AgEcon SEARCH
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library

This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.

Help ensure our sustainability.

Give to AgEcon Search

AgEcon Search
http://ageconsearch.umn.edu
aesearch@umn.edu

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

SCHRIFTEN DER GESELLSCHAFT FÜR WIRTSCHAFTS- UND SOZIALWISSENSCHAFTEN DES LANDBAUES E.V.

Köhne, M.: Diskussion und Neuformulierung von Betriebsentwicklungsmodellen. In: Reisch, E.: Quantitative Methoden in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Band 4, Münster-Hiltrup: Landwirtschaftsverlag (1967), S. 93-105.

Diskussion und Neuformulierung von Betriebsentwicklungsmodellen

Von M. Köhne, Göttingen

1 Einleitung 93

2 Diskussion verschiedener Optimierungsmodelle 94

2.1 Statische Modelle 94
2.2 Dynamische Modelle 96

3 Neuformulierung von Betriebsentwicklungsmodellen 97

3.1 Ein Wachstumsmodell 100
3.2 Ein Substanzerhaltungsmodell 103
3.3 Reduktion des Modellumfangs durch Zusammenfassung mehrerer Jahre zu einer Planungsperiode 103
3.4 Schlußbemerkungen zu den skizzierten Modellen 104

4 Zusammenfassung 105

1 Einleitung

Die Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe sei definiert als Veränderung der Faktorkapazitäten und/oder der Organisation, also der Art und des Niveaus der Produktionsverfahren und darauf basierend des Betriebsergebnisses im Sinne der Ziele des Betriebsleiters. Richtung, Ausmaß und zeitliche Folge dieser Veränderungen, die sich infolge der begrenzten Teilbarkeit der Produktionsfaktoren nur in gewissen Sprüngen vollziehen können, werden durch die Ziele, die Kenntnisse und letztlich die Entscheidungen des wirtschaftenden Landwirts bestimmt, wobei sich diese jedoch an bestimmten betriebsinternen und betriebsexternen Daten orientieren müssen.

Die betriebsinternen Faktoren, die zu einem gegebenen Zeitpunkt den Entscheidungsspielraum bezüglich der Betriebsgestaltung begrenzen, sind im wesentlichen die Standortverhältnisse, die Arbeitskapazität, die übrigen Produktionskapazitäten wie Fläche und Gebäude sowie schließlich der Finanzstatus des Betriebes. Die relevanten betriebsexternen Daten sind insbesondere die Preisverhältnisse, und zwar der Produkte zueinander, der Produkte zu den Produktionsfaktoren und der Produktionsfaktoren zueinander und der Stand der Technik, weiterhin die Faktorangebotsfunktionen, insbesondere für Boden, Arbeit und Geldkapital und schließlich gesetzlich fixierte Produktionsbeschränkungen.

Ist ein Betrieb zu einem bestimmten Zeitpunkt bei gegebenen externen und internen Daten im Hinblick auf die Zielsetzung optimal organisiert, so sind es Änderungen in dem oben aufgeführten „Datenkranz", die zu einer Weiterentwicklung Anlaß geben können. Die wesentlichen äußeren Anlässe, die zu Änderungen von Produktionskapazität und/oder Betriebsorganisation führen können, sind Veränderungen der oben genannten Preisrelationen, technische Fortschritte, Änderungen in den oben weiterhin aufgeführten externen Restriktionen und schließlich spezielle Anlässe wie Flurbereinigung

und Aussiedlung. Die entscheidenden innerbetrieblichen Bestimmungsfaktoren der Betriebsentwicklung sind die Kapitalbildung und die Entwicklung der Arbeitskapazität.
Die Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe wirft, je nachdem, ob sie vom Einzelbetrieb oder von den teilweise agrarpolitisch manipulierbaren externen Einflußfaktoren aus betrachtet wird, zwei grundsätzliche Probleme auf:

a) Die Frage nach der im Sinne einer gewissen Zielsetzung *optimalen* Entwicklungsstrategie der Einzelbetriebe bei bestimmten Annahmen bezüglich der Entwicklung der externen Daten.
b) Die Frage nach der *wahrscheinlichen* Entwicklung bestimmter Gruppen von Betrieben bei alternativer Gestaltung der agrarpolitisch beeinflußbaren externen Daten.

Die quantitative Bearbeitung der ersten Frage führt zu Optimierungsmodellen, die der zweiten zu Erklärungs- und Projektionsmodellen. Die folgenden Ausführungen sind ausschließlich der ersten Frage gewidmet, nämlich der Diskussion und Neuformulierung von Entscheidungsmodellen zur Ermittlung der optimalen Entwicklungsstrategie von Einzelbetrieben bei bestimmten Annahmen bezüglich der Entwicklung der betriebsexternen Daten. Dagegen wird die zweite Frage, also die quantitative Schätzung der Wirkungen verschiedener agrarpolitischer Alternativen auf die Entwicklung bestimmter Gruppen von Betrieben hier nicht weiter verfolgt [vgl. z. B. 8; 9].
Weiterhin werden nur Optimierungsmodelle diskutiert, die auf der linearen Programmierung aufbauen. Dabei bezieht sich die Diskussion weniger auf die praktische Verwendbarkeit als vielmehr auf die theoretischen Grundlagen der Modelle.

