



AgEcon SEARCH
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library

This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.

Help ensure our sustainability.

Give to AgEcon Search

AgEcon Search

<http://ageconsearch.umn.edu>

aesearch@umn.edu

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*



DINÂMICA DA VOLATILIDADE DO RETORNO DAS PRINCIPAIS COMMODITIES BRASILEIRAS: UMA ABORDAGEM DOS MODELOS ARCH

GIBRAN SILVA TEIXEIRA; SINÉZIO FERNANDES MAIA;
NAYANA MANGUEIRA FIGUEIREDO; ELENILDES SANTANA
PEREIRA; PABLO AURÉLIO LACERDA DE ALMEIDA PINTO;

UFPB

JOÃO PESSOA - PB - BRASIL

tgibran@hotmail.com

APRESENTAÇÃO ORAL

Comercialização, Mercados e Preços

Dinâmica da Volatilidade do Retorno das Principais Commodities
Brasileiras: uma abordagem dos modelos ARCH

Grupo de Pesquisa: 1 - Comercialização, Mercados e Preços.
Forma de apresentação: oral

Resumo

Este artigo trata da aplicabilidade de modelos da família ARCH como ferramenta de análise quanto ao comportamento do retorno do cacau, do boi gordo, do café, tradicionais *commodities* agrícolas brasileira, servindo de auxílio para decisão dos agentes na compra e venda destes produtos. De forma geral, para as três *commodities* estudadas, as volatilidades do retorno indicam fortes sinais de persistência, os choques levam um longo tempo para dissipar-se, e choques positivos e negativos têm impacto distinto sobre a volatilidade. Os mercados são



SOBER

XLVI Congresso da Sociedade Brasileira de Economia,
Administração e Sociologia Rural



assimétricos para o retorno destas *commodities*. Os mercados futuros do boi gordo e do cacau também sofrem influência do efeito alavancagem, ou seja, se torna mais volátil perante informações negativas do que informações positivas.

Palavras-chaves: Cacau. Boi gordo. Café.

Abstract

This paper is about the applied of models of the family ARCH as analysis tool with relationship to the behavior of the return of the cocoa, of the fatcow, of the coffee, Brazilian traditional agricultural commodity, serving as aid for the agents decision in the purchase and sale of these products. In a general way, for the three studied commodities the volatilities of the return indicate strong signs of persistent, and the shocks take a long time to vanish, and collide positive and negatives have different impact about the volatility. The markets are asymmetric for the return of these commodities. For the future market of the fat ox and of the cocoa it suffers influence of the effect gearshift, that is to say, becomes more volatile before negative information than positive information.

Key Words: Cocoa. Fatcow. Coffee.

1 Introdução

A produção agrícola necessita de instrumentos que minimizem o risco e auxiliem os agentes que participam do agronegócio (produtores, processadores, compradores e investidores) no processo de tomada de decisões econômicas. Este é o enfoque deste trabalho, que tem o objetivo examinar a volatilidade do retorno médio das principais *commodities*, especificamente, a persistência de choques e assimetrias na volatilidade.

Em transações que envolvem produtos agrícolas, a administração dos riscos de mercado (oscilações de preços) é de fundamental importância. Silva (1996) analisou a viabilidade de um modelo de maximização de lucros em vários contratos futuros no Brasil, considerando os riscos de compra e venda de contratos que foram realizados no momento adequado. Os resultados obtidos indicaram a necessidade de estabelecer uma faixa de preços (diária, semanal ou mensal) em que o ativo deve oscilar antes de iniciar cada pregão, sendo essencial determinar com precisão o fim de uma tendência e o conseqüente início da tendência inversa.



SOBER

XLVI Congresso da Sociedade Brasileira de Economia,
Administração e Sociologia Rural



Em decorrência do processo especulativo, inerente ao próprio funcionamento dos mercados futuros, o cacau é considerado, uma das *commodities* que apresenta elevado índice de instabilidade na formação dos preços internacionais (ZUGAIB, 2005).

No mercado futuro do boi gordo, os preços são influenciados por fatores de natureza sazonal, cíclica e irregular. A sazonalidade é caracterizada pelo período de “safra” de janeiro a junho, onde há fartura de pastagens; e “entressafra” de julho a dezembro. Já o ciclo (plurianual) é de aproximadamente seis anos, sendo um componente importante para a definição da evolução dos preços no longo prazo (STOLF, 1999).

Com relação ao café, segundo dados da Organização Internacional do Café – OIC (USDA, 2006), o Brasil é o maior produtor e exportador do mundo, sendo responsável por 33,6% da produção mundial e com participação média de 24% nas exportações mundiais. Dados estes que demonstram a importância econômica do café na pauta de exportações do agronegócio brasileiro.

Dada a relevância do assunto, uma das alternativas para minimizar o risco de mercado, é conhecer a dinâmica da volatilidade do retorno do cacau, do boi gordo e do café. Nesse sentido, o presente estudo estima a variância condicional por meio de três extensões da família ARCH, a saber, GARCH, EGARCH e TARARCH e, em seguida, utiliza-a como uma *proxy* da volatilidade do retorno das *commodities* em análise.

O artigo encontra-se organizado em mais cinco seções, além desta introdução, das considerações finais e das referências. A seção 2 apresenta uma breve exposição da volatilidade, risco, e retorno de mercado, a seção 3 apresenta a metodologia utilizada na pesquisa. A seção 4 apresenta os resultados encontrados através das estimações.

2 Volatilidade, Risco e Retorno de Mercado

A volatilidade é a medida de intensidade e frequência das flutuações dos preços de um ativo financeiro ou dos índices numa Bolsa de Valores. É o desvio padrão das mudanças do logaritmo dos preços de um ativo (financeiro), expressos numa taxa natural. A volatilidade é uma variável que aparece nas fórmulas de opções. Aplicado aos derivativos, evidencia o grau de dispersão das variações ocorridas nos preços (aumento ou redução) de um ativo (SANDRONI, 2005).

