationsfehler durch einen entsprechenden Ansatz des Gruppenhofmodells reduzieren. Dieses kann einmal dadurch geschehen, daß die in den Einzelbetrieben nicht ausgenutzten Faktorkapazitäten im Gruppenhofmodell vorweg abgezogen werden, oder dadurch, daß die Faktorkapazitäten zu den jeweiligen Grenzwerten in den Einzelbetrieben zur Verfügung gestellt werden. Im ersten Fall müssen aus den Stichprobenuntersuchungen die nicht genutzten einzelbetrieblichen Kapazitäten und im zweiten Fall die Verteilungsfunktionen der einzelbetrieblichen Grenzwerte für die Faktorbegrenzungen bekannt sein. Erste empirische Erfahrungen zeigen, daß sich der Aggregationsfehler auf diese Art und Weise wesentlich vermindern läßt [24].

Rechentechnische Probleme

In empirischen Untersuchungen sind der Möglichkeit, durch tiefe Gliederung der Regionen und Gruppen zu annähernd homogenen Einheiten zu kommen, durch die Kapazität der Rechenanlagen Grenzen gesetzt. Bei dem gegenwärtigen Stand der Rechentechnik lassen sich Standortmodelle für die gesamte landwirtschaftliche Produktion mit etwa 100 bis 200 Gruppenhöfen lösen, wenn man geeignete Modellvereinfachungen und iterative Lösungsverfahren anwendet[1]).

[1]) Diese Möglichkeiten sind ausführlich beschrieben in [31, Kap. 4.35 u. 4.5]. Vgl. zur Frage des Anspruchs von Standortmodellen an die Rechenkapazitäten auch [55].

Standortmodelle für einzelne Betriebszweige

Die Begrenzungen durch die Rechenkapazität und auch der riesige Arbeitsaufwand bei der Erstellung von Standortmodellen für die gesamte landwirtschaftliche Produktion hat in den letzten Jahren vielfach dazu geführt, daß empirische Standortuntersuchungen auf einzelne oder wenige Betriebszweige beschränkt werden [17; 51; 54; 10].
Die Herauslösung solcher partialer Modelle ist im allgemeinen jedoch nur bei Einführung restriktiver Annahmen möglich, da die Nutzungskosten für fixe Produktionsfaktoren in den einzelnen Region bzw. Gruppen vorgegeben werden müssen. Bei verbundener Produktion lassen sich diese jedoch bekanntlich kaum sinnvoll abschätzen. Deshalb sind die meisten empirischen Untersuchungen auch vor allem für solche Betriebszweige und Wirtschaftsgebiete durchgeführt worden, in denen der Verbundcharakter der landwirtschaftlichen Produktion nicht so ausgeprägt ist.

3.5 *Begrenzungen des Aussagewertes von statischen räumlichen Gleichgewichtsmodellen*

In den vorigen Abschnitten wurde eine bestimmte Variante eines räumlichen Gleichgewichtsmodells beschrieben, die sich jedoch in verschiedener Hinsicht abändern und erweitern läßt. So ist es etwa möglich, je nach dem Betrachtungszeitraum von unterschiedlichen Annahmen über die Mobilität der Produktionsfaktoren auszugehen und Transportkosten für den Austausch der Produktionsfaktoren zu berücksichtigen. Weiterhin können institutionelle Tatbestände als Daten in das Modell eingeführt und so die verschiedensten agrarpolitischen Fragestellungen analysiert werden. Abwandlungen des Modells in dieser Richtung bieten sich geradezu an, sollen hier jedoch nicht im einzelnen beschrieben werden [31, Kap. 4.36 u. 4.5].
Allgemeine Begrenzungen des Aussagewertes der beschriebenen Standortmodelle ergeben sich jedoch aus ihrem statischen und normativen Charakter. Die räumlichen Gleichgewichtslösungen werden unter der Voraussetzung ermittelt, daß die Produzenten, Händler usw. vollkommene Einsicht in die technischen Produktionsmöglichkeiten und die Marktverhältnisse haben und völlig rational handeln. Das Ergebnis beschreibt daher einen Idealfall, der der Wirklichkeit nicht entspricht. Es kann somit zwar als Basis für ein quantitatives agrarpolitisches Leitbild dienen, die wahrscheinlichen Entwicklungstendenzen im Zeitablauf läßt es jedoch nur der Richtung nach erkennen.
Weiterhin sind die zu erklärenden Anpassungen nicht einmalige Anpassungen an eine bestimmte Datenkonstellation, sondern sukzessive Anpassungen an sich ständig verändernde Daten, wobei die in einer Periode t getroffenen Entscheidungen zu Ergebnissen führen, die z. T. wiederum Daten für die in Periode $t+1$ zu treffenden Entscheidungen sind.

4 Ansatzpunkte für eine Erweiterung des statischen Ansatzes

Im folgenden sollen einige Erweiterungen des statischen Modellansatzes aufgezeigt werden, die auf der Verwendung einiger Elemente der rekursiven Programmierung, der dynamischen linearen Programmierung und von Preiserwartungsmodellen beruhen. Hierdurch können einige der oben genannten Begrenzungen des Aussagewertes zumindest teilweise überwunden werden.