2 Diskussion verschiedener Optimierungsmodelle

Modelle zur Ermittlung der optimalen Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe lassen sich gliedern in

- statische Modelle [vgl. 12], mit der weiteren Unterteilung in
  - diskontinuierliche Alternativrechnungen und
  - kontinuierliche Alternativrechnungen

  und in
- dynamische Modelle [12], mit der weiteren Untergliederung in
  - rückwärts entwickelnde Alternativrechnungen
  - vorwärts entwickelnde Alternativrechnungen und
  - Simultanansätze

2.1 *Statische Modelle*

Ein statisches Modell liegt vor, wenn sich alle Variablen auf denselben Zeitpunkt bzw. dieselbe Zeitperiode beziehen [12]. Statische Modelle zur Ermittlung der optimalen Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe sind dadurch gekennzeichnet, daß jeweils ausgehend von den im Planungszeitpunkt gegebenen betriebsexternen und betriebsinternen Restriktionen der Betriebsgestaltung unter Variation von Parametern verschiedene Alternativrechnungen vorgenommen werden, um auf diese Weise für unterschiedliche Konstellationen der Parameter jeweils das optimale Produktions-, Investitions- und gegebenenfalls Finanzierungsprogramm zu ermitteln. Dabei sind es insbesondere Erträge, Preise, Kosten, technische Effizienz und bestimmte Begrenzungen vor allem bezüglich des Kapitals, die einer Variation unterworfen werden. Diskontinuierliche und kontinuierliche Alternativrechnungen unterscheiden sich lediglich dadurch, daß im ersten Fall die Variation der Parameter modellextern, im zweiten dagegen durch Para-

metrisierung modellintern erfolgt. Denkt man sich die Parametervariationen in den Zeitablauf projeziert, so könnten die sich bei unterschiedlichen Konstellationen der Parameter ergebenden Optimalpläne die optimale Entwicklung des Betriebes repräsentieren. Es handelt sich bei dem soeben beschriebenen Vorgehen um eine komparativ statische Analyse. Diese ist insofern nicht problem-adaequat als der Verlauf der Entwicklung in der Zeit und die Interdependenz zwischen den Entwicklungsstufen nicht explizite in die Modelle einbezogen werden können. Diese Kritik wird nachfolgend am Beispiel der Variation der Kapitalbegrenzung weiter ausgeführt.

CANDLER beschreibt ein Modell der parametrisch linearen Programmierung, das die bei unterschiedlicher Kapitalverfügbarkeit jeweils optimale Betriebsorganisation aufzeigt [3] und interpretiert die so gewonnenen Optimalpläne als mögliche aufeinander folgende Stufen der Betriebsentwicklung in Abhängigkeit von der Kapitalakkumulation [4]. Da Veränderungen der Produktionskapazitäten also Investitionen und Desinvestitionen im Modell nicht vorgesehen sind, kann dieses nur als ein sehr fragmentarisches Betriebsentwicklungsmodell angesehen werden. Die Erweiterung um Investitionen und Desinvestitionen ist zwar vom Modell her möglich, doch sind es die folgenden kritischen Punkte, die auch dann das Modell als dem zu lösenden Problem theoretisch nicht angemessen klassifizieren:

a) Die Verfügbarkeit von Investitionskapital ist keine ausschließlich innerbetrieblich zu erweiternde Restriktion, da in der Regel in jeder Periode neben der Finanzierung mit Eigenkapital die Finanzierung mit Fremdkapital möglich ist. Neben dem Eigenkapital sind es also die Kreditkonditionen einerseits sowie die Rentabilität und die Liquiditätswirkung der Investitionen andererseits, die die Kapitalverfügbarkeit bestimmen. Daher ist es zur Ermittlung des optimalen Investitions- und Finanzierungsprogramms, also zur Ermittlung des optimalen Ausmaßes und der optimalen zeitlichen Folge von Investitionen und Desinvestitionen, Kreditaufnahme und -rückzahlung erforderlich, in jeder Periode des Betrachtungszeitraums die Kapitalangebotsfunktion mit den Investitionsmöglichkeiten des Betriebes modellintern zu verbinden und durch simultane Betrachtung aller Perioden des Planungszeitraums die mehrperiodischen Wirkungen von Investitionen und Krediten zu berücksichtigen. Die Lösung dieses Problems ist mit Hilfe einer komparativ statischen Analyse definitionsgemäß nicht möglich.

b) Die begrenzte Teilbarkeit der Produktionsfaktoren läßt eine „kontinuierliche" [3] Anpassung in quantitativer und zeitlicher Hinsicht nicht zu. Es handelt sich vielmehr um ein „diskontinuierliches" Problem verbunden mit der Frage nach den optimalen Entwicklungssprüngen. Dieses Problem mündet in das unter a) skizzierte.

c) Bezeichnet man den Planungszeitpunkt mit t_0 und die einzelnen Perioden des Betrachtungszeitraums mit $t_1, \ldots, t_n$, so läßt sich weiterhin folgendes Problem herausstellen: Der beispielsweise für die Entwicklungsstufe der Periode t_n mit Hilfe des oben skizzierten Modells ermittelte Optimalplan ist eine Funktion der Produktionskapazitäten in t_0 und des vermutlich in t_n verfügbaren Investitionskapitals. In Wirklichkeit ist jedoch der Optimalplan in t_n eine Funktion der Produktionskapazitäten in t_{n-1} und des Investitionskapitals in t_n, wobei dieses entscheidend abhängig ist von den Plänen in $t_1, \ldots, t_{n-1}$. Der hier zu diskutierende Modellansatz läßt also die Wirkungen getroffener Entscheidungen auf die Entscheidungsmöglichkeiten nachfolgender Perioden außer Acht, also insbesondere das Problem der bedingten Variabilität der Produktionsfaktoren [vgl. z. B. 15] und die Abhängigkeit des verfügbaren Investitionskapitals von den vorausgegangenen Entwicklungsstufen.

Diese Schwächen des skizzierten Modells lassen sich jedoch zumindest teilweise aufheben, indem ausgehend von den Ergebnissen der parametrischen Programmierung durch Budgeting Betriebsentwicklungspläne ermittelt werden [vgl. 2].

2.2 *Dynamische Modelle*

Ein dynamisches Modell liegt vor, wenn mindestens eine Variable auf zwei verschiedene Zeitpunkte bzw. Zeitperioden bezogen ist [12] und einen „signifikanten" Einfluß auf Variablen anderer Perioden ausübt [14]. Es handelt sich also um eine Verlaufsanalyse. Bezogen auf das hier zu diskutierende Problem der Betriebsentwicklung bedeutet das, daß in dynamischen Betriebsentwicklungsmodellen die Interdependenz zwischen den verschiedenen Entwicklungsstufen in irgendeiner Form berücksichtigt wird.