Conforme Swaray (2002), a origem da volatilidade difere para os diferentes tipos de *commodities*. No caso das *commodities* primárias, a volatilidade do preço surgiria, sobretudo, devido a distúrbios na oferta; enquanto para matérias-primas industriais, ela seria resultado de distúrbios na demanda. A interação de tais distúrbios com a demanda de curto de prazo e as elasticidades da oferta resultaria em acentuadas flutuações de preços.



SOBER

XLVI Congresso da Sociedade Brasileira de Economia,
Administração e Sociologia Rural



Swaray (2002) escreve que é um fato comum assumir que informação de mercado e *hedging* são características que aplicam-se somente aos mercados financeiros e que a disponibilidade física seria o conceito similar nos mercados de *commodities* primárias. Entretanto, analisando-se os mercados de *commodities* primárias, pode-se constatar que informação, *hedging*, especulação e disponibilidade física seriam todos fatores cruciais que influenciariam a volatilidade dos mercados de *commodities* primárias. Além disso, Herrman (1983) coloca que o aumento da volatilidade nos mercados de *commodities* primárias pode justificar o uso de processos baseados em informação para a modelagem do padrão de volatilidade do retorno de tais *commodities*.

A volatilidade pode definir-se como uma medida de intensidade das variações quase sempre imprevisíveis dos rendimentos de ativos, por isso se diz que a volatilidade é uma variável aleatória que segue um processo estocástico. Qualquer modelo de volatilidade tem como finalidade descrever o comportamento da volatilidade passada e, através deste, prever a volatilidade futura. Uma característica importante dos mercados financeiros é a existência de um comportamento assimétrico na volatilidade, no sentido de que os períodos de elevada volatilidade tendem a ser mais persistentes do que os períodos de baixa volatilidade. Nessa perspectiva, surgiram os modelos da família ARCH, que serão definidos na metodologia.

Enquanto que o risco do investimento é a parcela inesperada do retorno, resultante de surpresas. Afinal de contas, se sempre recebermos exatamente o que esperamos, o investimento será perfeitamente previsível e, por definição, será livre de risco. Em outras palavras, o risco de possuir um ativo decorre de surpresas – eventos inesperados (ROSS, 1998).

De acordo com Gitman (2004) o primeiro tipo de surpresa, o que afeta um grande número de ativos, denominaremos risco sistemático. Um risco sistemático é aquele que influencia um grande número de ativos, em grau maior ou menor. Como os riscos sistemáticos são efeitos que possuem amplitude igual à do mercado como um todo é às vezes chamado de riscos de mercado.

O segundo tipo de surpresa será denominado risco não sistemático. Um risco não sistemático é o que afeta um único ativo ou um grupo pequeno de ativos. Como esses riscos são específicos a empresas ou ativos individuais, são às vezes chamados de riscos específicos.

Na prática, as decisões financeiras não são tomadas em ambiente de total certeza com relação a seus resultados. Em verdade, por estarem essas decisões fundamentalmente voltadas para o futuro, é imprescindível que se introduza a variável incerteza como um dos mais significativos aspectos do estudo das operações do mercado financeiro.

De acordo com Assaf Neto (2006), o risco é, na maioria das vezes, representado pela medida estatística do desvio padrão¹, indicando se o valor médio esperado é representativo do comportamento observado. Assim, ao se tomarem decisões de investimento com base num resultado médio esperado, o desvio padrão passa a revelar o risco da operação, ou seja, a dispersão das variáveis em relação à média.

Nessa ampla abrangência do entendimento do risco, a avaliação de uma empresa delimita-se aos componentes de seu risco total: econômico e financeiro. As principais causas determinantes do risco econômico são de natureza conjuntural, de mercado e do próprio

¹ Representação algébrica do desvio-padrão para uma amostra: $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$.



planejamento e gestão da empresa. O risco financeiro, de outro modo, está mais diretamente relacionado com o endividamento da empresa, sua capacidade de pagamento, e não com as decisões de ativos, conforme definidas para o risco econômico.

Dessa forma, pode-se introduzir que o risco total de qualquer ativo é definido pela sua parte sistemática (risco sistemático ou conjuntural) e não sistemático (risco específico ou próprio do ativo).

A postura de um investidor em relação ao risco é pessoal, não se encontrando uma resposta única para todas as situações. A preocupação maior nas decisões de investimento em situação de incerteza é expressar as preferências do investidor em relação ao conflito risco/retorno inerente a toda alternativa financeira.

A teoria da preferência tem por objetivo básico revelar como um investidor se posiciona diante de investimentos que apresentam diferentes combinações de risco e retorno. Em decisões que envolvem este conflito, é esperado que o investidor implicitamente defina como objetivo maximizar sua utilidade esperada. A utilidade esperada, nesse contexto da análise do risco, é definida de forma subjetiva, expressando a satisfação proporcionada pelo consumo de determinado bem.

Todo investidor, a partir da comparação racional que pode promover entre as utilidades das alternativas financeiras disponíveis, é capaz de construir uma escala de preferências, conceito essencial de sua decisão em condições de risco. Assim, seguindo um comportamento de natureza comparativa, o investidor pode selecionar racionalmente uma alternativa de aplicação de capital que lhe proporcione a maior satisfação possível.

A escala de preferências do investidor é representada pela denominada curva de indiferença. Essa curva é compreendida como um reflexo da atitude que um investidor assume diante do risco de uma aplicação e do retorno produzido pela decisão, e envolve inúmeras combinações igualmente desejáveis. Qualquer combinação inserida sobre a curva de indiferença é igualmente desejável, pois deve proporcionar o mesmo nível de utilidade (PINDICK & RUBENFIELD, 1991).

Essa abordagem de representação da curva de indiferença visa avaliar a reação de um investidor de mercado diante de diferentes alternativas de investimentos, demonstrando aquelas capazes de satisfazer suas expectativas de risco/retorno. É um enfoque essencialmente comparativo, permitindo a visualização das preferências do investidor diante do objetivo de maximização de sua satisfação.

Convencionalmente, o mapa das curvas é apresentado de acordo com uma ordem de preferência. As mais distantes são preferíveis às anteriores.

