



***The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library***

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search  
<http://ageconsearch.umn.edu>  
[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.

No endorsement of AgEcon Search or its fundraising activities by the author(s) of the following work or their employer(s) is intended or implied.

# Substituabilité entre facteurs de production dans les exploitations céréalier

*J.-C. BUREAU  
D. VERMERSCH*

En théorie de la production, c'est l'approche primale qui, historiquement, a conduit les premiers travaux empiriques concernant les structures de production. Cette approche consiste à spécifier une fonction de production qui, associée au programme d'optimisation du producteur, permet d'estimer l'offre de produits, la demande de facteurs et la fonction d'objectif indirecte. Empiriquement, cette approche s'est heurtée en premier lieu à la spécification d'une forme fonctionnelle pour la fonction de production : les premières générations de ces fonctions supposaient des proportions fixes entre facteurs ou des élasticités de substitution constantes, ce qui représente imparfaitement la réalité ; il faut attendre les années 1970 pour assister à l'introduction systématique des formes fonctionnelles flexibles qui permettent de représenter toutes les possibilités de substitution. En second lieu, une estimation économétrique correcte des paramètres de la fonction de production requiert la prise en compte de l'ensemble des relations qui expliquent la détermination des facteurs et des produits, autrement dit, après optimisation (Malinvaud, 1969, p. 645) : cet écueil induit l'utilisation de l'approche duale qui, reposant sur l'estimation d'une fonction d'objectif indirecte (donc après optimisation), permet d'estimer le modèle à partir des seules variables exogènes<sup>(1)</sup>.

L'approche duale associée à l'utilisation de formes fonctionnelles flexibles a permis, ces dernières années, un large développement des recherches empiriques sur les structures de production : substitutions factorielles, spécialisation, progrès technique, économies d'échelle. Ces recherches aboutissent à une meilleure connaissance de la demande de facteur et de l'offre de produit. Une systématisation de ces travaux est désormais souhaitable et devrait permettre de tirer des enseignements utiles à la politique agricole.

Cet article porte sur l'ensemble "grandes cultures"<sup>(2)</sup> et s'inscrit dans ce courant de travaux ; le secteur céréalier le justifie pour plusieurs raisons. Tout d'abord, son importance au niveau national, puisque les céréales représentaient 18,2 % des livraisons totales de la branche en 1985. Les systèmes céréaliers sont susceptibles par ailleurs d'évoluer à court et à moyen terme sous l'effet des variations des prix relatifs des facteurs. Les conditions d'excès d'offre sont appelées également à jouer sur le processus de choix des producteurs au travers notamment d'une baisse des prix à la production ou de contraintes de débouchés. Il convient d'insister enfin sur le mouvement d'intensification des productions agricoles, et spécialement céréalier : il a induit des effets externes négatifs sur le milieu naturel dont l'internalisation pourra modifier les combinaisons factorielles.

Cette étude s'appuie sur des données microéconomiques provenant d'une seule coupe (année 1981) et issues de comptabilités d'exploitations céréalier du RICA (réseau d'information comptable agricole) ; elle complète des travaux antérieurs de même nature raisonnant sur données globales (Bonneux 1986, Guyomard 1987). Le modèle présenté, résultant d'une approche duale, reflète un équilibre de court terme. Sa spécification retient une forme fonctionnelle translog. La terre et le travail familial sont considérés comme des facteurs fixes : cette hypothèse est justifiée par la faible mobilité de la main-d'œuvre familiale, renforcée par un fort chô-

---

(1) Cet article est issu d'un mémoire de groupe de travail de l'ENSAE. Il a bénéficié des conseils de F. Bonneux et H. Guyomard que nous remercions ici. Nous remercions également Y. Léon et P. Rainelli pour les conseils apportés lors de la rédaction ainsi que les lecteurs de la revue.

(2) notamment : céréales, plantes industrielles, pommes de terre, betteraves sucrières, légumes de plein champ.

mage dans les autres secteurs de l'économie, et la lenteur des mouvements de restructuration foncière. Les résultats d'estimation permettent de caractériser la demande des facteurs et les possibilités de substitution, les rendements d'échelle. Le calcul du prix dual du travail familial permet enfin de préciser le déséquilibre de ce facteur.

Ce modèle de court terme permet, par ailleurs, de déduire des résultats relatifs au long terme correspondant à l'abandon de l'hypothèse de fixité de la terre et du travail familial ; le calcul des élasticités de long terme, en fournit un premier éclairage.

## ECRITURE DU MODELE D'EQUILIBRE PARTIEL

### La fonction de coût variable duale

Par hypothèse, le producteur de céréales minimise le coût des facteurs variables pour un niveau de production donné, les quantités disponibles de terre et de travail familial étant fixées. La théorie de la dualité s'applique alors classiquement par la spécification d'une forme fonctionnelle pour la fonction de coût variable, obtenue après la minimisation précédente et dont les arguments sont les prix des facteurs variables, le niveau de production et les quantités de facteurs fixes. La spécification translog est retenue : en effet, celle-ci, introduite par Christensen, Jorgenson et Lau (1973) a été la plus largement utilisée dans les travaux récents concernant la technologie de l'agriculture (Weaver, 1983 ; Ray, 1982 ; Bonnieux, 1986). La fonction translog est par ailleurs flexible dans la mesure où elle représente une approximation du second ordre de la vraie fonction de coût ; entre autres, cela implique que les dérivées premières et secondes de ces deux fonctions soient égales au point d'approximation (Diewert, 1971). Le modèle prend alors la forme paramétrique suivante dans le cas d'une monoproduction avec quatre facteurs variables et deux facteurs fixes :

$$\begin{aligned}
 [1] \quad \ln CV(y, p_i, z_h) = & a_0 + a_1 (\ln y) + \frac{1}{2} a_2 (\ln y)^2 + \sum_{i=1}^4 b_i (\ln p_i) (\ln y) \\
 & + \sum_{i=1}^4 c_i (\ln p_i) + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 d_{ij} (\ln p_i) (\ln p_j) + \sum_{h=1}^2 f_h (\ln z_h) \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^2 \sum_{k=1}^2 g_{hk} (\ln z_h) (\ln z_k) + \sum_{i=1}^4 \sum_{h=1}^2 k_{ih} (\ln p_i) (\ln z_h) \\
 & + \sum_{h=1}^2 m_h (\ln y) (\ln z_h)
 \end{aligned}$$

$y$  : niveau du produit

$p_i$  : prix des facteurs variables, en l'occurrence les carburants, les engrains, le capital, le travail salarié ;  $i = 1, 2, 3, 4$ .