Rückwärts entwickelnde Alternativrechnungen bestehen darin, daß zunächst ein Endziel der Betriebsentwicklung programmiert wird. Sodann werden mit Blickrichtung auf den angestrebten Optimalplan die zu diesem Ziel führenden Entwicklungsstufen ermittelt [vgl. z. B. 1]. Dieses Modell ermittelt also zunächst das Optimum in t_n und sodann unter Berücksichtigung dessen die Optimalpläne für $t_1, \ldots, t_{n-1}$. Dieses Vorgehen ist insofern theoretisch nicht voll befriedigend als unberücksichtigt bleibt, daß nicht nur die Optimalpläne in $t_1, \ldots, t_{n-1}$, von dem angestrebten Optimalplan in t_n beeinflußt werden, sondern daß andererseits das Optimum in t_n entscheidend abhängig ist von den Entwicklungsstufen in $t_1, \ldots, t_{n-1}$, das heißt, insbesondere von den Investitionen, der Investitionskapitalbildung bzw. der Kreditaufnahme in diesen Perioden. Streng genommen kann also das Optimum in t_n ohne Kenntnis der Optimalpläne in den vorhergehenden Perioden nicht ermittelt werden. Darüber hinaus läßt sich, da die Perioden des Betrachtungszeitraums nicht simultan betrachtet werden, der optimale Zeitpunkt von Investitionen mit Hilfe dieses Ansatzes nicht bestimmen.

Vorwärts entwickelnde Alternativrechnungen beginnen mit der Ermittlung des Optimums in t_1. Sodann wird, ausgehend von den Produktionskapazitäten und dem Finanzstatus am Ende der Periode t_1 und gegebenenfalls unter Berücksichtigung von Veränderungen gewisser externer Daten das Optimum für die Periode t_2 ermittelt. Auf diesem Optimum aufbauend erfolgt die Kalkulation für t_3 und so fort. Es handelt sich also um die Methode der rekursiven Programmierung [5; 8] Diese Methode ermöglicht es, die Wirkung getroffener Entscheidungen auf den Entscheidungsspielraum der nachfolgenden Perioden zu berücksichtigen. Dennoch ist sie zur Ermittlung der *optimalen* Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe weniger geeignet als die unter 3 zu beschreibenden Ansätze, denn, da die Perioden des Betrachtungszeitraums nicht simultan betrachtet werden, besteht nicht die Möglichkeit, den optimalen Zeitpunkt von Investitionen zu ermitteln und, was wichtiger ist, den vermutlichen Verlauf relevanter Daten in der Zeit in die gegenwärtigen Entscheidungen einzubeziehen. Es sei hier jedoch nur am Rande bemerkt, daß die rekursive Programmierung zur quantitativen Bearbeitung der in der Einleitung aufgeworfenen zweiten Frage, nämlich der Schätzung der *wahrscheinlichen* Entwicklung bestimmter Gruppen von Betrieben bei alternativer Gestaltung der agrarpolitisch beeinflußbaren externen Daten neue Möglichkeiten eröffnet [5; 7; 8; 9].

Die in der Systematik der Betriebsentwicklungsmodelle aufgeführten *Simultanansätze* sind dadurch charakterisiert, daß alle Perioden des Planungszeitraums gleichzeitig betrachtet werden. Auf der linearen Programmierung basierende mehrperiodische Produktionsmodelle wurden erstmals von Heady und Mitarbeitern [11; 13] beschrieben. Diese Ansätze sind jedoch als Entscheidungsmodelle zur Ermittlung der optimalen Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe wenig geeignet, da Änderungen der Produktionskapazitäten, also Investitionen und Desinvestitionen und somit Finanzierungsprobleme, nicht einbezogen sind. Daher werden nachfolgend ebenfalls auf der linearen Programmierung aufbauend mehrperiodische Modelle entwickelt, die es ermöglichen, optimales Produktions-, Investitions-, und Finanzierungsprogramm für eine Folge von Jahren simultan zu ermitteln.

3 Neuformulierung von Betriebsentwicklungsmodellen

Nach der vorangehenden Diskussion verschiedener Modellansätze zur Ermittlung der optimalen Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe lassen sich nachfolgende Grundanforderungen an ein Betriebsentwicklungsmodell herauskristallisieren:

a) Das Modell muß die Möglichkeit bieten, Produktions-, Investitions- und Finanzierungsprogramm nicht nur quantitativ sondern auch zeitlich optimal zu ermitteln.
b) Das Modell muß es ermöglichen, die Wirkung getroffener Entscheidungen auf den Entscheidungsspielraum der nachfolgenden Perioden zu berücksichtigen.
c) Das Modell soll den vermutlichen Verlauf relevanter Daten in der Zeit in die Entscheidungen vorhergehender Perioden einbeziehen.

Nachfolgend werden Modelle entwickelt, die diesen Anforderungen gerecht werden können. Es handelt sich um mehrperiodische LP-Modelle, die es ermöglichen, das jeweils jährlich optimale Produktions-, Investitions- und Finanzierungsprogramm für eine Folge von Jahren simultan zu bestimmen. Die zu beschreibenden Modelle unterscheiden sich teils durch die ihnen zugrunde liegenden Zielvorstellungen, teils durch die Zahl der Planungsperioden innerhalb des Betrachtungszeitraums. Modell I ist ein Wachstumsmodell, es hat die Maximierung des Betriebsvermögens zum Ende des Betrachtungszeitraums unter Aufrechterhaltung bestimmter jährlicher Entnahmen zum Ziel. Modell II ist ein Substanzerhaltungsmodell, zu maximieren ist die Summe der Entnahmen unter Aufrechterhaltung bestimmter jährlicher Mindestentnahmen und eines bestimmten Betriebsvermögens zum Ende des Betrachtungszeitraums [vgl. auch: 6]. Modell III schließlich dient dazu, am Beispiel des Modells I aufzuzeigen, wie die Zahl der Planungsperioden innerhalb des Betrachtungszeitraums reduziert werden kann. Während also in Modell I und II die Zahl der Planungsperioden entsprechend dem Charakter der landwirtschaftlichen Produktion mit der Zahl der Jahre übereinstimmt, werden in Modell III mehrere Jahre zu einer Planungsperiode zusammengefaßt.