Ilustração 1 - Mapa de Curvas de Indiferença
Investidor A Investidor B

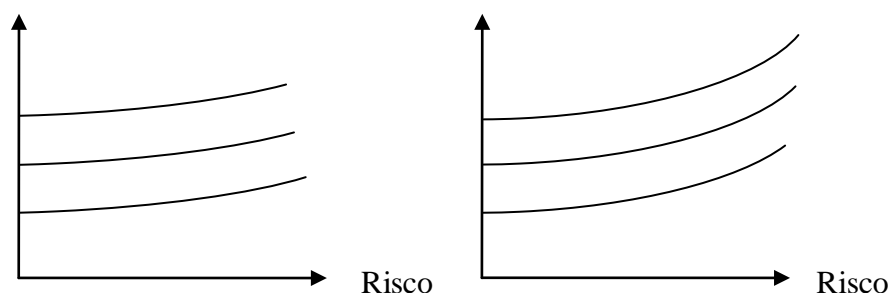
(RE)

(RE)



SOBER

XLVI Congresso da Sociedade Brasileira de Economia,
Administração e Sociologia Rural



Fonte: Assaf Neto (2006)

As curvas relacionadas aos investidores A e B simbolizam as preferências desses com relação a risco (eixo horizontal) e Retorno Esperado (eixo vertical). À medida que as curvas se deslocam para cima, vão indicando um maior nível de satisfação do investidor. Com relação ao perfil dos investidores, o investidor A é mais amante do risco do que o investidor B, visto que as curvas de indiferenças com menor inclinação denotam uma maior propensão ao risco (ASSAF NETO, 2006).

3 Metodologia da Pesquisa

A metodologia utilizada fundamenta-se na construção de modelos univariados de previsão de preços com base em dados de séries temporais. Os dados utilizados para os preços diários do boi gordo foram extraídos no Centro de Pesquisa Agropecuária (CEPEA-Esalq) tendo como intervalo de tempo janeiro de 2000 a setembro de 2007. A série do preço diário do cacau em dólares (preço/tonelada), coletada e disponibilizada pela Bolsa de Nova York no intervalo de janeiro de 1996 a agosto de 2007. Os dados utilizados dos preços diários médio do Café Santos, Nova York (US Cents/Libra Peso) à vista em dólares (preço/kg). A série abrange o período de setembro de 1996 a setembro de 2007.

Foram calculados os retornos a partir da equação $R_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ em que, P_t o preço de uma *commodity* no período t e, R_t o retorno no período entre $t-1$ e t . Conforme Tsay (2002) existem duas razões principais para trabalhar-se com retornos em vez de preços. A primeira é que para investidores (produtores) médios, o retorno de um ativo é um sumário completo e independente da escala da oportunidade de investimento. Segundo, séries de retornos são mais fáceis de manipular que séries de preços, dado que as primeiras têm propriedades estatísticas mais tratáveis.

Modelos ARCH

Os modelos ARCH, ou modelos auto-regressivos com heterocedasticidade condicional, foram introduzidos por Engle (1982), com o objetivo de estimar a variância da inflação. A idéia básica é que o retorno X_t é não-correlacionado serialmente, mas a volatilidade (variância condicional) depende de retornos passados por meio de uma função quadrática.

Um modelo ARCH(r) é definido por:



$$X_t = (h_t \varepsilon_t)^{1/2} \quad (1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2 \quad (2)$$

onde ε_t é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média zero e variância um, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i > 0$ e $i > 0$.

Segundo Morettin e Toloí (2005), na prática, usualmente supomos que $\varepsilon_t \square N(0,1)$ ou $\varepsilon_t \square t_v$ (distribuição t de Student com v graus de liberdade). Os coeficientes α_i devem satisfazer certas condições, dependendo do tipo de imposição que colocamos sobre o processo X_t .

Pela própria definição, valores grandes de X_t são seguidos por outros valores grandes. Para investigar algumas propriedades dos modelos ARCH, consideremos o caso especial $r=1$, ou seja, temos o modelo:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 \quad (3)$$

com $\alpha_0 > 0$, $\alpha > 0$.

Calculemos a média, a variância e a autocovariância incondicionais da série.

$$E(X_t) = E\{E(X_t / F_{t-1})\} = 0 \quad (4)$$

$$Var(X_t) = E(X_t^2) = E\{E(X_t^2 / F_{t-1})\} = E(\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(X_{t-1}^2) \quad (5)$$

Se o processo (X_t) for estacionário de segunda ordem, então, para todo t:

$$E(X_t^2) = E(X_{t-1}^2) = Var(X_t) \quad (6)$$

do que ocorre.

$$Var(X_t) = \alpha_0 / (1 - \alpha_1) \quad (7)$$

Como $Var(X_t) > 0$, deveremos ter $0 \leq \alpha_1 \leq 1$.

$$Cov(X_{t+k}, X_t) = E\left[E(X_{t+k} X_t) / F_{t+k-1}\right] = E\left[X_t E(X_{t+k} / F_{t+k-1})\right] \quad (8)$$

$$Cov(X_{t+k}, X_t) = E\left[X_t E(h_{t+k} \varepsilon_{t+k} / F_{t+k-1})\right] = 0 \quad (9)$$

Dessa forma, $x(k) = 0$, $k > 1$, indicando, que X_t é uma seqüência de variáveis aleatórias não correlacionadas (ruído branco) com média zero e variância dada por (5).



Sabemos que os retornos apresentam geralmente caudas longas, de modo que a curtose é maior do que 3.

Diante do exposto acima, parte-se para as etapas referentes à construção de modelos ARCH que são definidas como: (i) Identificação, (ii) Estimação, (iii) Verificação e (iv) Previsão.

(i) Identificação:

Um primeiro passo na construção de modelos ARCH é tentar ajustar modelos ARMA, para promover a correlação serial na série, se esta existir, terá:

$$\Phi(B)X_t = \theta_0 + \theta(B)a_t \quad (10)$$

sendo que $a_t \sim ARCH(r)$. No que segue, quando nos referimos a X_t , estaremos supondo que ou a série é não-correlacionada, ou então ela é o resíduo da aplicação de um modelo ARMA à série original.