$z_h$  :  $h = 1, 2$  ; quantités de travail familial et de terre.

Les équations de demande de facteur résultent d'une différentiation partielle de la fonction de coût par rapport au prix de ce facteur : c'est une application du lemme de Shephard, lui-même application du théorème de l'enveloppe, ce qui nous permet d'écrire :

$$[2] \quad \delta CV(y, p_i, z_h) / \delta p_i = x_i^*(y, p_i, z_h)$$

$x_i^*(y, p_i, z_h)$  étant la demande du facteur  $i$ , conditionnelle à  $y$  et  $z_h$ .

Cette facilité pour déduire la demande de facteur constitue un avantage important de l'application de la théorie de la dualité.

### Estimation du modèle

Les équations [1] et [2] impliquent :

$$[3] \quad p_i x_i^*/CV = M_i = c_i + b_i (\ln y) + \frac{1}{2} \sum_j (d_{ij} + d_{ji}) \ln p_j + \sum_{h=1}^2 k_{ih} (\ln z_h) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Les égalités [3] représentent le modèle des équations des parts de facteurs sur lequel va reposer l'estimation. La spécification stochastique consiste en l'ajout, pour les équations des parts de facteurs, d'un terme d'erreur  $\varepsilon_i$ , normalement distribué, traduisant, entre autres, l'écart au comportement de minimisation du coût :

$$[4] \quad \begin{aligned} \varepsilon_i &\sim N(0, \sigma_i^2) \\ E(\varepsilon_{in}, \varepsilon_{in'}) &= 0 \quad n \neq n' \\ E(\varepsilon_{in}, \varepsilon_{jn}) &= \sigma_{ij} \quad i \neq j \end{aligned}$$

La distribution normale pour les perturbations  $\varepsilon_i$  est, en réalité, une approximation : en effet  $M_i \in [0, 1]$ .

La théorie de la dualité, enfin, nous assure, moyennant des hypothèses peu restrictives sur la technologie que la fonction de coût duale contient toute l'information relative à la technologie de court terme utilisée : par conséquent, le modèle, formalisé suivant les équations [1] et [3], permet alors de tester différentes hypothèses de spécification, relatives à la technologie ; il permet, par ailleurs, de préciser diverses caractéristiques de cette même technologie.

### Tests d'hypothèses, calcul des élasticités

Nous testons les premières hypothèses à l'aide du modèle [3] des parts de facteurs et posons :

$$[5] \quad d_{ij}^* = \frac{1}{2}(d_{ij} + d_{ji}).$$

Par construction,

$$[6] \quad \sum_{i=1}^4 M_i = 1$$

Cette contrainte d'additivité implique :

$$[7] \quad \begin{aligned} \sum_{i=1}^4 c_i &= 1 & \sum_{i=1}^4 b_i &= 0 \\ \forall j, \sum_{i=1}^4 d_{ij}^* &= 0 & \forall h, \sum_{i=1}^4 k_{ih} &= 0 \end{aligned}$$

Pour tester l'homogénéité linéaire de la fonction de coût par rapport aux prix, nous posons au modèle [3]

$$[8] \quad \sum_j d_{ij}^* = 0 \quad \forall i$$

De même pour la symétrie :

$$[9] \quad d_{ij}^* = d_{ji}^* \quad \forall i, j$$

La symétrie et l'additivité impliquent l'homogénéité linéaire. Pour tester enfin l'hypothèse d'homothéticité de la fonction de production, à savoir <sup>(3)</sup> :

$$[10] \quad \begin{aligned} b_i &= 0 & \forall i \\ m_h &= 0 & \forall h \end{aligned}$$

L'estimation conjointe des parts de facteurs [3] et de la fonction de coût [1] est nécessaire, l'identifiabilité du modèle [1] nécessitant les contraintes :

$$[11] \quad \begin{aligned} d_{ij} &= d_{ji} & \forall i, j \\ g_{hk} &= g_{kh} & \forall h, k \end{aligned}$$

Le calcul des élasticités partielles de substitution de Allen (1938),  $A_{ij}$ , permet d'étudier la concavité de la fonction de coût par rapport aux prix, la substituabilité entre facteurs ainsi que la dérivation des différentes élasticités-prix. Uzawa (1962) a montré que  $A_{ij}$  peut se déduire de la fonction de coût comme :

$$[12] \quad A_{ij} = CV \cdot CV_{ij}/CV_i CV_j \quad \forall i, j$$

avec  $CV$ , la fonction de coût variable définie précédemment,

$$CV_i = \delta CV / \delta p_i, \quad CV_{ij} = \delta^2 CV / \delta p_i \delta p_j$$

---

<sup>(3)</sup> Ces restrictions correspondent à l'écriture d'une fonction de coût translog homothétique utilisée par Antle et Aitah (1983).

La concavité en prix de la fonction de coût est vérifiée dès lors que la matrice des élasticités partielles de substitution de Allen est définie négative.

Par application du lemme de Shephard, l'élasticité-prix de court terme du facteur  $i$  relativement au prix  $p_j$  du facteur  $j$ ,  $E_{ij}$ , est reliée simplement à  $A_{ij}$  (Antle et Aitah, 1983) :

$$[13] \quad E_{ij} = A_{ij} M_j$$

Les quantités  $M_j$  étant positives, les facteurs  $i$  et  $j$  seront substituables si  $A_{ij} > 0$ ; ils seront complémentaires si  $A_{ij} < 0$ .

L'application à la fonction de coût translog donne les formules suivantes pour les élasticités  $A_{ij}$  :

$$[14] \quad A_{ij} = (d_{ij} + M_i M_j) / M_i M_j \quad i \neq j$$

$$A_{ii} = (d_{ii} + M_i^2 - M_i) / M_i^2 \quad \forall i$$

La méthode d'estimation des moindres carrés ordinaires est suffisante pour le modèle [3] sans contraintes ou associée à la contrainte intraéquation [8]; la contrainte de symétrie [9], l'estimation conjointe des parts de facteurs et de la fonction de coût rendent ensuite nécessaire l'estimation par la méthode du maximum de vraisemblance, convergente et asymptotiquement efficace.