Charakteristisch für die Modelle ist, daß sie keine periodisierten Größen enthalten, daß also die Zahlungsströme von Investitionen und Krediten explizite eingeführt werden. Sofern die Einzahlungen von Investitionen nicht partiell kalkulierbar sind, werden sie modell-intern bestimmt. Alle Zahlungen werden außerdem intern bewertet, so daß sich ein Kalkulationszinsfuß erübrigt. Weiterhin wird die Kapazitätsentwicklung der Investitionen und die Entwicklung bestimmter Kredithöchstgrenzen explizite berücksichtigt. Die einzelnen Perioden sind einmal über die soeben skizzierten Datenreihen und zum anderen durch Kapitaltransfer von einer Periode zur anderen miteinander verbunden.

Der mathematischen Formulierung der Modelle vorausgehend ist es zunächst erforderlich die verwandten Symbole zu erläutern.

a) Symbole der Zielfunktion (des Modells I)

Der Betrachtungszeitraum erstreckt sich vom gegenwärtigen Zeitpunkt $t = 0$ bis zum Ende des Jahres $t = tm$. Das erste Jahr des Planungszeitraums ist $t = 1$.

c_{Itm} = Vektor der Restwerte am Ende des Jahres tm sowohl der in $t = 0$ im Betrieb vorhandenen Kapazitäten als auch aller in den Jahren $t = 1$ bis $t = tm$ erwogenen Investitionen.

$$c'_{Itm} = (c'_{Itm,0} \ldots c'_{Itm,tm})$$
$$c'_{Itm.0} = (c_{Itm,01} \ldots c_{Itm,0h})$$
$$\vdots$$
$$c'_{Itm,tm} = (c_{Itm,tm1} \ldots c_{Itm,tmh})$$

I = Vektor des Durchführungsniveaus sowohl der in $t = 0$ im Betrieb vorhandenen Kapazität I_0 als auch der in den Jahren $t = 1$ bis $t = tm$ in Erwägung gezogenen Investitionen. Da eine Desinvestition als eine mit -1 multiplizierte Investition definiert werden kann, repräsentiert I auch das Niveau der Desinvestitionen

$$\begin{aligned} I' &= (I'_0 \ldots I'_{tm}) \\ I'_0 &= (I_{0,1} \ldots I_{0h}) \\ &\vdots \\ I'_{tm} &= (I_{tm,1} \ldots I_{tm,h}) \end{aligned}$$

c_{Ktm} = Vektor der Restschulden am Ende des Jahres tm je DM der in $t = 0$ bereits aufgenommenen und der in den Jahren $t = 1$ bis $t =$ tm möglicherweise aufzunehmenden Kredite.

$$\begin{aligned} c'_{Ktm} &= (c'_{Ktm,0} \ldots c'_{Ktm,tm}) \\ c'_{Ktm,0} &= (c_{Ktm,01} \ldots c_{Ktm,0f}) \\ &\vdots \\ c'_{Ktm,tm} &= (c_{Ktm,tm1} \ldots c_{Ktm,tmf}) \end{aligned}$$

K = Vektor des Niveaus sowohl der in $t = 0$ vom Betrieb bereits aufgenommenen als auch der in den Jahren $t = 1$ bis $t = tm$ möglicherweise aufzunehmenden Kredite

$$\begin{aligned} K' &= (K'_0 \ldots K'_{tm}) \\ K'_0 &= (K_{01} \ldots K_{0f}) \\ &\vdots \\ K'_{tm} &= (K_{tm1} \ldots K_{tmf}) \end{aligned}$$

(c_{xtm}) = Vektor der Bruttoeinzahlungen der für das Jahr tm erwogenen Produktionsaktivitäten

$$(c_{xtm})' = ((c_{xtm,1}) \ldots (c_{xtm,g}))$$

Die Bruttoeinzahlungen der Produktionsaktivitäten fallen jeweils am Ende eines Jahres an, die Kosten der voll variablen Faktoren werden jeweils am Anfang eines Jahres berücksichtigt,

x_{tm} = Vektor des Niveaus der für das Jahr tm erwogenen Produktionsaktivitäten

$$x'_{tm} = (x_{tm,1} \ldots x_{tm,g})$$

$x_1, \ldots, x_{tm-1}$ erscheinen nicht in der Zielfunktion.

Ba_{tm} = Festverzinsliche, höchstens einjährig gebundene, außerbetriebliche Kapitalanlage zu Beginn des Jahres tm.

q = Zinsfaktor von Ba_{tm}

u_{tm} = Vektor der festen Auszahlungen (vor allem Versicherungskosten) im Jahre tm sowohl der in $t = 0$ im Betrieb vorhandenen Kapazitäten als auch der in den Jahren $t = 1$ bis $t = tm$ erwogenen Investitionen

$$\begin{aligned} u'_{tm} &= (u'_{tm,0} \ldots u'_{tm,tm}) \\ u'_{tm,0} &= (u_{tm,01} \ldots u_{tm,0h}) \\ &\vdots \\ u'_{tm,tm} &= (u_{tm,tm1} \ldots u_{tm,tmh}) \end{aligned}$$

$\boldsymbol{Kd}_{tm}$ = Vektor des Kapitaldienstes im Jahre tm je DM der in $t = 0$ beanspruchten und der in $t = 1$ bis $t = tm$ möglicherweise aufzunehmenden Kredite

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Kd}'_{tm} &= (\boldsymbol{Kd}'_{tm,0} \ldots \boldsymbol{Kd}'_{tm,tm}) \\ \boldsymbol{Kd}'_{tm,0} &= (Kd_{tm,01} \ldots Kd_{tm,0f}) \\ &\vdots \\ \boldsymbol{Kd}'_{tm,tm} &= (Kd_{tm,tm1} \ldots Kd_{tm,tmf}) \end{aligned}$$

F_{tm} = Feste Ausgaben des Betriebes im Jahre tm (d. h. Ausgaben, die durch das Produktions- und Investitionsprogramm nicht beeinflußt werden).

b) Zusätzliche Symbole zu den Restriktionen

Während die Zielfunktion lediglich Größen des Jahres tm enthält, gelten die Restriktionen für jedes einzelne Jahr des Betrachtungszeitraumes, d. h. von $t = 1$ bis $t = tm$. Daher ist in den bisher erläuterten Symbolen, falls sie in den Restriktionen erscheinen, tm ganz allgemein durch t zu ersetzen, wobei $t = 1, \ldots, tm$.