4.1 *Ein rekursives interregionales Gleichgewichtsmodell*

Die rekursive Programmierung ist als ein Instrument zur Analyse der Angebotsreaktion der landwirtschaftlichen Erzeugung in Bezug auf Preis änderungen entwickelt worden [28; 12; 13; 27]. Bei entsprechender Umformulierung lassen sich bestimmte Teile auch in interregionale Wettbewerbsmodelle einbauen.

Der Grundgedanke der rekursiven Programmierung beruht auf der Erfahrung, daß sich die regionale Produktionsstruktur im allgemeinen zwar in Richtung auf die normative Gleichgewichtslösung hin ändert, daß Ausmaß und Geschwindigkeit der Annäherung jedoch von einer Reihe von Faktoren wie Scheu vor Risiko, traditionellem Verhalten der Produzenten usw. abhängen. Bei der rekursiven Programmierung wird nun angenommen, daß der gemeinsame (und den einzelnen Faktoren nicht zurechenbare) Einfluß aller dieser Faktoren durch eine Begrenzung der maximalen Veränderung der Investitions- und Produktionsaktivitäten von einer Periode zur nächsten berücksichtigt werden kann. Der mögliche Ausdehnungsbereich für die Produktions- und Investitionsprozesse wird dann nicht nur durch physische Kapazitätsschranken — wie in den beschriebenen statischen Modellen — sondern zusätzlich noch durch Verhaltensbeschränkungen begrenzt.

Die Verhaltensrestriktionen werden in einer mehr oder weniger komplizierten Form aus den Zeitreihen bestimmter Modellvariablen geschätzt.

Im einfachsten Falle kann man annehmen, wie es Henderson und Day in ihren empirischen Untersuchungen getan haben, daß die durchschnittlichen jährlichen Produktions- und Kapazitätsänderungen in bestimmten historischen Ausdehnungs- und Einschränkungszeiträumen auch für die Zukunft den maximal zu erwartenden Ausdehnungen bzw. Einschränkungen entsprechen. Die Beschränkungen für eine Variable x lassen sich dann wie folgt schreiben:

$$x(t) \leq \beta x(t-1) \qquad (\beta > 1) \text{ und}$$

$$x(t) \geq \alpha(t-1) \qquad (\alpha < 1),$$

wobei α und β die statistisch geschätzten Koeffizienten („flexibility coefficients") sind die die maximale Ausdehnung bzw. Einschränkung von Periode $t-1$ zu Periode t bestimmen. Sie sind für jeden Prozeß und jede Region gesondert zu ermitteln.

Ein interregionales Programmierungsmodell, das diese zusätzlichen Verhaltensrestriktionen enthält, ist im Anhang auf S. 390 dargestellt.[1]) Gegenüber dem Modell A sind weiterhin noch die folgenden Veränderungen vorgenommen worden: Der einfacheren Darstellung wegen werden in den Regionen keine Gruppenhöfe mehr unterschieden. Neben den Produktionsprozessen sind auch Investitionsaktivitäten, Aktivitäten für die Fremdkapitalaufnahme bzw. Eigenkapitalverwendung und Aktivitäten für die Abwanderung von Arbeitskräften eingeführt. Dementsprechend sind auch Gleichungen für die Liquiditätsbegrenzungen formuliert.

In der direkten Lösung des Modells erhält man die regionale Produktion und den interregionalen Güteraustausch für das Jahr t. Darüber hinaus werden die Investitionen, das für Investitionen in Anspruch genommene Eigen- und Fremdkapital und die Abwanderung von Arbeitskräften für das Jahr t ausgewiesen. In der dualen Lösung des Modells ergeben sich neben den regionalen Preisen für Güter und Produktionsfaktoren die Grenzwerte für die Verhaltensrestriktionen im Jahre t.

---

[1]) Bei diesem Modell und auch bei den weiter unten beschriebenen erweiterten Modellen wird der einfacheren Darstellung wegen von vorgegebenen Nachfrage- und Faktormengen und Preisen für Betriebsmittel ausgegangen. Dadurch werden nichtlineare Modellansätze vermieden.

Die Entwicklung von regionaler Produktion, Investitionen, Faktornutzung und Preisen im Zeitablauf erhält man durch die Lösung des Modells für mehrere aufeinander folgende Jahre.
Der Aussagewert der Ergebnisse rekursiver Programmierungsmodelle hängt im wesentlichen von der Qualität der eingeführten Verhaltensfunktionen ab. Bis heute wissen wir sehr wenig über diese Funktionen. In ihren ersten empirischen Untersuchungen gingen Henderson und Day von den sehr einfachen Beziehungen aus, die oben beschrieben wurden. Als erste Ausgangspunkte für die empirische Forschung sind diese Untersuchungen sehr wertvoll gewesen. Jedoch lassen sich — wie auch schon von Day angeregt worden ist [13, S. 119 f.] — wesentlich allgemeinere Verhaltensfunktionen vorstellen, in denen die maximalen Veränderungen der Variablen in einer bestimmten Periode zu den wichtigsten ökonomischen Größen, die ihre Veränderung bestimmen, in Beziehung gesetzt werden [32]. Die empirischen Arbeiten zu diesem Fragenkomplex stecken jedoch noch in den ersten Anfängen und lassen bisher kein Urteil über die sich auf diesem Wege bietenden Möglichkeiten zu.
Doch über diese Schwierigkeiten bei der statistischen Schätzung sinnvoller Verhaltensfunktionen hinaus ergeben sich allgemeinere Begrenzungen des bisher beschriebenen interregionalen rekursiven Modells aus der Tatsache, daß die Investitionsentscheidungen jeweils unter dem Blickwinkel nur einer einzigen Zeitperiode getroffen werden. Der langfristigere Aspekt, der zumindest einem Teil der Investitionsentscheidungen zugrunde liegt, läßt sich in einem dynamischen linearen Programmierungsmodell berücksichtigen.