### Rendements d'échelle

La mesure des rendements d'échelle la plus appropriée est définie par la relation entre le coût et le niveau du produit le long du sentier d'expansion où les prix des facteurs sont fixes et le coût minimisé à chaque niveau de produit. On retient comme mesure des rendements d'échelle dans le court terme :

$$[15] \quad ECH^{CT} = [\partial \ln CV / \partial \ln y]^{-1}$$

appliquée à la fonction de coût translog, sous l'hypothèse précédente d'homothéticité :

$$[16] \quad ECH^{CT} = [a_1 + a_2 (\ln y)]^{-1}$$

---

## DONNEES ET RESULTATS

### Présentation des données

Les estimations ont été effectuées sur un échantillon de cinquante-huit exploitations extraites du réseau d'information comptable agricole (RICA) pour l'année 1981. L'espace géographique, dans lequel se situe l'échantillon, n'est pas restreint aux régions Centre et Ile-de-France, bien que celles-ci soient majoritaires dans la distribution régionale des exploitations.

Nous avons veillé, par ailleurs, à une relative homogénéité du système de production, par la seule prise en compte d'exploitations dont le produit brut céréalier représentait au moins 80 % du produit brut total. L'élaboration des prix montre enfin que la relative homogénéité géographique n'influe guère sur la variabilité des prix : celle-ci est suffisante pour permettre une estimation statistique. Les variables intervenant dans la modélisation sont : le niveau de production, les prix des facteurs variables, les quantités des facteurs quasi-fixes.

### **Le produit**

Dans l'estimation de la fonction de coût, la production a été mesurée par la variable produit brut, en francs, toutes productions confondues. Elle est définie comme : ventes + autoconsommation + prestations en nature + inventaire de clôture — inventaire d'ouverture — achats (on note qu'il n'y a pas d'achat de produits végétaux). Les entreprises de l'échantillon sont très spécialisées dans la production céréalière puisque celle-ci représente 80 %, au moins, du produit brut. Y sont principalement associées des grandes cultures, tels que les oléoprotéagineux (colza, tournesol, soja) ou les betteraves. Compte tenu des contraintes agronomiques qui interdisent une spécialisation totale des assolements, on ne peut espérer une monoproduction exclusive.

### **Les prix des facteurs**

Parmi les variables explicatives de la fonction de coût, les prix des facteurs sont calculés individuellement. Le prix des consommations intermédiaires est obtenu par le rapport valeur sur volume dans le cas où ces données sont disponibles : engrains, amendements, carburants et aliments pour bétail. Il n'est pas tenu compte des autres postes pour lesquels les données en volume ne figurent pas dans le RICA : nous utilisons donc, implicitement, une hypothèse de séparabilité entre ce deuxième groupe de consommations intermédiaires et les autres facteurs de production. Le capital correspond aux bâtiments, au matériel, aux animaux reproducteurs adultes et au capital circulant (défini comme la moyenne début-fin d'exercice des stocks d'approvisionnement + stocks de produits finis + avances aux cultures). Suivant Dormont et Sevestre (1986), nous utilisons une approximation du coût d'usage du capital :

$$c = [\text{frais financiers}] / [\text{dettes à long et moyen terme}]$$

c représente le taux d'intérêt apparent observé pour chaque exploitation, ce qui ne constitue qu'une des composantes de la définition théorique du coût d'usage. Le capital étant représenté par un seul agrégat, le coût d'usage est défini par une fonction log-linéaire du taux d'intérêt observé des emprunts bâtiments, des emprunts matériels et du taux moyen observé des emprunts à court terme (20,8 %) pondéré par les parts respectives du bâtiment, du matériel + animaux reproducteurs et du capital circulant dans le capital au bilan début d'exercice. Le prix du travail salarié correspond au taux de salaire par UTA salarié, y compris les charges sociales.

### **Les facteurs fixes**

La faible mobilité du travail familial en agriculture et la disponibilité en quantité limitée de la terre conduisent à considérer ces deux inputs comme fixes dans le court terme. L'entreprise est alors en équilibre pour les seuls facteurs variables et l'on considère qu'elle minimise un coût

variable. Le coût total est la somme du coût variable et des dépenses affectées aux facteurs supposés fixes. Les conventions suivantes ont été adoptées pour mesurer le coût variable, les parts de facteurs et les facteurs fixes. Le coût variable est la somme des charges réelles des engrains et carburants, des frais de personnel et du coût du capital. Ce dernier est défini comme le coût du matériel, bâtiments, animaux reproducteurs, stocks et avance aux cultures ; il est construit, en multipliant le prix de chacune des composantes du capital (matériel, bâtiment et autres) par le montant au bilan en début d'exercice. Les parts de facteurs sont calculées en rapportant respectivement les coûts du capital, du travail salarié, du carburant et des engrains au coût variable<sup>(4)</sup>. Pour les facteurs fixes, la terre est mesurée par la superficie agricole utilisée (SAU) en hectares, qui ne comprend pas les surfaces construites ou improductives. La main-d'œuvre familiale est évaluée en millièmes d'unité travailleur annuelle (UTA). Une UTA correspond à 2 200 heures de travail par an. Pour les personnes travaillant moins, on divise par 2 200 le nombre d'heures réellement effectuées. Dans le cas contraire, on limite à une UTA la prestation fournie par le travailleur. L'estimation en UTA ne représente qu'un indicateur imparfait du volume de travail familial. D'une part, il n'est pas tenu compte des heures au-delà du seuil annuel de 2 200 heures. D'autre part, le nombre d'UTA par exploitation est calculé à partir d'informations peu fiables sur la durée annuelle de travail professionnel (Brangeon et Jégouzo, 1986).

Dans l'estimation des paramètres de la fonction translog, les calculs sont effectués sur des variables explicatives (quantité de produits, prix des facteurs variables et niveaux des facteurs fixes) en logarithme népérien, centrées autour du point moyen. Une présentation générale de l'échantillon est proposée en annexe 2.

### Commentaires des résultats dans une analyse de court terme

La mise en œuvre des tests d'hypothèses de spécification constitue la phase initiale d'estimation et fournit une première appréciation de la vali-

Tableau 1.  
Tests d'hypothèses

| Test                 | R.M.V. | p | $\chi^2(p)$<br>5 % | $\chi^2(p)$<br>1 % | $\chi^2(p)$<br>1 % |
|----------------------|--------|---|--------------------|--------------------|--------------------|
| $H_0 / H_a$          | 10,93  | 2 |                    | 9,21               | 13,82              |
| $H_1 / H_a$          | 11,58  | 3 |                    | 11,34              | 16,27              |
| $H_1 / H_0$          | 0,65   | 1 |                    | 6,63               |                    |
| Test d'homothéticité | 7,14   | 4 | 9,49               |                    |                    |

$H_a$  : modèle [3] avec contrainte d'additivité seule.