Weitere Symbole

$$\boldsymbol{A}_t = \begin{pmatrix} a_{t,11} & \ldots & a_{t,1g} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{t,m1} & \ldots & a_{t,mg} \end{pmatrix}$$

Matrix der Aufwandsansprüche der im Jahre t in Erwägung gezogenen Produktionsaktivitäten x_t an die Kapazitäten im Jahre t, ebenfalls für $t = 1, \ldots, tm$.

b_t = Vektor der Kapazitäten im Jahre t

$$\boldsymbol{b}'_t = (b_{t,1} \ldots b_{t,m})$$

$$\boldsymbol{B}_{It} = \begin{pmatrix} b_{It,11} & \ldots & b_{It,1g} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{It,m1} & \ldots & b_{It,mg} \end{pmatrix}$$

Matrix der Kapazitätseffekte der im Jahre t erwogenen Investitionen bzw. der in $t = 0$ vorhandenen dauerhaften Produktionsmittel, für $t = 1, \ldots, tm$.

$\boldsymbol{v}_{xt}$ = Vektor des Kapitalbedarfs der für das Jahr t geplanten Produktionsaktivitäten zur Beschaffung variabler Produktionsmittel

$$\boldsymbol{v}'_{xt} = (v_{xt,1} \ldots v_{xt,g})$$

$\boldsymbol{Ka}_t$ = Vektor des Kapitalbedarfs der im Jahre t erwogenen Investitionen

$$\boldsymbol{Ka}'_t = (Ka_{t,1} \ldots Ka_{t,h})$$

T_t = Transfer des Kapitalüberschusses des Jahres t zum Anfang des Jahres $t+1$, für $t = 1, \ldots, tm-1$

$K_{j\,\max}$ = Höchstgrenze des Kredits j

$K_{\max}$ = Kredithöchstgrenze insgesamt

$\boldsymbol{\alpha}_t$ = Vektor im Jahre t zur Berücksichtigung bisheriger Kredittilgung in den Kreditbegrenzungen. Die Elemente dieses Vektors stellen Faktoren dar, die sich aus der ursprünglichen Kreditsumme abzüglich Tilgung bis zum Jahre t, sodann dividiert durch die ursprüngliche Kreditsumme errechnen.

$$\boldsymbol{\alpha}'_t = (\alpha_{t,1} \ldots \alpha_{t,f})$$

γ = Faktor zur Berücksichtigung einer bestimmten Relation von Eigen- zu Fremdkapital am Ende des Jahres tm in Modell II.

In Modell I sind x, I, K, Ba, T und in Modell II darüber hinaus F_t, die Variablen, die übrigen Größen die Parameter des Problems.

3.1 *Ein Wachstumsmodell (Modell I)*

Die Zielsetzung des Modells I ist, wie bereits ausgeführt, die Maximierung des Betriebsvermögens zum Ende des Betrachtungszeitraums unter Aufrechterhaltung bestimmter jährlicher Entnahmen. Die Zielfunktion lautet:

$$c'_{Itm} \cdot I - c'_{Ktm} \cdot K + (c_{xtm})' \cdot x_{tm} + Ba_{tm} \cdot q - u'_{tm} \cdot I - Kd'_{tm} \cdot K - F_{tm} = \max!$$

In Worten: Das am Ende des Jahres *tm* für Investitionszwecke verfügbare Eigenkapital, zuzüglich der Restwerte der Anlagegüter und abzüglich der Schulden am Ende des Jahres tm, soll maximiert werden. Das für Investitionszwecke verfügbare Eigenkapital ist gleich der Differenz aus den Bruttoeinzahlungen der im Jahre *tm* durchgeführten Produktionsaktivitäten und dem Wert der außerbetrieblichen Kapitalanlage einerseits und den Ausgaben andererseits, die aus den festen Auszahlungen der Investitionen, den Kapitaldienstverpflichtungen und den festen Ausgaben des Betriebes resultieren.
Dieses Maximierungsproblem ist *in jedem Jahr* des Betrachtungszeitraums folgenden Restriktionen unterworfen:

1. der Kapazitätsrestriktion

$$A_t \cdot x_t \leq b_t$$

oder

$$A_t \cdot x_t \leq B_{I0} \cdot I_0 + B_{I1} \cdot I_1 + \ldots + B_{It} \cdot I_t \qquad \text{(I)}$$

Die Restriktion gewährleistet, daß die Aufwandsansprüche der für das Jahr t in Erwägung gezogenen Produktionsaktivitäten multipliziert mit deren Niveau die Kapazität im Jahre t nicht überschreiten. Letztere ist eine lineare Funktion der im Zeitpunkt $t = 0$ im Betrieb vorgegebenen Kapazität und der in den Jahren 1 bis t durchgeführten Investitionen und Desinvestitionen.