Para verificarmos se a série apresenta heterocedasticidade condicional, podemos utilizar dois testes, examinando-se a série X_t^2 .

(a) Teste de Box-Pierce-Ljung para X_t^2 .

(b) Teste de multiplicadores de Lagrange (ML) de Engle (1982). O procedimento consiste em testar $H_0: \alpha_i = 1$, para todo $i = 1, \dots, r$ na regressão:

$$X_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2 + u_t \quad (11)$$

Para $t = r+1, \dots, N$. A estatística do teste é:

$$T = NR^2 \square R^2(r) \quad (12)$$

em que o R^2 é o quadrado do coeficiente de correlação múltipla da regressão.

Um teste assintoticamente equivalente, que pode ter propriedades melhores para amostras pequenas, é conduzido usando a estatística:

$$F = \left[(SQR_0 - SQR_1) / r \right] / \left[SQR_1 / (N - 2r - 1) \right] \square F(r, N - 2r - 1) \quad (13)$$

na qual:

$$SQR_0 = \sum_{t=r+1}^N (X_t^2 - \bar{X}^2)^2 \quad (13)$$

$$SQR_1 = \sum_{t=r+1}^N u_t^2 \quad (14)$$



com X a média amostral dos X_t^2 e \hat{u}_t os resíduos de MQ da regressão. Se o valor de F significativo, dizemos que há heterocedasticidade condicional na série.

Dada a forma de modelarmos a volatilidade e dado que X_t^2 é um estimador (não-viesado) de h_t , o valor atual do quadrado do retorno depende de quadrados de retornos passados, comportamento similar ao de um modelo auto-regressivo. Segue-se que a função de autocorrelação parcial de X_t^2 pode ser usada para sugerir a ordem r de um modelo ARCH(r).

(ii) Estimação:

Os estimadores dos parâmetros do modelo são obtidos pelo método de máxima verossimilhança condicional. Supondo normalidade dos ε_t , a função de verossimilhança condicional é dada por:

$$L(\alpha / x_1, x_2, \dots, x_N) = f(x_N / F_{N-1}) f(x_{N-1} / F_{N-2}) \dots f(x_{r+1} / F_r) f(x_1, \dots, x_r / \alpha) \quad (15)$$

Para N grande, o último termo do produto do lado direito pode ser desprezado. No caso particular do modelo ARCH(1), temos:

$$L(\alpha_0, \alpha_1 / x) = f(x_N / x_{N-1}) f(x_{N-1} / x_{N-2}) \dots f(x_2 / x_1) \quad (16)$$

em que $(X_t / X_{t-1}) \square N(0, h_t)$. Assim:

$$L(\alpha_0, \alpha_1 / x) = (2\pi)^{-N/2} \prod_{t=2}^N (\alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2)^{-1/2} \exp\left[-1/2(x_t^2 / \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2)\right] \quad (17)$$

A log-verossimilhança fica:

$$l(\alpha_0, \alpha_1 / x) = -1/2 \sum_{t=2}^N \ln(\alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2) - 1/2 \sum_{t=2}^N (x_t^2 / \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2) \quad (18)$$

A maximização da expressão acima pode ser realizada através da utilização de algoritmos de otimização numérica, tais como Newton-Raphson, Scoring, Gauss-Newton etc.

Em algumas aplicações é mais apropriado assumir que os ε_t têm uma distribuição t-Student padronizada com v graus de liberdade caso em que a amostra possui um número menor do que 30 observações, com isso a análise acima passa a ter as características relacionadas com a distribuição t-Student.

(iii) Verificação:

Para um ARCH(r), as observações padronizadas (resíduos do modelo)



$$\tilde{X}_t = \frac{X_t}{\sqrt{\hat{h}_{t-1}(1)}} \quad (19)$$

são variáveis aleatórias i.i.d. com distribuição normal padrão ou t-student. Assim uma maneira de verificar a adequação do modelo é calcular a estatística Q de Ljung-Box para a seqüência \tilde{X}_t . Além disso, o cálculo de coeficientes de assimetria e curtose e um QQ-plot podem ser utilizados para testar a validade da distribuição normal.

(iv) Previsão:

As previsões para a volatilidade utilizando o modelo ARCH(r) são obtidas recursivamente. Assim:

$$\hat{h}_t(1) = \alpha_0 + \alpha_1 X_t^2 + \alpha_2 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2 \quad (20)$$

é a previsão de h_{t+1} , com origem fixada no instante t. As previsões l passos à frente, com origem em t, são dadas por:

$$\hat{h}_t(l) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i \hat{h}_t(l-i) \quad (21)$$

em que $\hat{h}_t(l-i) = X_{t+l-i}^2$, se $l-i < 0$.

Modelos GARCH

De acordo com Gabe e Portugal (2003), da experimentação empírica com modelos da classe ARCH (q), tornou-se aparente que a ordem do modelo ajustado era muito grande – q grande. Numa analogia direta com modelos da classe AR(p), onde a solução parcimoniosa é incluir termos MA(.) – formando um modelo ARMA, o processo ARCH(q) foi generalizado para incluir esses “termos MA(.)”. Esta é a motivação por trás do modelo GARCH (p,q), proposto por Bollerslev (1986). Assim, os modelos GARCH – *General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, estendem a formulação ARCH no sentido de que permitem uma memória mais longa e uma estrutura de defasagens para a variância mais flexível.

Um modelo GARCH (p,q) é definido por:

$$X_t = (h_t \varepsilon_t)^{1/2} \quad (22)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (23)$$



em que ε_t são i.i.d (0,1), $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, $\sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i) < 1$, $q = \max(p, q)$.