$H_0$  :  $H_a +$  homogénéité linéaire

$H_1$  :  $H_0 +$  symétrie

R.M.V. : statistique du rapport des vraisemblances

p : nombre de contraintes.

Tests menés sur un modèle avec trois facteurs variables.

(4) Notons ici que les engrains, comme les carburants, ont été agrégés en un seul bien : cette agrégation nous paraît admissible au regard, par exemple, de l'hétérogénéité bien plus marquée de différents types d'équipements agrégés en un seul facteur, le capital, dans des modèles macroéconomiques à deux, voire trois facteurs.

dité du modèle. Nous avons testé successivement l'hypothèse d'homogénéité linéaire de la fonction de coût par rapport aux prix, l'hypothèse de symétrie des coefficients  $d_{ij}^*$ , l'hypothèse d'homothéticité de la fonction de production.

L'utilisation du test asymptotique du rapport des vraisemblances a conduit aux résultats ci-contre (tableau 1).

L'homogénéité linéaire de la fonction de coût et la symétrie des coefficients  $d_{ij}^*$  ne sont pas rejetées au seuil de 1 %. Ceci constitue un critère de bonne spécification de la fonction de coût, la symétrie des coefficients  $d_{ij}^*$  étant nécessaire pour déterminer la fonction de coût à partir des équations des parts de facteurs. L'hypothèse d'homothéticité de la fonction de production est, quant à elle, acceptée au seuil  $\alpha = 5 \%$ .

La concavité en prix de la fonction de coût est vérifiée au point moyen de l'échantillon. Les parts de facteurs estimées sont positives en tout point de l'échantillon, ce qui implique la monotonie de la fonction de coût. La non-significativité de certains paramètres (tableau 2) apparaît principalement pour ceux associés à des termes croisés insérant des facteurs fixes.

Tableau 2.  
Paramètres estimés

| Paramètre | Valeur | Ecart-type |
|-----------|--------|------------|
| $a_0$     | 12,146 | 0,035      |
| $a_1$     | 0,379  | 0,121      |
| $a_2$     | 0,055  | 0,117      |
| $c_1$     | 0,109  | 0,004      |
| $c_2$     | 0,306  | 0,011      |
| $c_3$     | 0,139  | 0,013      |
| $d_{11}$  | 0,027  | 0,015      |
| $d_{12}$  | -0,026 | 0,007      |
| $d_{13}$  | -0,022 | 0,011      |
| $d_{22}$  | 0,107  | 0,016      |
| $d_{23}$  | 0,002  | 0,018      |
| $d_{24}$  | -0,084 | 0,018      |
| $d_{34}$  | -0,081 | 0,031      |
| $d_{33}$  | 0,101  | 0,033      |
| $d_{44}$  | 0,145  | 0,039      |
| $f_1$     | -0,137 | 0,086      |
| $f_2$     | 0,730  | 0,144      |
| $g_{11}$  | -0,080 | 0,136      |
| $g_{12}$  | 0,011  | 0,204      |
| $g_{22}$  | -0,228 | 0,311      |
| $k_{11}$  | 0,004  | 0,100      |
| $k_{12}$  | -0,002 | 0,009      |
| $k_{21}$  | 0,035  | 0,029      |
| $k_{22}$  | 0,034  | 0,025      |
| $k_{31}$  | -0,095 | 0,033      |
| $k_{32}$  | 0,009  | 0,030      |

Si  $z_1$  et  $z_2$  désignent respectivement les quantités de travail familial et de terre, au point moyen, la fonction de coût est convexe en  $z_1$  et concave en  $z_2$  : le signe positif du paramètre  $f_2$  est dû vraisemblablement à la multicollinearité entre  $y$ , le niveau du produit et la variable  $z_2$ .

Les caractéristiques du point moyen sont les suivantes :

Superficie : 70 ha.

Produit brut : 388 000 (Francs 81).

UTA total : 1,3.

Part du blé dans le produit brut : 46 %.

Part du maïs dans le produit brut : 22 %.

Revenu net d'exploitation/ha : 1391 (Francs 81).

Revenu net : 96 300 (Francs 81).

Le point moyen correspond, relativement à la superficie, à la moyenne des exploitations céréalières (OTEX 11) enregistrée dans le cadre du RICA ; en effet la superficie moyenne y est de 67 ha en 1981, largement supérieure à la taille moyenne des exploitations en France qui atteint 24 ha en 1981.

Le tableau 3.1. présente la valeur des élasticités partielles de substitution de Allen au point moyen : celles-ci sont significatives pour les couples (carburants, carburants), (carburants, engrais), (capital, capital), (capital, travail salarié), (capital, engrais) et (engrais, engrais) ; les élasticités propres sont toutes négatives.

Le capital apparaît substituable avec le travail salarié et les engrais, de même le carburant avec les engrais ; par ailleurs, aucune complémentarité n'est significative.

Tableau 3.1.  
Elasticités partielles  
de substitution  
de Allen

|                 | carburant         | capital           | travail salarié   | engrais           |
|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| carburant       | - 5,878<br>(4,63) | 0,245<br>(1,24)   | - 0,466<br>(0,62) | 1,404<br>(4,53)   |
| capital         |                   | - 1,126<br>(6,68) | 1,04<br>(3,91)    | 0,386<br>(2,98)   |
| travail salarié |                   |                   | - 0,979<br>(0,56) | - 0,301<br>(0,60) |
| engrais         |                   |                   |                   | - 0,512<br>(2,65) |

Calcul au point moyen ; entre parenthèses : t de Student (approximé)

Au point moyen de l'échantillon, on trouve comme mesure des rendements d'échelle,  $ECH^{CT} = 2,63$  : ce calcul ne peut être extrapolé, en utilisant [16], que dans un voisinage du point où l'on fait l'approximation translog. Il convient, par ailleurs de prendre ce résultat, relativement élevé, avec prudence : les coefficients  $a_1$  et  $a_2$  sont en effet obtenus après estimation conjointe des équations des parts de facteurs et de la fonction de coût ; dès lors, des problèmes de multicollinearité peuvent apparaître. Toutefois, cette analyse, concordante avec des mesures menées sur une fonction de coût de long terme où tous les facteurs sont supposés variables (Boutitie et al., 1987), plaide en faveur de l'existence d'économies d'échelle significatives dans le secteur céréalier.