2. der Bilanzgleichung bei der Verwendung des Investitionskapitals

$$v'_{xt} \cdot x_t + Ka'_{It} \cdot It + Ba_t - e' \cdot K_t - T_{(t-1)} \leq 0 \qquad \text{(II)}$$

Die Bedingung stellt sicher, daß die Investitionen in voll variable und bedingt variable Faktoren und die außerbetriebliche Kapitalanlage zum Produktionsbeginn des Jahres t das aus den Überschüssen des Jahres $t-1$ resultierende Eigenkapital und die aufgenommenen Kredite des Jahres t nicht übersteigen.
Unter Hinzuziehung der folgenden Gleichung läßt sich diese Bedingung umformen zu

$$v'_{xt} \cdot x_t + Ka'_{It} \cdot I_t + Ba_t - e' \cdot K_t - (c_{x(t-1)})' \cdot x_{(t-1)} - Ba_{(t-1)} \cdot q$$
$$+ u'_{(t-1)} \cdot I + Kd'_{(t-1)} \cdot K + F_{(t-1)} \leq 0$$

3. der Eigenkapitalgleichung

$$-(c_{xt})' \cdot x_t - Ba_t \cdot q + u'_t \cdot I + Kd'_t \cdot K + F_t + T_t = 0 \qquad \text{(III)}$$

Die Gleichung gewährleistet einmal, daß die Kapitaldienstverpflichtungen nur mit Eigenkapital finanziert werden. Darüber hinaus hat sie jedoch die wichtigere Funktion, für das Jahr t den Überschuß an Eigenkapital zu ermitteln, der im folgenden Jahr für Investitionen verwandt werden kann. Dieses Eigenkapital wird mit Hilfe von T_t in die Bedingung (II) des folgenden Jahres übertragen.
Die Formulierung der Restriktionen (II und (III) geht von der Vorstellung aus, daß überschüssiges Eigenkapital des Jahres t erst im Jahr $t+1$ investiert werden kann. Sie berücksichtigt somit die zeitliche Verzögerung in der Produktion, andererseits vernachlässigt sie die Bewertung des zeitlichen Anfalls der Zahlungen innerhalb eines Jahres. Besteht kein time lag in der Produktion, so können die Bruttoeinzahlungen der betreffenden Produktionsaktivitäten in Bedingung (II) bzw. die variablen Kosten in Bedingung (III) berücksichtigt werden.

TABELLE 1 Modell I $tm = 3$

c'_{I30}	$-c'_{K30}$		c'_{I31}		$-c'_{K31}$				c'_{I32}		$-c'_{K32}$				c'_{I33}		$-c'_{K33}$		1		Z	Restr.	Jahr.
I_0	K_0	x_1	I_1	B_{a1}	K_1	F_1	T_1	x_2	I_2	B_{a2}	K_2	F_2	T_2	x_3	I_3	B_{a3}	K_3	F_3	T_3				
$-B_{I0}$		A_1	$-B_{I1}$																	$\leq$	0	I	
		V'_{x1}	Ka'_{I1}	1	-1															$\leq$	Ka_0	II	
u'_{10}	Kd'_{10}	$-(c_{x1})'$	u'_{11}	$-q$	Kd'_{11}	1	1													$\leq$	0	III	1
					1															$\leq$	K_{max}	IV	
1																				$=$	I_0		
	1																			$=$	K_0		
						1														$=$	F_1^k	V	
$-B_{I0}$			$-B_{I1}$					A_2	$-B_{I2}$											$\leq$	0		
							-1	V'_{x2}	Ka'_{I2}	1	-1									$\leq$	0		
u'_{20}	Kd'_{20}		u'_{21}		Kd'_{21}			$-(c_{x2})'$	u_{22}	$-q$	Kd_{22}	1	1							$\leq$	0		2
	α'_{20}				α_{21}						1									$\leq$	K_{max}		
												1								$=$	F_2^k		
$-B_{I0}$			$-B_{I1}$						$-B_{I2}$					A_3	$-B_{I3}$					$\leq$	0		
													-1	V'_{x3}	Ka'_{I3}	1	-1			$\leq$	0		
u'_{30}	Kd'_{30}		u'_{31}		Kd'_{31}				u'_{32}		Kd'_{32}			$-(c_{x3})'$	u'_{33}	$-q$	Kd'_{33}	1	1	$\leq$	0		3
	α'_{30}				α'_{31}						α'_{32}						1			$\leq$	K_{max}		
																	1	1		$=$	F_3^k		

TABELLE 2 Modell II $tm = 3$

						1						1						1	Z			
I_0	K_0	x_1	I_1	B_{a1}	K_1	F_1	T_1	x_2	I_2	B_{a2}	K_2	F_2	T_2	x_3	I_3	B_{a3}	K_3	F_3			Restr.	Jahr
$-B_{I0}$		A_1	$-B_{I1}$																$\leq$	0	I	
		V'_{x1}	Ka'_{I1}	1	-1														$\leq$	Ka_0	II	
u'_{10}	Kd'_{10}	$-(c_{x1})'$	u'_{11}	$-q$	Kd_{11}	1	1												$\leq$	0	III	1
					1														$\leq$	K_{max}	IV	
1																			$=$	I_0		
	1																		$=$	K_0		
						1													$\geq$	F_{1min}	V	
$-B_{I0}$			$-B_{I1}$					A_2	$-B_{I2}$										$\leq$	0		
							-1	V'_{x2}	Ka'_{I2}	1	-1								$\leq$	0		
u'_{20}	Kd'_{20}		u'_{21}		Kd'_{21}			$-(c_{x2})'$	u'_{22}	$-q$	Kd'_{22}	1	1						$\leq$	0		2
	α'_{20}				α'_{21}						1								$\leq$	K_{max}		
						1													$\geq$	F_{2min}		
$-B_{I0}$			$-B_{I1}$						$-B_{I2}$					A_3	$-B_{I3}$				$\leq$	0		
													-1	V'_{x3}	Ka'_{I3}	1	-1		$\leq$	0		
u'_{30}	Kd'_{30}		u'_{31}		Kd'_{31}				u'_{32}		Kd'_{32}			$-(c_{x3})'$	u'_{33}	$-q$	Kd'_{33}	1	$\leq$	0		3
	α'_{30}				α'_{31}						α'_{32}						1		$\leq$	K_{max}		
																		1	$\geq$	F_{3min}		
$-\gamma c'_{I30}$	c'_{K30}		$-\gamma c'_{I31}$		c'_{K32}				$-\gamma c'_{I32}$		c'_{K32}				$-\gamma c'_{I33}$		c'_{K33}		$\leq$	0	VI	