Como no caso de modelo ARCH, usualmente supomos que os ε_t são normais ou seguem uma distribuição t de Student. Chamemos:

$$v_t = X_t^2 - h_t \quad (24)$$

de modo que, substituindo temos:

$$X_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i) X_{t-i}^2 + v_t - \sum_{j=1}^s \beta_j v_{t-j} \quad (25)$$

ou seja, temos um modelo ARMA(p,q) para X_t^2 , mas v_t não é, em geral, um processo i.i.d. Na realidade, v_t é uma diferença marginal pois:

$$E(v_t) = E(X_t^2 - h_t) \quad (26)$$

$$E(v_t) = E(h_t \varepsilon_t^2 - h_t) \quad (27)$$

$$E(v_t) = E(h_t) E(\varepsilon_t^2) - E(h_t) = 0 \quad (28)$$

para todo t.

Modelos EGARCH

Sabe-se que a volatilidade reage de forma assimétrica aos retornos, tendendo a ser maior para retornos negativos. A assimetria permite que a volatilidade responda mais rapidamente a retornos negativos do que a positivos, fato este conhecido como “efeito-alavancagem”.

Os modelos ARCH e GARCH tratam simetricamente os retornos, pois a volatilidade é uma função quadrática dos mesmos. Mas também é sabido que a volatilidade reage de forma assimétrica aos retornos, tendendo a ser maior para retornos negativos. Nelson (1991) introduziu os modelos EGARCH (exponential GARCH).

Um modelo EGARCH (1,1) é dado por:

$$X_t = (h_t \varepsilon_t)^{1/2} \quad (29)$$

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1 g(\varepsilon_{t-1}) + \beta_1 \ln(h_{t-1}) \quad (30)$$

em que ε_t são v.a. i.i.d. com média zero e variância um e $g(\cdot)$ é a curva de impacto de informação, dada por:



SOBER

XLVI Congresso da Sociedade Brasileira de Economia,
Administração e Sociologia Rural



$$g(\varepsilon_t) = \theta\varepsilon_t + \gamma\{|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)\} \quad (31)$$

Aqui, θ e γ são parâmetros reais, e uma seqüência de v.a. i.i.d. com média zero.

Note que $E\{g(\varepsilon_t)\} = 0$ e podemos escrever:

$$g(\varepsilon_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma)\varepsilon_t - \gamma E(|\varepsilon_t|), & \text{se } \varepsilon_t \geq 0 \\ (\theta + \gamma)\varepsilon_t - \gamma E(|\varepsilon_t|), & \text{se } \varepsilon_t < 0 \end{cases} \quad (32)$$

Para que retornos negativos tenham maior impacto na volatilidade esperamos $\gamma < 0$.

Para uma normal padrão, não é difícil ver que $E(|\varepsilon_t|) = \sqrt{2/\pi}$.

Esta assimetria permite que a volatilidade responda mais rapidamente a retornos negativos do que a positivos, fato este conhecido como “efeito alavancagem”.

No caso geral, a equação para um EGARCH (r,s) fica

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + (1 + \beta_1 B + \dots + \beta_s B^s / 1 - a_1 B - \dots - a_r B^r) g(\varepsilon_{t-1}) \quad (33)$$

onde os operadores em B têm raízes fora do círculo unitário. Note que na equação acima e no modelo geral usamos o logaritmo de h_t , o que implica que os coeficientes do modelo não necessitam ser positivos.

Modelos TARARCH

O modelo TARARCH (Threshold ARCH) é um caso particular do modelo ARCH não-linear, e a volatilidade agora segue a forma funcional:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (34)$$

Onde:

α_1 = coeficiente de reação da volatilidade

β_1 = coeficiente de persistência da volatilidade

γ_1 = efeito assimetria na volatilidade

d_{t-1} = dummy: 1 se $\varepsilon_{t-1} < 0$ más notícias,

0 se $\varepsilon_{t-1} > 0$ boas notícias.

Se $\gamma \neq 0$, há um impacto de informação assimétrica e para que as informações negativas tenham maior impacto $\gamma > 0$.

A seguir será analisada a série dos dados utilizada no trabalho, bem como a avaliação dos modelos selecionados para a realização das estimativas da variância.

4 Resultados das Estimações

O primeiro passo consiste em ajustar um modelo ARMA(p,q) à série de retornos, para eliminar a correlação serial entre as observações. O segundo passo é verificar se os resíduos do modelo apresentam heteroscedasticidade condicional.

Para o cacau o modelo escolhido foi o ARMA(3,2) por apresentar coeficientes significativos e resíduos ruído branco ($Q = 7,0988$ e $\text{prob} = 0,419$). Para testar a



estacionariedade da série, foi realizado o teste de raiz unitária de Dickey–Fuller, observando-se que em todos os níveis de significância ($t_{calculado} > t_{crítico}$), a série em nível já é estacionária.

Tabela 1: Teste de Raiz-Unitária (Dickey-Fuller Aumentado) para o Cacau

Estatísticas	Série em nível
$t_{calculado}$	-30.627,07
$t_{crítico}$ (1%)	-3,432443
$t_{crítico}$ (5%)	-2,862350
$t_{crítico}$ (10%)	-2,567246

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, foi modelada uma série de modelos, pertencentes à família ARCH, no intuito de observar a dinâmica da volatilidade do retorno do cacau. Desse modo, foram testados trinta e seis modelos candidatos, todos com ruído branco. Na Tabela 2 constam, seus respectivos valores AIC, SBC e Soma dos Quadrados dos Resíduos.

Tabela 2: Modelos Candidatos da Família ARCH para o Cacau

MODELOS	AIC	SBC	SQR	Q(12)	Prob.
GARCH (2,1)	-5,7291	-5,7103	0,5715	6,5787	0,474
GARCH (3,2)	-5,7305	-5,7076	0,5715	6,8879	0,441
EGARCH (2,1)	-5,7307	-5,7098	0,5716	6,3816	0,496
EGARCH (3,3)	-5,7321	-5,7051	0,5716	6,1957	0,517
TARCH (1,3)	-5,7483	-5,7254	0,5717	5,0463	0,654

Fonte: Elaboração própria

Portanto, o modelo TARCH(1,3) foi o escolhido por apresentar coeficientes significativos (Tabela 3) e também os menores AIC e SBC, uma vez que, quanto menores estes coeficientes, melhor o ajustamento do modelo.