Tableau 3.2.  
Elasticités-prix  
de court terme

| Quantité \ Prix | carburant | capital | travail salarié | engrais |
|-----------------|-----------|---------|-----------------|---------|
| carburant       | - 0,638   | 0,075   | - 0,065         | 0,628   |
| capital         | 0,026     | - 0,344 | 0,145           | 0,173   |
| travail salarié | - 0,051   | 0,321   | - 0,136         | - 0,135 |
| engrais         | 0,153     | 0,118   | - 0,042         | - 0,23  |

Les  $t$  de Student sont les mêmes que ceux trouvés pour les élasticités de Allen.

L'estimation du système complet de demandes de facteurs associé à la fonction de coût rend compte, d'une manière exhaustive, de la technologie de court terme utilisée ; à ce stade cependant l'information disponible n'est pas épousée : nous nous proposons, dans le paragraphe suivant, de montrer comment la fonction de coût variable peut caractériser le déséquilibre induit par la fixité de certains facteurs ; la donnée supplémentaire des prix des facteurs fixes permettant alors d'inférer les niveaux de long terme.

## PRIX DUAL ET EQUILIBRE DE LONG TERME

Le concept de **prix dual** permet de caractériser le déséquilibre induit par les facteurs fixes ; son utilisation empirique qui en découle est relativement récente : citons à ce propos les travaux de Kulatilaka (1985).

La minimisation du coût de l'ensemble des facteurs sous contrainte d'un niveau de produit y conduit à introduire l'existence d'une fonction de coût total. Elle peut s'écrire :

$$[17] \quad CT(y, p_i, p_h) = \sum_h p_h z_h^* + CV(y, p_i, z_h^*)$$

Les niveaux  $z_h^*$  minimisant le coût total à  $y, p_i, p_h$  fixés. Par dérivation de l'équation [17], nous obtenons :

$$[18] \quad 0 = p_h + \partial CV / \partial z_h(y, p_i, z_h^*) \quad \forall h$$

Les équations [18] permettent de résoudre les niveaux  $z_h^*$  optimaux par la seule donnée de la fonction de coût variable  $CV$  et des prix  $p_h$ .

D'autre part, posons en tout point  $z = (z_1, \dots, z_m)$  dans le cas de m facteurs fixes :

$$[19] \quad \partial CV / \partial z_h(y, p_i, z_h) = - p_h^* \quad \forall h = 1, \dots, m$$

Le vecteur  $(p_1^*, \dots, p_m^*)$  s'interprète comme le vecteur des prix duals des facteurs fixes ; la quantité  $p_h$  représente le gain marginal consécutif à l'accroissement d'une unité de la quantité de facteur fixe  $h$ .

Le calcul du prix dual du travail familial montre que celui-ci est inférieur au prix du travail salarié observé sur l'exploitation et ceci sur plus de 90 % de l'échantillon, ce qui confirme l'écart au niveau d'équilibre de ce

facteur<sup>(5)</sup>; en utilisant les relations entre matrices hessiennes de la fonction de coût variable et de la fonction de coût total établies initialement par Lau (1976) (cf. annexe 1), le calcul des élasticités-prix de long terme est possible : nous l'avons effectué dans une approche simplifiée au cas où les facteurs fixes étaient supposés à leur niveau optimal.

Tableau 4.  
Elasticités-prix  
de long terme

| Prix<br>Quantité    | carburant | capital | travail<br>salarié | engrais | travail<br>familial | terre   |
|---------------------|-----------|---------|--------------------|---------|---------------------|---------|
| carburant           | - 0,706   | - 0,047 | - 0,16             | 0,307   | 0,119               | 0,492   |
| capital             | - 0,0168  | - 0,425 | 0,065              | - 0,022 | 0,130               | 0,268   |
| travail salarié     | - 0,129   | 0,144   | - 0,496            | - 0,337 | 0,961               | - 0,143 |
| engrais             | 0,075     | - 0,015 | 0,105              | - 0,634 | - 0,039             | 0,718   |
| travail<br>familial | 0,034     | 0,106   | 0,355              | - 0,047 | - 1,09              | 0,064   |
| terre               | 0,170     | 0,262   | - 0,063            | 1,02    | 0,763               | - 2,16  |

Les relations de substituabilité précédemment établies dans l'approche de court terme se vérifient également dans le long terme, le principe de Le Châtelier est vérifié pour les quatre facteurs variables (cf. annexe 1). Le travail familial apparaît substituable avec le travail salarié et, dans une moindre mesure, avec le capital ; notons enfin des relations de substituabilité entre la terre et respectivement, le carburant, le capital et les engrais : ces diverses possibilités de substitution se traduisent par des modes de production plus ou moins intensifs en consommations intermédiaires ou en capital, la terre apparaissant plus fortement substituable avec ces facteurs que ne l'est le travail familial. Du fait de la relative complexité du calcul des élasticités de long terme, aucune information pertinente n'est disponible quant à la significativité de ces paramètres ; ceci étant, dans le long terme, des relations de complémentarité sont mises en évidence entre, d'une part, le travail salarié et, d'autre part, les engrais et le carburant.

L'élasticité prix propre de la demande d'engrais apparaît relativement élevée dans le long terme : conformément au principe de Le Châtelier, une taxation éventuelle des fertilisants azotés influera d'autant plus sur la demande que l'ensemble des facteurs s'ajuste à leur niveau optimal. Ce résultat permet d'éclairer les débats actuels de politique agricole dans la recherche d'une meilleure prise en compte de l'environnement. En effet, à court terme dans le cas d'une incitation par les prix à une moindre utilisation d'engrais, des substitutions entre ce facteur et le carburant et le capital sont prévisibles ; cela se traduira par une augmentation des passages de machines avec un fractionnement des apports, en supposant une disponibilité du travail. Dans le long terme, outre la substituabilité avec le carburant, apparaît la substitution possible avec la terre, ce qui signifie une perspective d'extensification du processus de production. Un tel résultat peut justifier la notion de jachère verte par opposition à la jachère stricte.

(5) Dans l'hypothèse où le travail familial serait r mun r au prix du travail salarié observé.

## Conclusion

L'approche duale en théorie de la production, associée à l'estimation d'une fonction de coût translog, permet donc de caractériser la technologie des exploitations céréalier.

L'étude de la fonction de coût variable traduit une technologie homothétique et confirme l'existence d'économies d'échelle significatives dans le secteur céréalier.