4.2 *Ein dynamisches interregionales Wettbewerbsmodell*

Dynamische lineare Programmierungsmodelle sind bisher im wesentlichen zur Analyse der Wechselbeziehungen zwischen Einkommen, Liquidität und Investitionen in einzelnen Betrieben verwendet worden [1; 41]. In aggregierten Modellen für den landwirtschaftlichen Sektor läßt sich das dort entwickelte Konzept nicht ohne weiteres anwenden, weil hierin die regionalen Güter- und Faktorpreise nicht — wie in den einzelbetrieblichen Modellen — gegeben sind, sondern innerhalb des Modells bestimmt werden. Der entscheidende Unterschied besteht darin, daß das in den einzelnen Perioden verfügbare Einkommen in einzelbetrieblichen Modellen direkt als das Produkt von vorgegebenen Deckungsbeitragsgrößen und endogen bestimmten Aktivitätsniveaus ermittelt werden kann, während in sektoralen Gesamtmodellen die Ermittlung des Einkommens auf die Multiplizierung zweier endogen bestimmter Variablen hinauslaufen würde. Das ist im Rahmen eines einfachen linearen Modells nicht möglich. Zur Lösung dieses Problems ist daher die Anwendung von iterativen Verfahren oder die Entwicklung von wesentlich erweiterten Modellansätzen erforderlich[1]).

---

[1]) In der ursprünglichen Fassung des Manuskripts für den Vortrag in Kiel hatte ich einen erweiterten Modellansatz beschrieben, in dem das verfügbare Einkommen in dem zugehörigen dualen Modell ermittelt wird und primales und duales Modell dann durch Transferaktivitäten miteinander verbunden sind. Es stellte sich jedoch heraus, daß der Ansatz, so wie er dort beschrieben war, nur für bestimmte Spezialfälle (u. a. den dort explizit formulierten 2 Perioden-Fall) gilt und nur unter sehr restriktiven Annahmen zu verallgemeinern ist. Für den Hinweis auf diese Mängel des Ansatzes bin ich Herrn Dr. Köhne sehr zu Dank verpflichtet. Für den interessierten Leser sei darauf hingewiesen, daß inzwischen die Entwicklung eines ebenfalls auf dem Primal-Dual-Prinzip aufbauenden, jedoch in wesentlichen Punkten allgemeineren dynamischen Modellansatzes gelungen ist. Allerdings gilt dieser Ansatz nur für einen bestimmten, genau abgegrenzten Stabilitätsbereich. Es erscheint mir

Für die iterative Lösung des Problems bietet sich ein Verfahren an, bei dem versucht wird, den (vorzugebenden) Zinssatz so zu wählen, daß die für Investitionszwecke verwandten Mittel dem hierfür verfügbaren Einkommen bzw. dem verfügbaren Kreditspielraum gerade gleich werden. Da in unserem dynamischen Modell implizit stets eine stufenförmig fallende Nachfragefunktion nach Investitionsmitteln in Abhängigkeit vom Zins enthalten ist, läßt sich die Gleichgewichtslösung durch systematische Variation des Zinssatzes in einer endlichen Anzahl von Schritten ermitteln. Ist bei bestimmten Problemstellungen vorauszusehen, daß entweder der Habenzins für die alternative Verwendnung von Eigenkapital oder der Fremdkapitalzins die interne Verzinsung bestimmt, so wird das Problem direkt in einem Schritt gelöst[1].

4.3 *Kombination von interregionalen Wettbewerbs- und Preiserwartungsmodellen*

In den bisher beschriebenen Modellen wurde angenommen, daß die Preiserwartungen der Produzenten mit den sich in interregionalen Wettbewerbsmodellen ergebenden Gleichgewichtspreisen übereinstimmen. Untersuchungen über die Beziehungen zwischen Preis und Angebotsreaktion für landwirtschaftliche Erzeugnisse haben jedoch gezeigt, daß es in vielen Fällen zweckmäßig ist, von anders gearteten Preiserwartungen und auszugehen [49; 63].

Wenn man in einem interregionalen Wettbewerbsmodell explizit andere Preiserwartungen einführen will, so ist es notwendig, zwischen interregionalem Produktionsgleichgewicht bei gegebenen Preiserwartungen und kurzfristigem Marktgleichgewicht bei gegebener Produktion zu unterscheiden. Die simultane Betrachtung von Produktions- und Marktgleichgewicht muß dann aufgegeben und durch eine Folge von hintereinander geschalteten Produktions- und Marktmodellen ersetzt werden. Eine solche Sequenzanalyse ist zuerst von DAY [13b] beschrieben worden. Sie ist in Abb. 2 schematisch dargestellt.