4. den Kreditbegrenzungen

Hier müssen einmal objektiv fixierte Kredithöchstgrenzen $K_{j\max}$ der einzelnen Kredite K_j $(j = 1 \ldots f)$ und zum anderen eine subjektiv bestimmte Kredithöchstgrenze $K_{\max}$ für die Kapitalaufnahme insgesamt berücksichtigt werden.
Somit ergeben sich folgende Restriktionen

$$K_{tj} \leq K_{j\max} - \alpha_{(t-1)j} \cdot K_{(t-1)j} - \ldots - \alpha_{1j} \cdot K_{1j} \qquad \text{(IVa)}$$
$$\text{für } j = (1 \ldots f)$$

und

$$e' \cdot K_t \leq K_{\max} - \alpha'_{(t-1)} \cdot K_{(t-1)} - \ldots - \alpha'_1 \cdot K_1 \qquad \text{(IVb)}$$

5. Die Berücksichtigung der jährlichen Entnahmen

Durch die Bedingung $F_t = F_t^k$ wird sichergestellt, daß die Entnahmen genau mit der Größe F_t^k in das Programm aufgenommen werden.
Zielfunktion und Restriktionen sind für eine drei Jahre umfassende Planungsperiode in Tableau 1 schematisch zusammengefaßt.

3.2 *Ein Substanzerhaltungsmodell (Modell II)*

Dieses Modell hat die Maximierung der Summe der jährlichen Entnahmen unter Aufrechterhaltung eines bestimmten Betriebsvermögens zum Ziel. Im Gegensatz zu Modell I ist F_t hier also eine Variable.
Die Zielfunktion lautet

$$\sum_{t=1}^{tm} F_t = \max\,!$$

oder aus Bedingung (III) des Modells I abgeleitet

$$\sum_{t=1}^{tm} [(c_{xt})' \cdot x_t + Ba_t \cdot q - u'_t \cdot I - Kd'_t \cdot K - T_t] = \max\,!$$

Die Restriktionen (I) bis (IV) des Modells I gelten auch für dieses Modell, also die Kapazitätsrestriktion, die Bilanzgleichung bei der Verwendung des Investitionskapitals, die Eigenkapitalgleichung und die Kreditrestriktionen. Die Bedingung (V) des Modells I muß umgeformt werden, denn da F_t nun eine Variable ist, ist die Sicherung gewisser Mindestentnahmen $F_{t\,\min}$ in den einzelnen Jahren erforderlich, daher

$$F_t \geq F_{t\,\min} \qquad \text{(V}$$

Schließlich kann — diese Bedingung ist jedoch auf Grund der Restriktion (IV) nicht unbedingt erforderlich — die zusätzliche Bedingung eingeführt werden, daß am Ende des Jahres tm eine bestimmte Relation von Eigen- zu Fremdkapital aufrechterhalten bleibt. Dieses kann durch Umformung der Zielfunktion des Modells I geschehen:

$$\gamma \cdot c'_{Itm} \cdot I \geq c'_{Ktm} \cdot K \qquad \text{(VI)}$$

Eine zusammenfassende Darstellung dieses Modells findet sich in Tabelle 2.

3.3 *Reduktion des Modellumfangs durch Zusammenfassung mehrerer Jahre zu einer Planungsperiode (Modell III)*

Da die erörterten Modelle mit wachsender Zahl der in den Betrachtungszeitraum einzubeziehenden Jahre zunehmend umfangreicher und somit schwieriger bearbeitbar

werden, soll im folgenden am Beispiel des Modells I gezeigt werden, wie jeweils mehrere Jahre zu einer Periode zusammengefaßt werden können. Dabei wird davon ausgegangen, daß Investitionen in dauerhafte Produktionsmittel und Kreditaufnahmen nur jeweils zu Periodenbeginn erfolgen und daß für die einzelnen Jahre einer Periode das Produktionsprogramm das gleiche bleibt oder anders ausgedrückt, sowohl die Faktorausstattung des Betriebes als auch die Produktionsrichtung ändern sich nicht innerhalb, sondern lediglich zwischen den einzelnen Perioden. Auf Grund dieser Prämissen unterscheidet sich das hier zu beschreibende Modell von dem Modell I lediglich durch die Verzinsung der in den einzelnen Jahren innerhalb einer Periode erwirtschafteten Überschüsse (ist die Zahl der Jahre innerhalb einer Periode gleich 1, so sind Modell I und III identisch). Als Folge obiger Prämisse ist die Verzinsung dieser Überschüsse innerhalb einer Periode gleich der Verzinsung der außerbetrieblichen Kapitalanlage. Der in einem einzelnen Jahr erwirtschaftete Überschuß an Eigenkapital ist gemäß Bedingung (III) der erörterten Modelle gleich

$$(c_{xt})' \cdot x_t + Ba_t \cdot q - u_t' \cdot I - Kd_t' \cdot K - F_t$$

und somit für eine n Jahre umfassende Periode

$$n \cdot (c_{xt})' \cdot x_t + Ba \cdot q^n - n \cdot u_t' \cdot I - n \cdot Kd_t' \cdot K - n \cdot F_t$$