Le calcul des élasticités partielles de substitution de Allen indique des relations de substituabilité significatives entre le capital et le travail salarié, le capital et les engrais, le carburant et les engrais. Ces relations entre facteurs se vérifient aussi dans le long terme. Tout en restant prudent sur la portée de ces derniers résultats, il convient d'ajouter que les premières estimations du modèle portant sur l'année 1984 montrent une remarquable stabilité des élasticités-prix propres des carburants et des engrais ainsi que des relations de substituabilité entre facteurs.

Le prix dual du travail familial est faible, inférieur au prix du travail salarié observé ; cet écart conforte l'hypothèse d'un excès de main-d'œuvre familiale.

En termes de classement des facteurs, les résultats précédents sont cohérents avec d'autres études menées sur données macroéconomiques françaises (Bonnieux, 1986 ; Guyomard, 1987). Weaver (1983) a estimé une fonction de coût multi-produits, sur séries temporelles, pour deux Etats céréaliers des Etats-Unis : le Nord Dakota et le Sud Dakota ; les facteurs travail, engrais, service du capital, matériel et produits pétroliers sont trouvés tous complémentaires deux à deux : ceci étant, les technologies céréalier en cause sont peu comparables avec celle rencontrée dans notre étude. Binswanger (1974) et Ray (1982) ont travaillé sur des données macroéconomiques pour l'ensemble des Etats-Unis ; Binswanger met à jour des complémentarités travail-engrais et matériel-engrais, alors que pour Ray, capital, engrais et travail sont substituables deux à deux. Brown et Christensen (1981) estiment une fonction de coût avec deux facteurs fixes : le travail familial et la terre ; l'écart important entre les niveaux réel et optimal du facteur travail familial tend également à confirmer le caractère de fixité de celui-ci ; une relation de substituabilité est mise à jour entre, d'une part, le travail familial et, d'autre part, le travail salarié et les consommations intermédiaires ; capital et travail familial apparaissent complémentaires. En définitive, la confrontation de ces différentes études demeure délicate : les données ne sont pas de même nature, les agrégats de facteurs choisis différents, les technologies étudiées peu semblables (Boutitie et al., 1987).

La principale difficulté d'ordre pratique reste la construction des prix nécessaires à la modélisation : leur variabilité s'est révélée cependant suffisante pour permettre l'estimation statistique sur données microéconomiques.

La méthodologie développée ici peut, d'ores et déjà, s'appliquer à d'autres systèmes (laitiers, bovins viande...). Ceci permettrait de caractériser la technologie de ces différents systèmes et d'effectuer des comparaisons en termes de substituabilité, de demande de facteurs, de déséquilibre factoriel.

Des extensions de nature théorique sont également envisageables. La prise en compte du caractère dynamique est possible, la disponibilité des

données du RICA permettant alors de raisonner sur plusieurs coupes : une étude économétrique sur données de panel insistant sur le progrès technique apparaît comme le prolongement logique de ce travail.

En second lieu, des approfondissements de nature économétrique sont envisageables. La prise en compte de facteurs fixes a nécessité la troncature de l'échantillon réduit ainsi à cinquante-huit exploitations : en effet, ces dernières étaient les seules de l'échantillon initial à employer des salariés ; cette réduction introduit un biais dans les estimations, ce qui conduit à considérer l'utilisation du travail salarié comme le résultat d'un double choix : discret tout d'abord (utilisation ou non de main-d'œuvre salariée), puis portant sur le niveau désiré. La formalisation pourrait s'appuyer alors sur un modèle tobit.

## ANNEXE 1

### ASPECTS MICROECONOMIQUES D'UNE TECHNOLOGIE A FACTEURS FIXES

#### La fonction de coût variable

La prise en compte de facteurs fixes fait référence à un équilibre de court terme. Il est possible cependant d'en déduire le comportement de long terme correspondant à l'abandon de l'hypothèse de fixité de certains facteurs. Considérons toujours l'ensemble des  $n$  facteurs utilisés ( $x_1, \dots, x_n$ ) et supposons les  $h$  premiers fixes en quantités :  $z_1, \dots, z_h$ . Le programme d'optimisation est alors le suivant :

$$[1] \quad \underset{x}{\text{Min}} \sum_{j=1}^h p_j x_j + \sum_{i=h+1}^n p_i x_i$$

$$\begin{aligned} (a) \quad & f(x) \geq y \\ (b) \quad & x_j \leq z_j \quad (j = 1 \dots h) \end{aligned}$$

A l'optimum, la contrainte (a) est saturée et le producteur subit le coût  $p_j z_j$  quelle que soit la quantité effectivement utilisée du facteur  $j$  : la fonction de production étant supposée croissante par rapport à chacun de ses arguments, le producteur utilisera la quantité  $z_j$  d'où :

$$[2] \quad \underset{x}{\text{Min}} \sum_{i=h+1}^n p_i x_i$$

$$f(z_1, \dots, z_h, x_{h+1}, \dots, x_n) = y$$

[2] a une solution  $x^* = (x_{h+1}^*, \dots, x_n^*)$  dont les arguments seront : les prix  $p_i$  ( $i = h + 1, \dots, n$ ), le niveau de production  $y$ , les quantités de facteurs  $z_j$  ( $j = 1 \dots h$ ).

Soit :

$$[3] \quad CV(y, p_i, z_j) = \underset{x}{\operatorname{Min}} \left[ \sum_{i=h+1}^n p_i x_i; f(z_1, \dots z_h, x_{h+1}, \dots x_n) = y \right]$$

$CV(y, p_i, z_j)$  est la fonction du coût variable (ou de court terme) alors que la fonction de coût total  $C(y, p)$  correspond au coût de long terme ; celles-ci sont liées par la relation suivante :

$$[4] \quad [C(y, p) = \underset{z}{\operatorname{Min}} \sum_{j=1}^h p_j z_j + CV(y, p_i, z_j)]$$

Associée à la donnée des prix  $p_j$ ,  $CV(y, p_i, z_j)$  contient toute l'information nécessaire à la détermination des niveaux optimaux des facteurs  $z_j, z_j^*$  ( $j = 1 \dots h$ ) ; en effet, à l'équilibre de long terme ( $x = x^*$ ,  $z = z^*$ ) :

$$[5] \quad C(y, p_i, p_j) = \sum p_j z_j^* + CV(y, p_i, z_j^*)$$

Par dérivation, il vient :

$$[6] \quad 0 = p_j + \partial CV / \partial z_j(y, p_i, z_j^*) \quad (j = 1, \dots, h)$$