Die Berechnung beginnt in Periode t mit der Ermittlung der räumlichen Produktionsorganisation für die in dieser Periode herrschenden Preiserwartungen. Als Ergebnis erhält man das regionale Angebot an landwirtschaftlichen Erzeugnissen. Bei gegebenen regionalen Nachfragefunktionen und Transportkosten läßt sich das kurzfristige Marktgleichgewicht für die einzelnen Produkte mit Hilfe des in Abschnitt 2 beschriebenen räumlichen Gleichgewichtsmodells ermitteln. Die Preise der kurzfristigen räumlichen Gleichgewichtslösung werden dann als identisch mit den tatsächlich erzielten Preisen angesehen und bilden die Grundlage für die Ermittlung der Preiserwartungen für die nächste Periode. Dann können die entsprechenden Berechnungen für die Periode $t+1$ anschließen.

Das Sequenzmodell ist vor allem als Ergänzung der vorher beschriebenen interregionalen Gleichgewichtsmodelle anzusehen. Es erscheint besonders für kurzfristige Analysen geeignet, in denen Angebotsschwankungen von der Art des Spinnwebmodells zu erklären bzw. zu projezieren sind.

---

daher zweckmäßig, vor einer Veröffentlichung und Diskussion dieses Ansatzes zu testen, ob diese Stabilitätsgrenzen in den empirisch relevanten Fragestellungen eingehalten werden. Auf eine allgemeine Beschreibung des Ansatzes, die längere analytische Ableitungen verlangen würde, will ich daher hier verzichten.

[1]) Da bei den aggregierten Modellen die Unteilbarkeit der Investitionsobjekte keine erhebliche Rolle spielt, ist zu erwarten, daß die interne Verzinsung nicht in dem gleichen Maße wie bei einzelbetrieblichen Problemstellungen von Periode zu Periode variiert. Diese Tatsache wird in vielen Fällen eine richtige Vorausschätzung der zu erwartenden internen Kapitalverzinsung möglich machen oder zumindest den genannten iterativen Prozeß vereinfachen.

Verknüpfung von Preiserwartungsmodellen und regionalen Produktionsmodellen
(schematische Darstellung)

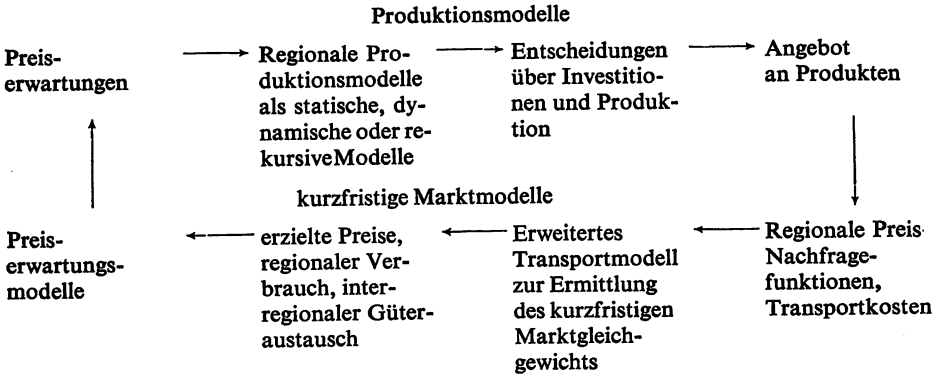

Abb. 2

Abschließend sei noch einmal darauf hingewiesen, daß die zuletzt vorgeschlagenen Erweiterungen der statischen Gleichgewichtsmodelle nur als erste Ansatzpunkte für die methodische Diskussion anzusehen sind. Ihre Nutzbarmachung für die empirische Forschung muß vorerst noch sehr vorsichtig beurteilt werden. Die den Ansätzen zugrunde liegende methodische Grundkonzeption scheint zwar geeignet, den Aussagewert der statischen Modelle zu verbessern. Jedoch wird noch umfangreiche empirische Forschungsarbeit zu leisten sein, bis die Möglichkeiten dieser Ansätze ausgeschöpft und ihre Grenzen beurteilt werden können.

Literatur

1. Albach, H.: Investition und Liquidität. Wiesbaden 1962
2. Barankin, E. and R. Dorfman,: A Method for Quadratic Programming. Econometrica *24* (1956)
3. Dies.: On Quadratic Programming. Univ. of California Publ. in Statistics, *2* 285 (1958)
4. Barker, R. and B. F. Stanton: Estimation and Aggregation of Farm Supply Functions. J. Farm Econ. *47*, No. 3. 701, 1965
5. Beckmann, M. and R. Marschak: An Activity Analysis Approach to Location Theory. Kyklos *8*, 125 (1955)
6. Birowo, A. T. and U. Renborg,: Inter-Regional Planning for Agricultural Production in Sweden. In: OECD Directorate for Agriculture and Food, Inter-Regional Competition in Agriculture, Problems of Methodology. Paris, May 1965.