Sabendo que o modelo TARCH é representado por, $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2$ então, a forma funcional que explica a dinâmica da volatilidade do retorno do cacau, assume a seguinte representação:

$$\sigma_t^2 = 7,7 + 0,1003 \varepsilon_{t-1}^2 + 0,2935 \sigma_{t-1}^2 - 0,2817 \sigma_{t-2}^2 + 0,8975 \sigma_{t-3}^2 - 0,0822 d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (35)$$

Sabendo que α capta a razão da volatilidade, β a persistência da volatilidade e σ a assimetria da volatilidade. A partir desses resultados, pode-se concluir que a volatilidade do retorno do cacau é persistente. Isto é, o alto valor do coeficiente $\beta = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)$ igual a 0,91 (91%), indica que os choques levam um longo tempo para dissipar-se. Sendo o σ encontrado diferente de zero implica que há um impacto diferenciado de choques negativos e positivos. Neste caso, uma vez que $\sigma < 0$ (-0,082218) a dinâmica da volatilidade apresenta um o efeito alavancagem em que choques negativos têm um impacto maior na volatilidade da série do que choques positivos. Através do teste de multiplicadores de Lagrange (ML)



proposto por Engle (1982) verificou-se um $F(0,357157)$, o que implica em dizer que a heteroscedasticidade condicional estabilizou-se.

Na Tabela 3, verificam-se os coeficientes e significâncias correspondentes a cinco desses modelos.

Tabela 3: Coeficientes dos Modelos da Família ARCH para o Cacau

Coeficientes	GARCH (3,2)	EGARCH (3,3)	TARCH (1,3)
α_0	6,88E-07 (0,0001)	-0,073012 (0,0000)	7,07E-06 (0,0000)
α_1	0,148248 (0,0000)	0,050979 (0,0000)	0,100360 (0,0000)
α_2	-0,016862 (0,0462)	-	-
α_3	-0,116662 (0,0000)	-	-
β_1	0,077706 (0,0462)	0,381943 (0,0009)	0,293541 (0,0000)
β_2	0,905054 (0,0000)	0,817579 (0,0000)	-0,281775 (0,0000)
β_3	-	-0,205459 (0,0431)	0,897535 (0,0000)
γ_1	-	0,233235 (0,0000)	-0,082218 (0,0000)
γ_2	-	-0,20998 (0,0000)	-0,081380 (0,0007)
γ_3	-	-	0,120133 (0,0000)

Fonte: Elaboração própria

Ajustando os modelos da família ARCH aos retornos diários da série do café. O melhor modelo a se adequar foi o ARMA(7,7), critérios de ajustamento para modelos.

O passo seguinte foi modelar a volatilidade dos retornos condicionais do café, levando em consideração o padrão heteroscedástico da volatilidade. Isto foi implementado ajustando-se os modelos GARCH, TARCH e EGARCH à volatilidade dos modelos ajustados para a média condicional do retorno. E assumindo $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, temos na Tabela 4 os resultados do ajustamento dos modelos selecionados

Tabela 4: Modelos Candidatos da Família ARCH para o Café

Modelos	SBC	AIC	SQR	Q(12)	Prob.
GARCH(1,2)	-4,8760	-4,8953	1,5122	8,9293	0,348



GARCH(2,2)	-4,8765	-4,8958	1,5121	8,3439	0,401
GARCH(3,1)	-4,8785	-4,8978	1,5120	8,1700	0,417
GARCH(1,3)	-4,8828	-4,9021	1,5119	7,2181	0,513
GARCH(3,2)	-4,8762	-4,8977	1,5119	8,0064	0,433
GARCH(2,3)	-4,8799	-4,9014	1,5119	7,2461	0,510
GARCH(3,3)	-4,8899	-4,9126	1,5120	7,7098	0,462
TARCH(3,1)	-4,8992	-4,9207	1,5129	7,3283	0,502
TARCH(1,3)	-4,9047	-4,9262	1,5122	6,1177	0,634
TARCH(3,2)	-4,8964	-4,9200	1,5129	7,3313	0,501
TARCH(2,3)	-4,9031	-4,9268	1,5125	5,9118	0,657
TARCH(3,3)	-4,9038	-4,9296	1,5121	7,1385	0,522
EGARCH(3,1)	-4,8990	-4,9205	1,5137	10,571	0,287
EGARCH(1,3)	-4,9012	-4,9227	1,5124	7,0313	0,533
EGARCH(3,2)	-4,8962	-4,9198	1,5137	10,539	0,229
EGARCH(3,3)	-4,9046	-4,9304	1,5132	8,2060	0,414

Fonte: Elaboração própria.

Em função dos modelos GARCH(1,2) , TARCH(3,1) e EGARCH(3,1) apresentarem variância dos retornos.

Tabela 5: Coeficientes dos Modelos Candidatos da Família ARCH para o Café

Coeficientes	GARCH (1,2)	EGARCH (3,1)	TARCH (3,1)
α_0	0,00004 (0,0000)	-0,5735 (0,0000)	0,00002 (0,0000)
α_1	0,178525 (0,0000)	-	-
β_1	0,2504 (0,0002)	0,9468 (0,0000)	0,2447 (0,0000)
β_2	0,4972 (0,0000)	0,3277 (0,0000)	- 0,1080 (0,0000)
β_3		-0,2286 (0,0000)	0,0407 (0,0000)
γ_1		0,120675 (0,0000)	0,8462 (0,0000)

Fonte: Elaboração própria.