Les équations [6] sont un système de  $h$  équations à  $h$  inconnues dont la solution est le niveau  $z^* = (z_1^*, \dots, z_h^*)$  de long terme. L'application du lemme de Shephard nous donne par ailleurs :

$$[7] \quad \partial C / \partial p_j = z_j^* \quad j = 1 \dots h$$

$$[8] \quad \partial C / \partial p_i = \partial CV / \partial p_i(y, p_i, z^*) \quad i = (h+1, \dots, n)$$

Décomposons ensuite  $p' = (p_1, \dots, p_n) = (p'_z, p'_x)$

$$p'_z = (p_1, \dots, p_h)$$

$$p'_x = (p_{h+1}, \dots, p_n)$$

En dérivant l'ensemble des équations [7] et [8] par rapport à  $p_x$  et  $p_z$ , il vient :

$$[9] \quad \partial^2 C / \partial p_x \partial p_z = \partial z / \partial p_x$$

$$[10] \quad \partial^2 C / \partial p_z^2 = \partial z / \partial p_z$$

$$[11] \quad \partial^2 C / \partial p_x^2 = (\partial^2 CV / \partial p_x^2) + (\partial z / \partial p_x)' (\partial^2 CV / \partial z \partial p_x)$$

$$[12] \quad \partial^2 C / \partial p_z \partial p_x = (\partial z / \partial p_z)' (\partial^2 CV / \partial z \partial p_x)$$

Ces égalités, établies initialement par Lau (1976), prises au point  $z^*$  du plan de production de long terme, s'interprètent comme les formules de passage des élasticités de court terme aux élasticités de long terme.

La notion de prix dual relève également d'une technologie à facteurs

fixes : posons en tout point  $z = (z_1, \dots, z_h)$  :

$$[13] \quad \partial CV / \partial z_j (y, p_i, z_j) = -p_j^* \quad (j = 1 \dots h)$$

Le vecteur  $(p_1^*, \dots, p_h^*) = p^*$  s'interprète comme le vecteur des prix duals des différents facteurs fixes au point  $z$ ; en effet, si  $p^* = (p_1^*, \dots, p_h^*)$  était le vecteur-prix observé, alors  $z = (z_1, \dots, z_h)$  solution de [6] pour  $p_j = p_j^*$ , ( $j = 1, \dots, h$ ) serait le niveau optimal de long terme.

### Equilibre de long terme et principe de Le Châtelier

Nous nous plaçons à l'équilibre de long terme où tous les facteurs sont ajustés à leur niveau optimal,  $x_i^*$ ,  $i = 1 \dots n$ . Considérons la quantité  $\alpha_i^m$  suivante :

$$[14] \quad \alpha_i^m = (\frac{\partial x_i}{\partial p_i})_m \quad m < n$$

$\alpha_i^m$  mesure la variation du facteur  $i$  suite à une variation du prix de ce facteur et ceci, lorsque  $m$  facteurs sont fixés à leur niveau de long terme. Ainsi,  $\alpha_i^0$  représente la variation propre du facteur  $i$  par rapport à son prix lorsque tous les facteurs peuvent s'ajuster au nouvel équilibre de long terme induit par la variation du prix  $p_i$ .

On peut montrer que les quantités  $\alpha_i^m$  vérifient :

$$[15] \quad \alpha_i^0 < \alpha_i^1 < \dots < \alpha_i^m < \dots < \alpha_i^{n-1} < 0$$

et, en notant :

$$[16] \quad \epsilon_i^m = (\frac{\partial \ln x_i}{\partial \ln p_i})_m = (p_i/x_i) \alpha_i^m$$

l'élasticité-prix propre du facteur  $i$ , les quantités  $\epsilon_i^m$  vérifient également la relation [15].

A l'optimum de long terme, la présence de ces contraintes de fixité sur certains facteurs constitue donc une source de rigidité pour les élasticités.

Pour illustrer la relation [15], prenons le cas de l'agriculture. Dans le cadre du modèle étudié, nous raisonnons sur six facteurs : le carburant, les engrains, le capital, le travail salarié, le travail familial et la terre. Plaçons-nous à l'équilibre de long terme où tous les facteurs sont ajustés à leur niveau optimal. L'effet d'une taxation sur la demande d'engrais est d'autant plus important que le producteur peut ajuster les facteurs terre et travail familial au nouveau système de prix ; si la quantité de travail familial ne peut s'ajuster, l'effet-prix sera inférieur en valeur absolue ; si, de plus, le facteur terre est contraint à son niveau initial de long terme, l'effet-prix résultant sera encore plus faible que précédemment et se reportera seulement sur les autres facteurs variables.

Samuelson (1965, p. 77) démontre les relations [15] et les considère comme une application, à des systèmes économiques en équilibre, du principe de Le Châtelier. Lau (1976) en fournit une nouvelle démonstration en utilisant les égalités entre matrices hessiennes (équations [9] à [12]).

## ANNEXE 2

### L'ÉCHANTILLON DU RICA

#### Le RICA

Les estimations ont été effectuées sur des données microéconomiques extraites du réseau d'information comptable agricole (RICA) pour l'année 1981. Le RICA permet de disposer d'une information fouillée sur les entreprises autorise une analyse détaillée de leur fonctionnement, puisqu'il fournit l'ensemble des informations comptables, des caractéristiques physiques de l'exploitation agricole, le détail des productions en volume et en valeur et des informations sur les facteurs de production utilisés. Cette source statistique présente, de notre point de vue, diverses limites :

- une représentativité insuffisante, liée d'une part à un nombre d'observations parfois trop faible pour certaines régions ; de l'autre à un biais venant du refus, différent selon les types d'entreprises, de participer à l'enquête : ainsi, les petites unités et les très grandes sont sous-représentées ;
- un champ trop restreint qui ne couvre pas l'ensemble de la production agricole.