6a. Boot, J. C. G.: Quadratic Programming. Amsterdam 1964

7. Böventer, E. v.: Transportprobleme. Programmierungslösungen nach der Methode der reduzierten Matrizen im Vergleich zum Resultat des Marktmechanismus. Schweiz. Z. Volkswirtschaft und Statistik *96*, 423 (1960)
8. Ders.: Raumwirtschaftstheorie. In: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften *8*. Stutt gart, Tübingen und Göttingen 1964. S. 715.
9. Ders.: Theorie des räumlichen Gleichgewichts. Tübingen 1962.
10. Buchholz, H. E. and G. G. Judge,: An Interregional Analysis of the Feed-Livestock Economy. Dep. of Agric. Econom. University of Illinois, Sept. 1965.
11. Cournot, A. A.: Untersuchungen über die mathematischen Grundlagen der Theorie des Reichtums. Deutsche Übersetzung, Jena 1924, Kap. X.
12. Day, R. H.: Recursive Programming and Production Response. Amsterdam 1963.

13. Ders.: Recursive Programming and Supply Prediction. In: E. O. HEADY, C. B., BAKER, H. G. DIESSLIN,, E KEHRBERG,. and S. STANIFORTH,: Agricultural Supply Funktions. Ames, Iowa 1961
14. Ders.: On Aggregating Linear Programming Models of Production. J. Farm Econ. *45*, 797 (1963)
15. Ders.: Dynamic Coupling, Optimizing and Regional Interdependence. J. Farm Econ. *46*, No. 2, 442 (1964)
16. DUNN, E. S.: The Location of Agricultural Production. Gainsville 1954
17. EGBERT, A. C. and E. O. HEADY: Regional Adjustments in Grain Production. A Linear Programming Analysis. USDA Washington DC, Tech. Bul No. 1241 and Suppl. to Tech. Bul. No. 1241 (1961)
18. ENKE, S.: Equilibrium Among Spatially Seperated Markets: Solution by Electric Analogue. Econometrica *19*, 40 (1951)
19. FRANK, M. and P. WOLFE: An Algorithm for Quadratic Programming. Naval Research Logistic Quaterly *3*, 95 (1956)
20. FOX, K. A.: A Spatial Equilibrium Model of the Livestock and Feed Economy in the United States. Econometrica *21*, 547 (1953)
21. Ders.: Spatial Price Equilibrium and Process Analysis in the Food and Agricultural Sector. In: MANNE, A. S. and H. M. MARKOWITZ, Studies in Process Analysis. Cowles Foundation Monograph *18*, Yale 1963, S. 215
22. FOX, K. A. and R. C. TAEUBER: A Spatial Equilibrium Model of the Livestock-Feed Economy. Amer. Econ. Rev. *45* 584 (1955)
23. FRICK, G. E. and R. A. ANDREWS: Aggregation Bias and Four Methods of Summing Farm Supply Functions. J. Farm Econ. *47*, No. 3, 696 (1965)
24. GOLTER, F.: Die Entwicklung der Betriebsorganisation in 53 Betrieben Baden-Württembergs zwischen 1955/56 und 1962/63. Diss., Stuttgart-Hohenheim 1966
25. GÜLICHER, H.: Ein ökonometrisches Programmierungsmodell zur Bestimmung der transportkostenminimalen Lieferströme der westdeutschen Weißzuckerindustrie 1955. Z. ges. Staatswiss. *120*, H. 3, 435 (1964)
26. HEADY, E. O. and A. C. EGBERT: Regional Programming of Efficient Agricultural Production Patterns. Econometrica *32*, 374 (1964)
27. HEIDHUES, TH.: Modell zur Vorausschätzung des strukturellen Wandels in der Landwirtschaft. Agrarwirtschaft 1965, H. 1
28. HENDERSON, J. M.: The Utilization of Agricultural Land: A Theoretical and Empirical Inquiry. Rev. Ec. Stat. *41*, 242 (1959)
30. HENRICHSMEYER, W.: Neuere Modelle zur Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts der landwirtschaftlichen Produktion. Z. ges. Staatswiss. *122*, H. 3, 438 (1966)
31. Ders.: Das sektorale und regionale Gleichgewicht der landwirtschaftlichen Produktion. Hamburg und Berlin 1966.
32. HENRICHSMEYER, W. u. G. WEINSCHENCK: Spatial Equilibrium and Prediction of Structural Change in Agriculture. Paper for the European meetings of the Econometric Society in Warsaw, Sept. 1966
33. HENRY, W. R. and C. E. BISHOP: North Carolina Broilers in Interregional Competition. C. N. State Coll. A. E. Inf. Ser. No. 56 (1957)
34. ISARD, W.: The General Theory of Location and Space Economy. Quaterly J. Econ., *53* 476 (1949)
35. Ders.: Location and Space Economy. A General Theory Relating to Industrial Location, Market Areas, Land Use, Trade and Urban Structure. New York and London 1956
36. Ders.: Interregional Linear Programming. An Elementary Representation and a General Modell. J. Regional Sci. *1*, 1 (1959)
37. JUDGE, G. G.: A Spatial Equilibrium Model for Eggs. Connecticut Agr. Exp. St. Bulletin 318 (1956)
38. Ders. and T. D. WALLACE: Econometric Analyses of the Beef and Pork Sectors of the Economy. Oklahoma Agr. Exp. St. Tech. Bul. 75 (1958)
39. Judge, G. G. and T. D. Wallace: Estimation of Spatial Price Equilibrium Models. J. Farm Econ. *40* (1958)