Os resultados da estimação para a média condicional e a volatilidade dos retornos do café foram reportados anteriormente. A soma dos parâmetros α_1 e β_1 no modelo GARCH(1,2) foi igual a 0,43, indicando que um choque na série dos retornos do café terá efeito por vários períodos na volatilidade destes retornos. O modelo EGARCH(3,1) fornece evidência de assimetria na volatilidade dos retornos do café, posto que o coeficiente do termo ε_{t-1} mostrou-se significativo aos níveis usuais de significância. Assim, choques positivos e negativos têm impacto distinto sobre a volatilidade, entretanto, não há evidência do efeito alavancagem. A persistência de choques na volatilidade dos retornos, captada pelo termo



SOBER

XLVI Congresso da Sociedade Brasileira de Economia,
Administração e Sociologia Rural



$\ln h_{t-1}$, foi de 0,94, próxima da captada pelo modelo GARCH(1,2). O modelo TAR(3,1) confirma a assimetria evidenciada pelo modelo EGARCH(3,1), posto que o parâmetro associado ao termo $X_{t-1}^2 d_{t-1}$ mostrou-se significativamente diferente de zero e também não fornece evidência do efeito alavancagem. Os indicadores da qualidade do ajuste mostraram que todos os modelos ajustados tiveram um desempenho bastante adequado.

Para o preço do boi gordo realizando a análise da estatística descritiva da série, identificam-se os seguintes resultados: o preço médio futuro da arroba do boi gordo no período analisado foi de R\$ 51,30 sendo que o preço máximo foi de R\$ 64,93 e preço mínimo de R\$ 35,31 e o desvio padrão R\$ 11,57. Analisando a distribuição da série, verifica-se que a mesma não é normal e também não é simétrica, visto que o coeficiente de curtose foi de 1.75 e o teste de Jarque-Bera foi de 153,1961.

Partiu-se para análise da estacionariedade da série, ou seja, se os resíduos possuem ou não um comportamento estável ao longo do intervalo analisado. Para isso, aplicou-se o teste de Dickey-Fuller, visto que se o valor calculado for menor do que o valor crítico aceita-se a hipótese de que a série é estacionária, enquanto que se o valor calculado for maior do que o valor crítico rejeita-se a hipótese de que a série é estacionária.

Analisando os valores referentes ao teste de raiz unitária, verificou-se que a mesma não possui a característica de ser fortemente estacionária, de modo que o teste de Dickey-Fuller foi significativo após a primeira diferença.

Tabela 6: Teste de Raiz-Unitária (Dickey-Fuller Aumentado) para o Boi Gordo

TESTE	Valor calculado	Valor crítico (1%)	Valor crítico (5%)
Em nível	-1,5845	-3,4335	-2,8628
Em 1ª diferença	-15,7340	-3,4335	-2,8628

Fonte: Elaboração própria.

Identificado as características da série dos preços futuros, é de suma importância analisar o comportamento do retorno dos preços futuros da arroba do boi gordo relacionado ao mercado à vista. A partir da análise do retorno é que se identificará o modelo ARMA subsequente para ser estudado e utilizado na aplicação de modelos que tem como característica variância heteroscedástica.

Após a identificação de que a série do retorno não possui variância constante, partiu-se para a análise da função retorno a ser estimada. Essa será encontrada através do padrão de modelos auto-regressivos com médias móveis, ARMA. Seguindo os passos da metodologia criada por Box-Jenkins, parte-se para identificação do modelo.

Após a análise do comportamento das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial dos retornos, identifica-se o modelo ARMA a ser detalhado. Seguindo a sugestão do correlograma o modelo a ser trabalhado é um ARMA (2,4), ou seja, com duas auto-regressividades AR(2) e seis médias móveis MA(4).

Em detrimento das séries financeiras se caracterizarem por serem voláteis, ou seja, apresentarem um comportamento da variância não constante ao longo do tempo partiu-se para análise da estimativa da variância para o retorno do mercado futuro do boi gordo negociado na Bolsa de Mercadorias e Futuros – (BM&F).

Estimativa da variância condicional, identificada como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (36)$$

Analisando os coeficientes de σ_t^2 tem-se que: grandes coeficientes “ β ” indicam que os choques levam um longo tempo para desaparecer, ou seja, a volatilidade é persistente. De contra ponto, grandes coeficientes “ α ” significam que a volatilidade tende a ser de maior reação, ou seja, tende atingir picos mais incisivos em função de uma informação por exemplo. Interessante ressaltar que quanto mais próximo de 1 for o somatório dos α s e β s, mais volátil é o mercado. Além dessas características que podem ser captadas do mercado, ainda pode-se identificar se o mesmo é assimétrico, bem como se sofre maior influência de informações positivas ou negativas, fato esse que será expresso após identificarmos os modelos candidatos a estimar a variância condicional.

Ao estimarmos os modelos, encontram-se também as estatísticas que servirão de base para classificação dos mesmos, são elas a AIC e SBC, bem como a soma dos quadrados dos resíduos e a estatística Q, que identifica se o resíduo é ou não ruído branco. Outro ponto que merece destaque é o teste do multiplicador de Lagrange, o qual identifica se a variância condicional estabilizou ou permanece heterocedástica.

Tabela 7 : Modelos Candidatos da Família ARCH para o Boi Gordo

Modelos	AIC	SBC	SQR	Q(12)	P(12)
GARCH (1,1)	-8.8566	-8.8335	0.023176	7.8278	0.348
GARCH (1,2)	-8.8595	-8.8335	0.023182	7.2999	0.398
TARCH (1,1)	-8.8584	-8.8324	0.023191	7.5687	0.372
TARCH (1,2)	-8.8613	-8.8324	0.023196	7.0236	0.426
EGARCH (1,1)	-8.8637	-8.8377	0.023090	10.666	0.154
EGARCH (1,2)	-8.8661	-8.8372	0.023095	9.2466	0.235

Fonte: Elaboração própria.

A partir da tabela acima, pelos critérios de escolha relacionados principalmente pelas estatísticas AIC e SBC, bem como pelo critério da parcimônia os modelos selecionados foram: GARCH(1,2), TARCH(1,1) e o EGARCH(1,1). No entanto, cabe a realização do teste do multiplicador de Lagrange, justamente para identificar se a variância condicional tornou-se estável com os respectivos modelos selecionados. O valor da estatística F referente à estabilização deve ser no mínimo maior do que 5% de significância para que a variância estimada seja estável. Para o modelo TARCH(1,1) assim como o EGARCH(1,1) o teste F foi de 99% identificando que em ambos os modelos a variância estabilizou.