#### Sélection de l'échantillon

Afin de se rapprocher d'un cas de mono-production, seules les entreprises spécialisées dans la production de céréales ont été retenues. La classification européenne a, pour ce faire, été utilisée comme base de sélection et n'ont été retenues que les entreprises de l'orientation "céréales" (OTEX 11). Ce sont celles dont au moins deux tiers de la marge brute standard (MBS) provient des productions céréalier, à savoir blé tendre, blé dur, orge, escourgeon, maïs grain et céréales diverses<sup>(6)</sup>. Des tris supplémentaires sur la part des céréales dans le produit brut ( $> 80\%$ ) ont permis d'éliminer quelques entreprises hors du champ des spécialisées. Afin d'éviter de mauvaises estimations des coefficients de travail salarié et sans mettre en œuvre des méthodes issues de l'économétrie des variables qualitatives qui auraient considérablement compliqué le modèle, seules les entreprises ayant recours au travail salarié ont été retenues. Au total, les estimations ont donc été effectuées sur la base de 58 entreprises spécialisées dans la production de céréales employant du personnel salarié.

Bien que le RICA couvre l'ensemble du territoire national, les exploitations agricoles retenues se trouvent majoritairement dans le Centre et l'Île-de-France. La plupart des entreprises se situent dans une classe de superficie entre 40 et 90 hectares. Si l'échantillon est représentatif d'une certaine classe d'agriculteurs spécialisés de dimension moyenne, il ne caractérise pas la production nationale : il existe en France quelques 365 000 producteurs de céréales dont 58 000 producteurs spécialisés. Il est donc important de souligner que l'insuffisante représentativité de la base RICA, et plus encore de l'échantillon de 58 entreprises qui en a été extrait,

---

(6) La MBS est un coefficient calculé sur la base de résultats de la comptabilité nationale agricole de 1972, 73, 74, les prix et rendements à l'hectare moyen définissant un produit brut duquel sont retranchées des charges moyennes pour les consommations intermédiaires, puis pondérés régionalement au prorata des productions. Ceci permet de définir l'orientation et donne un critère de dimension économique des entreprises.

ne permettent pas d'extrapoler les conclusions de la présente étude à l'ensemble des exploitations céréalières spécialisées, et *a fortiori*, à l'ensemble des producteurs français de céréales.

## BIBLIOGRAPHIE

ALLEN (R.G.D.), 1938 — *Mathematical analysis for economists*. London, Mc Graw Hill.

ANTLE (J.-M.), AITAH (A.-S.), 1983 — "Rice technology, farmer rationality and agricultural policy in Egypt". *American Journal of Agricultural Economics*, vol. 65, pp. 667-674.

BERNDT (E.), FIELD (B. C.), 1981 — *Modeling and measuring natural resource substitution*. M.I.T. Press, Cambridge (Mass.), 314 p.

BINSWANGER HANS (P.), 1974 — "A cost function approach to the measurement of elasticities of factor demand and elasticities of substitution". *American Journal of Agricultural Economics*, vol. 56, n° 2, mai.

BONNIEUX (F.), 1986 — *Etude économétrique des disparités de l'agriculture française sur la base de données départementales*. INRA, Economie et sociologie rurales, 401 p.

BOUTITIE (E.), BUREAU (J. C.), LAUBIE (A.), MAGNIEN (F.), VERMERSCH (D.), 1987 — *Application de la théorie de la dualité aux systèmes céréaliers : étude économétrique sur la base de données individuelles*. ENSAE, 46 p.

BRANGEON (J.-L.), JEGOUZO (G.), 1986 — *La mesure du travail dans le réseau d'information comptable agricole (RICA)*. Rennes, INRA, Economie et sociologie rurales, 27 p.

BROWN (R. S.), CHRISTENSEN (L. R.), 1981 — "Estimating elasticities of substitution in a model of partial static equilibrium : an application to U.S. agriculture, 1947 to 1974", in BERNDT, FIELD (eds), chap. 10.

CARLES (R.), CHITRIT (J. J.), 1985 — *Le secteur grandes cultures : spécificités et essai de projective*. INRA Economie et sociologie rurales, Série Notes et Documents, Grignon, n° 9.

CHRISTENSEN (L. R.), JORGENSEN (D. W.), LAU (L. J.), 1973 — "Transcendental logarithmic production frontiers". *The Review of Economics and Statistics*, vol. 55, pp. 28-45.

DIEWERT (W. E.), 1971 — "An application of the Shephard duality theorem : a generalized Leontief production function", *Journal of Political Economy*, vol. 79, pp. 481-507.

DIEWERT (W. E.), 1974 — "Applications of duality theory", in INTRILIGATOR, KENDRICK (eds), *Functions of quantitative economics*. North Holland Publishing Company, vol. 2, pp. 106-171.

DIEWERT (W. E.), 1982 — "Duality approaches to microeconomic theory", in ARROW, INTRILIGATOR (eds.) *Handbook of mathematical economics*, chap. 12.

DORMONT (B.), SEVESTRE (P.), 1986 — "Modèles dynamiques de

demande de travail : spécification et estimation sur données de panel”, *Revue économique*, n° 3 mai, pp. 455-487.

FUSS (M.), Mc FADDEN (D.), 1978 — *Production economics : dual approach to theory and application*. North Holland Publishing Company, volume 1, 482 p.

GUYOMARD (H.), 1987 — *Etude économétrique de la fonction d'investissement macroéconomique en agriculture*. Communication présentée au colloque SFER : *Financement et capitalisation de l'agriculture*, 1 et 2 avril, 23 p.

KULATILAKA (N.), 1985 — “Tests on the validity of static equilibrium models”. *Journal of Econometrics*, vol. 28, pp. 253-268.

LAU (L. J.), 1976 — “A characterization of the normalized restricted profit function”. *Journal of economic theory*, vol. 12, n° 1, pp. 131-163.

MALINVAUD (E.), 1969 — *Méthodes statistiques de l'économétrie*. Paris, Dunod, 2<sup>e</sup> édition, 782 p.

RAY (S. C.), 1982 — “A translog cost function analysis of U.S. agriculture 1939-77”. *American Journal of Agricultural Economics*, vol. 64, n° 3 août.

SAMUELSON (P. A.), 1965 — *Les fondements de l'analyse économique*. Paris, Gauthier-Villars, 525 p.

SHEPHARD (R. W.), 1970 — *Theory of cost and production functions*. Princeton University Press.

TROGNON (A.), 1986-87 — *Cours d'économétrie*. ENSAE.

UZAWA (H.), 1962 — “Production functions with constant elasticities of substitution”. *Review of Economic Studies*, vol. 89, pp. 291-299.

VARIAN (H. R.), 1984 — *Microeconomic analysis* (2<sup>e</sup> édition). W. Norton et Company, New-York, 348 p.

WEAVER (R. D.), 1983 — “Multiple input, multiple output production choices and technology in the US wheat region”. *American Journal of Agricultural Economics*, vol. 65, février pp. 45-56.