40. KING, R. A. and W. R. HENRY.: Transportation Models in Studies of Interregional competition. J. Farm Econ. *41*, 997 (1959)
41. KÖHNE, M.: Theorie der Investition in der Landwirtschaft. Diss. Göttingen 1965
42. KUENNE, R. E.: The Theory of General Economic Equilibrium. Princeton 1963. Kap. 7.
43. KUHN, H. W. and A. W. TUCKER: Non-Linear Programming. In: NEYMAN, J., ed. Proceedings of the Second Berkeley Symposion on Mathematical Statistics and Probability. University of California Press. 1951
44. KÜNZI, H. P. und W. KRELLE: Nichtlineare Programmierung. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1962
45. LEFEBER, L.: Allocation in Space. Production, Transport and Industrial Location. Amsterdam 1958
46. LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, 3. Aufl. Stuttgart 1962
47. MARSCHALL, A.: Principles of Economics. London 1898
48. MIKSCH, L.: Zur Theorie des räuml. Gleichgewichts. Weltwirtsch. Archiv, *66* H. 1, 5 (1951)
49. NERLOVE, M.: Time-Series Analysis of the Supply of Agricultural Products. In. HEADY, E. O BAKER, C. B., DIESSLIN, M. G., KEHRBERG E., and STANIFORTH S.: Agricultural Supply Functions. Ames, Iowa 1961
50. Samuelson, P. A.: Spatial Price Equilibrium and Linear Programming. Amer. Econ. Rev. *42*, 283 (1952)
51. SCHRADER, L. F. and G. A. KING: Regional Location of Beef Cattle Feeding. J. Farm Econ. *44*, 64 (1962)
52. SHEEHY, S. J. and R. H., MCALEXANDER: Selection of Representative Benchmark Farms for Supply Estimation. J. Farm Econ. *47*, No. 3, 681 (1965)
53. SMITH, V. L.: Minimization of Economic Rent in Spatial Price Equilibrium. Rev. Econ. Studies *60*, 24—31 (1963)
54. SNODGRAS, M. M. and C. E. FRENCH: Linear Programming Approach to the Study of Interregional Competition in Dairying. Ind. Agr. Exp. Sta. Bul. 637, Mai 1958.
55. SKOMROCH, W. und J. HESSELBACH: Rahmenplan für den Aufbau und die Errichtung einer zentralen Rechenstelle für die Landwirtschaft. Gutachten für das Bundesministerium für Ernährung, Landwirtschaft und Forsten. Stuttgart—Hohenheim 1966.
56. STEMBERGER, A. P.: Evaluation the Competitive Position of North Carolina Eggs by Use of the Transportation Model. J. Farm Econ. Vol. *41*, No. 4, 790 (1959)
57. STEVENS, B. H.: An Interregional Linear Programming Model. J. Regional Sci. *1*, 60 (1958)
58. TAKAYAMA, T. and G. G. JUDGE: Equilibrium among Spatially Separated Markets: A Reformulation. Econometrica, *32*, 510 (1964)
59. Dies.: An Interregional Activity Analysis Model for the Agricultural Sector. J. Farm Econ. *46*, 349 (1964)
60. Dies.: Spatial Equilibrium and Quadratic Programming. J. Farm Econ. *46*, 67 (1964)
61. THÜNEN, J. H. v.: Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie. 2. Aufl. Jena 1921.
62. TRAMEL, T. E. and A. P. SEALE: Reactive Programming of Supply and Demand Relations. Applications to Fresh Vegetables. J. Farm Econ. *41*, 1012 (1959)
63. WEINSCHENCK, G.: Probleme der quantitativen Angebotsanalyse auf Agrarmärkten. Zeitschrift f. d. ges. Staatswiss., H. 2,1964.
64. Ders. u. G. SCHMITT: Die Beschränkung des landwirtschaftlichen Angebots durch Verwaltungsmaßnahmen. EWG-Kommission — Hausmitteilungen über Landwirtschaft, H. 9. Brüssel 1966
65. WOLFE, P.: The Simplex Method for Quadratic Programming. Econometrica *27*, 382 (1959)

Anhang

Allgemeine Bemerkungen zu den Bezeichnungen der im Anhang beschriebenen Modelle

Alle Modelle sind durch Vektoren und Matrizen gekennzeichnet. Die unteren Indizes vor den Vektoren und Matrizen der Variablen (Koeffizienten) kennzeichnen Regionen, die oberen Indizes Gruppenhöfe. Wenn bestimmte Zeitperioden unterschiden werden, so werden sie in Klammern hinter den Variablen angegeben.

kleine Buchstaben	=	Spaltenvektoren
kleine Buchstaben mit ′	=	Zeilenvektoren
große Buchstaben	=	Koeffizienten-Matrix
große Buchstaben mit ′	=	transponierte Koeffizienten-Matrix

MODELL A Räumliches Gleichgewichtsmodell für 3 Regionen mit mehreren Gruppenhöfen