Hiervon müssen allerdings für $(n-1)$ Jahre die Investitionen in voll variable Faktoren abgesetzt werden, da diese lediglich für das 1. Jahr der Periode in Bedingung (II) berücksichtigt werden (wodurch diese im übrigen mit der des Modells I identisch ist).
Ferner muß die Verzinsung der Überschüsse der einzelnen Jahre bis zum Ende der Periode obiger Summe zuaddiert werden. Der Gesamtüberschuß an Eigenkapital der Periode t ist somit folgender

$$\begin{aligned} T_t = {} & n \cdot (c_{xt})' \cdot x_t - (n-1) \cdot v_{xt}' \cdot x_t + Ba \cdot q^n - n \cdot u_t' \cdot I - n \cdot Kd_t' \cdot K - n \cdot F_t \\ & + \left[(c_{xt})' \cdot x_t - v_{xt}' \cdot x_t - u_t' \cdot I - Kd_t' \cdot K - F_t\right] \cdot \left[\frac{q^n - 1}{q-1} - n\right] \end{aligned}$$

oder umgeformt

$$\begin{aligned} T_t = {} & \left[\frac{q^n-1}{q-1}(c_{xt})' - \left(\frac{q^n-1}{q-1} - 1\right) v_{xt}'\right] \cdot x_t + Ba \cdot q^n \\ & - \frac{q^n-1}{q-1} \cdot u_t' \cdot I - \frac{q^n-1}{q-1} \cdot Kd_t' \cdot K - \frac{q^n-1}{q-1} \cdot F_t \end{aligned}$$

Setzt man diesen Wert für T_t sowohl in die Zielfunktion als auch in die Bedingung (III) des Modells I ein, so erhält man das hier zu entwickelnde Modell III, dessen Restriktionen (I), (II), (IV), (V) mit denen des Modells I identisch sind. In Restriktion (V) muß in diesem Modell F_t im P_0 — Vektor allerdings mit n multipliziert werden.

3.4 *Schlußbemerkungen zu den skizzierten Modellen*

Die vorangehende Beschreibung der auf der dynamisch-linearen Programmierung basierenden Betriebsentwicklungsmodelle beinhaltet lediglich den Grundaufbau der Modelle. Bei der praktischen Verwendung sind noch verschiedene Einzelprobleme zu berücksichtigen wie insbesondere

- nichtlineare Relationen
- Ganzzahligkeitsbedingungen
- Ausschließlichkeitsbedingungen
- bestimmte Zuordnungsprobleme bei der modellinternen Verbindung von Produktion, Investition und Finanzierung,

worauf hier im einzelnen nicht eingegangen werden kann. [Diese Probleme sind im einzelnen behandelt in 10.]
Die Modelle werden den oben herausgestellten Anforderungen an ein Betriebsentwicklungsmodell gerecht. Produktions-, Investitions- und Finanzierungsprogramm können sowohl quantitativ als auch zeitlich optimal ermittelt werden, indem in jeder Periode Investitionen, Desinvestitionen und Finanzierungsmöglichkeiten vorgesehen werden. Die Wirkungen getroffener Entscheidungen auf die Optimalpläne der nachfolgenden Perioden können durch die Kapitalrestriktionen und den Kapitaltransfer bzw. durch die für Desinvestitionen anzusetzenden Wiederveräußerungswerte berücksichtigt werden. Der Verlauf von Daten in der Zeit kann in die gegenwärtigen Entscheidungen einbezogen werden und darüber hinaus können über Alternativrechnungen mit unterschiedlichem Datenverlauf, also mit Hilfe einer komparativ dynamischen Analyse, Informationen für die Eintwicklungsstrategie bei unsicherer Entwicklung bestimmter Daten gewonnen werden. Ein mit Hilfe eines der beschriebenen Ansätze ermittelter Optimalplan dient jedoch nur solange als Leitbild der Betriebsentwicklung wie die unterstellten Daten weitgehend zutreffen. Treten gravierende Datenänderungen ein, so wird von der dann erreichten Entwicklungsstufe ausgehend eine neue Programmierung erforderlich.

4 Zusammenfassung

Nach einer kurzen Definition der Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe werden die Bestimmungs- und Begrenzungsfaktoren der Betriebsentwicklung aufgezeigt. Es folgt eine Systematik und Diskussion verschiedener Modelle zur Ermittlung der optimalen Entwicklungsstrategie von Einzelbetrieben. Im Anschluß daran werden drei neue Betriebsentwicklungsmodelle beschrieben und mathematisch formuliert.

Literatur

1. Bischoff, Th. und G. Henke: Berechnung eines Betriebsentwicklungsplanes mit ökonometrischen Verfahren. Mitteilungen der DLG 1964, 1732
2. Brandes, W.: Spezialprobleme der linearen Programmierung. Vortrag auf dieser Tagung
3. Candler, W.: A Modified Simplex Solution for Linear Programming with Variable Capital Restrictions. J. Farm Econ. 1956, 940
4. Ders.: Reflections on „Dynamic Programming Models". J. Farm Econ. 1960, 920
5. Day, R. H.: Recursive Programming and Production Response. Amsterdam 1963
6. Hax, H.: Investitions- und Finanzplanung mit Hilfe der linearen Programmierung, Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung 1964, 430
7. Heidhues, Th.: Modell zur Vorausschätzung des strukturellen Wandels in der Landwirtschaft. Agrarwirtschaft 1965, 70
8. Ders.: Entwicklungsmöglichkeiten landwirtschaftlicher Betriebe unter verschiedenen Preisannahmen. 181. Sonderheft der Berichte üb. Landw. Hamburg und Berlin 1966
9. Ders.: Mikroökonomische Produktionsmodelle zur Analyse agrarpolitischer Alternativen. Vortrag auf dieser Tagung
10. Köhne, M.: Theorie der Investition in der Landwirtschaft. 182. Sonderheft der Berichte üb. Landw. Hamburg und Berlin 1966.
11. Loftsgard, L. D. and E. O. Heady: Application of Dynamic Linear Programming Models for Optimum Farm and Home Plans. J. Farm Econ. 1959, 51
12. Ott, A. E.: Einführung in die dynamische Wirtschaftstheorie. Göttingen 1963
13. Smith, W. G. and E. O. Heady: Use of a Dynamic Model in Programming Optimum Conservation Farm Plans on Ida-Monona Soils, Iowa State University, Ames, A. E. S. Bul. 475, Februar 1960
14. Samuelson, P. A.: Collected Scientific Papers I. Cambridge, Mass. and London 1966, 201
15. Weinschenck, G.: Die optimale Organisation des landwirtschaftlichen Betriebes. Hamburg und Berlin 1964