A tabela a seguir identifica os coeficientes desses modelos, especificando quais foram significativos e quais não foram, bem como a variância estimada.

Tabela 8: Coeficientes dos Modelos da Família ARCH para o Boi Gordo

Coefficientes	GARCH (1,2)	TARCH (1,1)	EGARCH (1,1)
α_0	1.74E -0.7 (0.0000)	0.000000141 (0.0000)	-0.652581 (0.0000)

**SOBER**XLVI Congresso da Sociedade Brasileira de Economia,
Administração e Sociologia Rural

α_1	0.16614 (0.0000)	0.105950 (0.0000)	0.297203 (0.0000)
β_1	0.482394 (0.0000)	0.875680 (0.0000)	0.961718 (0.0000)
β_2	0.357779 (0.0001)	-	-
γ_1	-	0.047318 (0.0001)	-0.042658 (0.0000)

Fonte: Elaboração própria

A partir da análise dos coeficientes, constatou-se que todos os coeficientes encontrados foram significativos a 95% de confiança. No entanto, deve-se destacar a captação da assimetria dos retornos pelos modelos TAR(1,1) e pelo EGARCH(1,1). Porém, analisando o modelo EGARCH(1,1) por apresentar uma ponderação maior dado que as estimativas são feitas com base em logaritmos, é possível constatar que a série de retorno do preço futuro no mercado a vista do boi gordo é extremamente volátil em virtude do somatório dos coeficientes $\alpha_1 + \beta_1$ é maior do que 1 e dado que o β_1 encontrado foi próximo de 1, isso significa que choques nesse mercado levam um longo tempo para desaparecer, ou seja, a volatilidade é persistente.

5 Conclusões

Portanto, dado o caráter informativo do trabalho, vislumbrando tornar o mercado para as principais *commodities* do Brasil um pouco mais detalhado, auxiliando no que diz respeito à tomada de decisão por parte de investidores e também por parte de produtores rurais que queiram ampliar seus negócios para além do mercado físico.

A partir dos resultados encontrados, pode-se concluir que a volatilidade do retorno do cacau é persistente. E indica que os choques levam um longo tempo para dissipar-se. Sendo o σ encontrado diferente de zero implica que há um impacto diferenciado de choques negativos e positivos e a dinâmica da volatilidade apresenta um o efeito alavancagem, em que choques negativos têm um impacto maior na volatilidade da série do que choques positivos.

Os resultados da estimação, para a média condicional, e a volatilidade dos retornos do café, indicam que um choque na série dos retornos terá efeito por vários períodos na volatilidade destes retornos. Os modelos forneceram evidência de assimetria na volatilidade dos retornos do café, assim, choques positivos e negativos têm impacto distinto sobre a volatilidade, entretanto, não há evidência do efeito alavancagem.

Ao interpretarmos os modelos selecionados, para o boi gordo, em particular o EGARCH(1,1), encontra-se que os retornos do mercado futuro do boi gordo, não possuem variâncias constantes, ou seja, não podem ser analisadas de forma estáveis. Para isso foi preciso ajustar uma variância condicional, permitindo assim encontrar algumas características a respeito do comportamento do mercado como o caráter assimétrico, ou seja, visto que foi



diferente de zero e também que o mercado reage de maneira mais instável a informações negativas do que a informações positivas visto que $\sigma < 0$.

Dessa forma, o mercado futuro do boi gordo sofre a influência do efeito alavancagem, ou seja, notícias ruins provocam uma oscilação maior no mercado do que notícias boas e também dado que γ_1 foi diferente de zero e próximo de 1 isso implica que esses choques levam um longo período para desaparecer, constatando-se que a volatilidade nesse mercado é também persistente. Assim, tem-se que os retornos do mercado à vista do boi gordo na BM&F, sofrem maior oscilação quando ocorre uma notícia ruim do que uma notícia boa a respeito da pecuária brasileira bem como qualquer outra relacionada ao setor e também que essa notícia influenciará por longos períodos os preços nesse mercado.

De forma geral, para as três commodities estudadas a volatilidade dos retornos é persistente, e os choques levam um longo tempo para dissipar-se, e choques positivos e negativos têm impacto distinto sobre a volatilidade.

6 Referências

ASSAF NETO, A. *Economia Financeira*. São Paulo: Atlas, 2006.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, v.31, p.307-327, 1986.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, v.50, n.4, p.987-1007, 1982.

GABE, J.; PORTUGAL, M. *Volatilidade implícita versus volatilidade estatística: uma avaliação para o mercado brasileiro a partir dos dados de opções e ações da Telemar S.A.* URGs, 2003.

FAO, Food and Agriculture Organization. Statistical Databases. Disponível em: <<http://www.fao.org>>. Acesso em: 15 fev. 2008.

GREENE, W. H. *Econometric analysis*. 5.ed. New Jersey: Prentice Hall, 2003.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M. D.; GREEN, J.R. *Microeconomic Theory*. New York: Oxford University, 1995. 977p.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. *Análise de séries temporais*. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.

NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, v.59, p.347-370, 1991.

PINDYCK, R. S.; RUBENFIELD, D. L. *Econometric models and economic forecasts*. New York, McGrawHill, 3rd Ed., 1991. 565p.



SANDRONI, P. *Dicionário de economia*. 1ª ed. São Paulo: Record, 2005.

STOLF, L. C. *Commodities*. São Paulo: Plêiade, 1999.

SWARAY, R. B. Volatility of primary commodity prices: some evidence from agricultural exports in Sub-Saharan Africa, *Discussion Papers in Economics*, n.2002/06, University of York, 2002.

TSAY, R. S. *The analysis of financial time series*. New York: J. WILEY, 2002.

ZUGAIB, A. A. C. Análise do mercado processador de cacau no Brasil vista sob o modelo estrutura conduta desempenho. *Revista Sócio-Econômica*. CEPLAC. Ilhéus, BA, 2005.