Produktion					interregionaler Austausch							
Region 1		Region 2		Region 3								
Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 1								
${}^1_1x$	${}^2_1x$	${}^1_2x$	${}^2_2x$	${}^1_3x$	${}_{12}x$	${}_{13}x$	${}_{21}x$	${}_{23}x$	${}_{31}x$	${}_{32}x$		Produktions- und Transportaktivitäten
${}^1_1k$	${}^2_1k$	${}^1_2k$	${}^2_2k$	${}^1_3k$	${}_{12}t$	${}_{13}t$	${}_{21}t$	${}_{23}t$	${}_{31}t$	${}_{32}t$	= Min!	Produktions- und Transportkosten
${}^1_1A$	${}^2_1A$	${}^1_2A$	${}^2_2A$	${}^1_3A$							$\leq {}^1_1a$ $\leq {}^2_1a$ $\leq {}^1_2a$ $\leq {}^2_2a$ $\leq {}^1_3a$	gruppenfixe Produktionsf.
${}^1_1B$	${}^2_1B$	${}^1_2B$	${}^2_2B$								$\leq {}_1b$ $\leq {}_2b$	regional fixe Produktions faktoren
${}^1_1C$	${}^2_1C$	${}^1_2C$	${}^2_2C$	${}^1_3C$							$\leq c$	gesamtwirtschaftlich fixe Produkt. Faktoren
${}^1_1G$	${}^1_1G$	${}^1_2G$	${}^2_2G$	${}^1_3G$	$-I$	$-I$	I		I		$> {}_1y$	Endnachfrage
					I		$-I$	$-I$		I	$> {}_2y$	
						I		I	$-I$	$-I$	$> {}_3y$	

Bezeichnungen für Modell A

${}_1^1x, {}_1^2x \ldots {}_3^1x$	Vektoren mit den Produktionsaktivitäten der Gruppenhöfe
${}_{12}x, {}_{13}x \ldots {}_{32}x$	Vektoren der interregionalen Transportaktivitäten
${}_1^1k, {}_1^2k \ldots {}_3^1k$	Vektoren mit den variablen Kosten der Produktionsaktivitäten
${}_{12}t, {}_{13}t, \ldots {}_{32}t$	Vektoren der Transportkosten
${}_1^1A, {}_1^2A, \ldots {}_3^1A$	Matrizen mit Aufwandsansprüchen je Produktionseinheit an die gruppenfixen Produktionsfaktoren
${}_1^1B, {}_1^2B \ldots {}_2^2B$	Matrizen mit Aufwandsansprüchen je Produktionseinheit an regional fixe Produktionsfaktoren
${}_1^1C, {}_1^2C, \ldots {}_3^1C$	Matrizen mit Aufwandsansprüchen je Produktionseinheit an gesamtwirtschaftlich fixe Produktionsfaktoren
${}_1^1G, {}_1^2G \ldots {}_3^1G$	Matrizen mit Nettoausbringungskoeffizienten (Output minus Zwischenproduktinput der gleichen Aktivität)
${}_1^1a, {}_1^2a \ldots {}_3^1a$	Beschränkungsvektoren für gruppenfixe Produktions faktoren
${}_1b, {}_2b$	Beschränkungsvektoren für regional fixe Produktions faktoren
c	Beschränkungsvektor für gesamtwirtschaftlich fixe Produktionsfaktoren
${}_1y, {}_2y, {}_3y$	Vektoren mit den regionalen Endnachfragemengen

Bezeichnungen für Modell B

Aktivitäten und Kosten

${}_1x \ldots {}_3x$	Produktionsaktivitäten in den Regionen 1—3
${}_1i \ldots {}_3i$	Investitionsaktivitäten
${}_1^1f \ldots {}_3^1f$	Inanspruchnahme von Eigenkapital
${}_1^2f \ldots {}_3^2f$	Inanspruchnahme von Fremdkapital
${}_1ak \ldots {}_3ak$	Abwanderung von Arbeitskräften
${}_{12}x \ldots {}_{32}x$	Transporte aus Region 1 nach Region 2 bzw. aus Region 3 nach Region 2
${}_1k \ldots {}_3k$	variable Kosten der Produktionsaktivitäten
${}_1^1z \ldots {}_3^1z$	Zinsen für Eigenkapital
${}_2^2z \ldots {}_3^2z$	Zinskosten für Fremdkapital
${}_1l \ldots {}_3l$	erzielbarer Lohn in anderen Wirtschaftszweigen abzüglich objektiver und subjektiver Kosten der Abwanderung (Fahrtkosten, subjektive Arbeitsplatzbewertung udgl.)
${}_{12}t \ldots {}_{32}t$	Kosten für den Transport einer Erzeugungseinheit von Region 1 nach Region 2 ... von Region 3 nach Region 2

Begrenzungen

${}_1x(t)$	die aus dem Verhalten resultierenden Begrenzungen der Anbauausdehnung bzw. — einschränkung in der Region 1
${}_1d(t)$	die aus dem Verhalten resultierenden Beschränkungen der Investitionen in Region 1.
${}_1\beta\ {}_1\alpha\ {}_1\eta$	die vorbestimmten Restrikrionskoeffizienten in der Region 1
${}_1c(t) = {}_1\gamma c(t-1)$	der Kapitalbesatz in der Region 1 im Jahre t (Gebäude, Maschinen etc) = Kapitalbesatz im Jahre t — 1 nach Abschreibung
${}_1\gamma$	Abschreibungskoeffizient
${}_1e(t)$	das für Investitionen und Privatausgaben verfügbare Einkommen im Jahre t.

Modell B Rekursiver Ansatz für ein räumliches Gleichgewichtsmodell

Region 1					Region 2					Region 3					interregionaler Güteraustausch						Produktions-, Investitions-, Arbeitskräfte- und Transportaktivitäten
${}_1x'$	${}_1i'$	${}^1_1f$	${}^2_1f$	${}_1ak$	${}_2x'$	${}_2i'$	${}^1_2f$	${}^2_2f$	${}_2ak$	${}_3x'$	${}_3i'$	${}^1_3f$	${}^2_3f$	${}_3ak$	${}_{12}x'$	${}_{13}x'$	${}_{21}x'$	${}_{23}x'$	${}_{31}x'$	${}_{32}x'$	
${}_1k'$		$-{}^1_1z$	${}^2_1z$	$-{}_1l$	${}_2k'$		$-{}^1_2z$	${}^2_2z$	$-{}_2l$	${}_3k'$		$-{}^1_3z$	${}^2_3z$	$-{}_3l$	${}_{21}t'$	${}_{13}t'$	${}_{21}t'$	${}_{23}t'$	${}_{31}t'$	${}_{32}t'$	$= \min$
I					I					I											$\leqq {}_1x(t) = {}_1\beta_1 x(t-1)$ $\leqq {}_2x(t) = {}_2\beta_2 x(t-1)$ $\leqq {}_3x(t) = {}_3\beta_3 x(t-1)$ Produktionsausdehnung
$-$I					$-$I					$-$I											$\leqq -{}_1x(t) = -{}_1\alpha_1 x(t-1)$ $\leqq -{}_2x(t) = -{}_2\alpha_2 x(t-1)$ $\leqq -{}_3x(t) = -{}_3\alpha_3 x(t-1)$ Produktionseinschränkung
${}_1C$	$-$I				${}_2C$	$-$I				${}_3C$	$-$I										$\leqq {}_1c(t) = {}_1\gamma_1 c(t-1)$ $\leqq {}_2c(t) = {}_2\gamma_2 c(t-1)$ $\leqq {}_3c(t) = {}_3\gamma_3 c(t-1)$ Kapitalbesatz
	I					I					I										$\leqq {}_1d(t) = {}_1\eta_1 d(t-1)$ $\leqq {}_2d(t) = {}_2\eta_2 d(t-1)$ $\leqq {}_3d(t) = {}_3\eta_3 d(t-1)$ Investitionsbeschränkungen
	h'	1	-1			h'	1	-1			h'	1	-1								$\leqq {}_1e(t) - {}_1v(t)$ $\leqq {}_2e(t) - {}_2v(t)$ $\leqq {}_3e(t) - {}_3v(t)$ Eigenkapital

			1						1						1			$\leqq {}_1k(t)$ $\leqq {}_2k(t)$ $\leqq {}_3k(t)$ Fremdkapital
${}_1A$				${}_1q$	${}_2A$					${}_2q$	${}_3A$					${}_3q$		$\leqq {}_1a(t) = {}_1a(t-1) - {}_1\Delta^*{}_1a(t-1)$ $\leqq {}_2a(t) = {}_2a(t-1) - {}_2\Delta^*{}_2(t-1)$ $\leqq {}_3a(t) = {}_3a(t-1) - {}_3\Delta^*{}_3(t-1)$ Arbeitskräftebesatz
			1						1						1			$\leqq {}_1\Delta_1a(t)$ $\leqq {}_2\Delta_2a(t)$ $\leqq {}_3\Delta_3a(t)$ Abwanderung AK
${}_1B$					${}_2B$						${}_3B$							$\leqq {}_1b$ $\leqq {}_2b$ $\leqq {}_3b$ Anbauflächen
${}_1G$					${}_2G$						${}_3G$						$-I$ $-I$ I I I $-I$ $-I$ I I I $-I$ $-I$	$\geqq {}_1y(t)$ $\geqq {}_2y(t)$ $\geqq {}_3y(t)$ Nachfrage

${}_1v(t)$	die Privatentnahmen in der Region 1 und Periode t
${}_1k(t)$	Kreditspielraum in der Region 1 im Jahre t
${}_1a(t)$	verfügbare Arbeitskräfte in Region 1 im Jahre t
${}_1\Delta_1 a(t)$	vorherbestimmte obere Grenze für die Abwanderung von Arbeitskräften in der Region 1 im Jahre t
$\Delta_1^* a(t)$	im Jahre t tatsächlich abgewanderte Arbeitskräfte
${}_1b$	Anbaubeschränkungen in den Regionen, die sich aus der verfügbaren landw. Nutzfläche ergeben
${}_1y(t)$	die vorherbestimmte Endnachfrage in Region 1 im Jahre t

Ertrags- und Aufwandskoeffizienten

C	Matrix der Aufwandsansprüche je Produktionseinheit an den Kapitalbesatz
h	Vektor des Kapitalbedarfs je Investitionseinheit
q	Vektor der in den Zeitspannen verfügbaren Arbeitsstunden je Arbeitkraft
A	Matrix der Aufwandsansprüche an die Arbeitskapazität
B	Matrix der Aufwandsansprüche an die Fläche
G	Matrix der Nettoausbringungs koeffizienten in den Regionen